Oversigt

over det

Kongelige Danske

Videnskabernes Selskabs

Forhandlinger

og

dets Medlemmers Arbejder

i Aaret 1895.

Bulletin de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague, pour l'année 1895.

Med Tillæg samt
Résumé en français.

København.

Bianco Lunos Kgl. Hof-Bogtrykkeri (F. Dreyer).

1895—96.

Oversigt

over det

Kongelige Danske

Videnskabernes Selskabs

Forhandlinger

og

dets Medlemmers Arbejder

i Aaret 1895.

Bulletin de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague, pour l'année 1895.

Med Tillæg samt

Résumé en français.

København.

Bianco Lunos Kgl. Hof-Bogtrykkeri (F. Dreyer).

1895—1896.

Ved Henvisninger til den første Afdeling, i hvilken Sidetallene ere udmærkede ved et Blad-Ornament, bruges i Steden for Ornamentet et Parenthestegn, saaledes at f. Ex. (3) betyder ❧ 3 ❧.

Aargangens enkelte Numere udkom:

Nr. 1: den 30te Maj 1895.
Nr. 2: den 22de Oktober 1895.
Nr. 3: den 18de Januar 1896.
Nr. 4: den 4de Februar 1896.

Indholdsfortegnelse
til Aargangen 1895.

		Side
Indholdsfortegnelse		(3)-(4).
Fortegnelse over Selskabets Medlemmer, Embedsmænd og faste Kommissioner		(5)-(14).
1. Møde den 11te Januar.	Oversigt	(15)-(16).
2. — — 25de Januar.	Oversigt	(16)-(20).
3. — — 8de Februar.	Oversigt	(20)-(28).
— — —	Prisopgaver for 1895	(21)-(27).
4. — — 22de Februar.	Oversigt	(28)-(32).
5. — — 8de Marts.	Oversigt	(32)-(51).
— — —	Regnskabsoversigt for 1894	(34)-(36).
— — —	Beretning for 1893—94 afgiven af Direktionen for Carlsbergfondet	(37)-(50).
6. — — 22de Marts.	Oversigt	(51)-(52).
7. — — 5te April.	Oversigt	(53)-(56).
8. — — 19de April.	Oversigt	(56)-(60).
9. — — 3dje Maj.	Oversigt	(60)-(61).
10. — — 17de Maj.	Oversigt	(61)-(62).
11. — — 31te Maj.	Oversigt	(62)-(63).
12. — — 18de Oktober.	Oversigt	(64)-(65).
13. — — 1ste November.	Oversigt	(65)-(66).
14. — — 15de November.	Oversigt	(66)-(67).
15. — — 29de November.	Oversigt	(67)-(69).
16. — — 13de December.	Oversigt	(69)-(73).
— — —	Budget for 1896	(70)-(73).
Tilbageblik paa Aaret 1895		(74)-(76).

Betænkninger afgivne til Selskabet findes:

Betænkning (*Lütken, Boas, Sørensen*) over Besvarelsen af en Prisopgave for det Classenske Legat	(17)-(19).
Betænkning (*Holm, S. M. Jørgensen, Lütken, Christiansen*) ang. Royal Society's Forslag til Catalogue of scientific papers	(30)-(31).
Betænkning (*Warming, Salomonsen*) over *J. Fibigers* Afhdl. «Bakteriolog. Unders. over Difteri»	(51)-(52).
Betænkning (*Bohr, Christiansen*) over *J. Bocks* Afhdl. «Om en ved Lyset fremkaldt Forandr. af Methæmoglobin»	(53-(54).
Betænkning (*Bohr, Christensen*) over *A. Jacobsens* Afhdl. «Om de i Æther opløs. reducerende Stoffer i Blod og Lever»	(54).
Betænkning (math. og astron. Medl.) ang. Genudgiv. af *C. Wessels* Afhdl. «Om Directionens analytiske Betegning»	(57)-(59).
Betænkning (*Ussing, Mehren*) over *J. Østrups* to Afhdl.	(62)-(63).
Betænkning (*Bohr, Prytz*) over *N. P. Schierbecks* Afhdl. «Om Best. af Luftens Fugtighedsgrad for fysiolog. Øjemed»	(68)-(69).
Betænkning (*Thiele, Pechüle*) over *P. A. Hansens* Depos.	(69).

Meddelelser.

Side

S.-M. Jørgensen. Recherches sur la constitution des sels cobaltammoniés . . . . . 1—31.

J. L. Ussing. En romersk Indskrift fra Celeia i Noricum . . . . 32—36.

H.-G. Zeuthen. Notes sur l'histoire des mathématiques.

IV. Sur les quadratures avant le calcul intégral et en particulier sur celles de Fermat . . . . . 37—80.

Frits Tobiesen. Études sur la teneur spécifique du sang en oxygène 81—116.

J. L. Heiberg. Overleveringen af Euklids Optik . . . . . 117—131.

Julius Thomsen. Classification des corps simples . . . . . 132—136.

Jul. Thomsen. Om den sandsynlige Forekomst af en Gruppe uvirksomme Grundstoffer . . . . . 137—143.

J. L. Ussing. Midtgruppen paa Parthenonsfrisen . . . . . 144—155.

A. D. Jørgensen. Forhandlingerne om Forfatningsspørgsmaalet i det danske Monarkis Lande 1814 til 1848 . . . . . 156—192.

H.-G. Zeuthen. Notes sur l'histoire des mathématiques.

V. Sur le fondement mathématique de l'invention du calcul infinitésimal . . . . . 193—256.

VI. Sur quelques critiques faites de nos jours à Newton . . . 257—278.

Adam Paulsen. Effet de l'humidité de l'air et action du champ magnétique terrestre sur l'aspect de l'aurore boréale . . . . . 279—302.

J.-P. Gram. Note sur le calcul de la fonction ζ (s) de Riemann 303—308.

Johannes Bock. Sur une modification que la lumière produit dans la méthémoglobine . . . . . 309—319.

J. Fibiger. Recherches bactériologiques sur la diphtérie . . . . . 320—341.

Julius Thomsen. Experimentale Undersøgelser over Forholdet imellem Atomvægten for Ilt og Brint . . . . . 342—359.

C Christiansen. Experimentalundersøgelse over Berøringselektricitetens Oprindelse. Første Meddelelse . . . . . 360—383.

Julius Thomsen. Experimentale Undersøgelser over Brintens og Iltens Tæthed . . . . . 384—398.

Joh. Lange. Bemærkninger om de to indenlandske Hvidtjørn-(*Cratægus-*) Arters systematiske Forhold og geografiske Udbredelse . . . . . 399—414.

T. N. Thiele. Om Flerfoldsvalg . . . . . 415—441.

Résumé du Bulletin

de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark.

Page

Questions mises au concours pour l'année 1895 . . . . . III—IX.

Groupe central de la frise du Parthénon Par *J.-L. Ussing*. . X—XIV.

Sur la théorie des élections multiples et sur quelques règles d'applications pratique. Par *T.-N. Thiele* . . . . . XV—XVIII.

Aperçu des travaux de l'Académie pendant l'année 1895 . . . . XIX—XXIII.

Tillæg.

Side

I. Liste over de i 1895 indkomne Skrifter . . . . . 1—49.

II. Oversigt over de Selskaber og Private, fra hvilke Skrifter ere modtagne . . . . . 50—63.

III. Sag- og Navnefortegnelse . . . . . 64—70.

Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab.

Protektor:

Hans Majestæt Kongen.

Æresmedlem:

Hans kgl. Højhed Kronprins Frederik.

Selskabets Medlemmer ved Begyndelsen af Aaret 1895.

Embedsmænd:

Præsident: *Jul. Thomsen.*
Formand for den hist.-filos. Kl.: *J. L. Ussing.*
Formand for den naturv.-math. Kl.: *C. F. Lütken.*
Sekretær: *H. G. Zeuthen.*
Redaktør: *Vilh. Thomsen.*
Kasserer: *F. V. A. Meinert.*

A. Indenlandske Medlemmer.

Den historisk-filosofiske Klasse.

Ussing, J. L., Dr. phil.; LL. D., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet; Kmd. af Dbg.[1], Dbmd. — Formand for den hist.-filos. Klasse. ($^5/_{12}$ 51.)

Mehren, A. M. F. van, Dr. phil., Professor i semitisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet; Kmd. af Dbg.[2], Dbmd. ($^5/_4$ 67.)

Holm, P. E., Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet; Kmd. af Dbg.[2], Dbmd. ($^5/_4$ 67.)

Rørdam, H. F., Dr. phil., Sognepræst i Lyngby; R. af Dbg. (8/12 71.)

Fausbøll, M. V., Dr. phil., Professor i indisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (7/4 76.)

Thorkelsson, Jón, Dr. phil., Rektor for Reykjavik lærde Skole; R. af Dbg., Dbmd. (7/4 76.)

Thomsen, Vilh. L. P., Dr. phil., Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. — Selskabets Redaktør. (8/12 76.)

Wimmer, L. F. A., Dr. phil., Professor i de nordiske Sprog ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (8/12 76.)

Lange, Jul. H., Dr. phil., Professor i Kunsthistorie ved Københavns Universitet og Docent ved det Kgl. Kunstakademi; R. af Dbg. (20/4 77.)

Goos, A. H. F. C., Gehejmeetatsraad, Dr. jur., extraordinær Assessor i Højesteret; Kmd. af Dbg.[1], Dbmd., Gb. E. T. (28/4 82.)

Steenstrup, Joh. C. H. R., Dr. juris, Professor Rostgardianus i Historie ved Københavns Universitet; R. af Dbg. (8/12 82.)

Gertz, M. Cl., Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (13/4 83.)

Nellemann, J. M. V., Dr. jur., Justitsminister og Minister for Island, extraord. Assessor i Højesteret; Rd. af Elef., Stk. af Dbg., Dbmd., Gb. E. T. (7/12 83.)

Jørgensen, A. D., Dr. phil., Rigsarkivar; Kmd. af Dbg.[2], Dbmd. (7/12 83.)

Heiberg, J. L., Professor, Dr. phil., Bestyrer af Borgerdydskolen i København. (7/12 83.)

Høffding, H., Dr. phil., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet; R. af Dbg. (12/12 84.)

Kroman, K. F. V., Dr. phil., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet; R. af Dbg. (12/12 84.)

Erslev, Kr. S. A., Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet. (18/5 88.)

Fridericia, J. A., Dr. phil., Underbibliothekar ved Universitetsbibliotheket i København; R. af Dbg. (18/5 88.)

Verner, K. A., Dr. phil., Professor i slavisk Sprog og Litteratur ved Københavns Universitet; R. af Dbg. (18/5 88.)

Møller, Hermann, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Københavns Universitet. (8/4 92.)

Den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.

Steenstrup, J. Jap. Sm., Dr. med. & phil., Etatsraad, fh. Professor i Zoologi ved Københavns Universitet; Stk. af Dbg., Dbmd. (4/11 42.)

Thomsen, H. P. J. Jul., Dr. med. & phil., Direktør for den polytekniske Læreanstalt, Professor i Kemi ved Københavns Universitet; Kmd. af Dbg.[1], Dbmd., Gb. E. T. — Selskabets Præsident. (7/12 60.)

† *Johnstrup, J. F.,* Dr. phil., Professor i Mineralogi og Geologi ved Københavns Universitet; Kmd. af Dbg.[1], Dbmd. (16/12 64.)

Lange, Joh. M. C., Dr. phil., Professor i Botanik ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole; Kmd. af Dbg.[2], Dbmd. (22/12 65.)

Lütken, Chr. Fr., Dr. phil., Professor i Zoologi ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. — Formand for den naturv.-math. Klasse. (22/4 70.)

Zeuthen, H. G., Dr. phil., Professor i Mathematik ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. — Selskabets Sekretær. (6/12 72.)

Jørgensen, S. M., Dr. phil., Professor i Kemi ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (18/12 74.)

Christiansen, C., Dr. med., Professor i Fysik ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (17/12 75.)

Krabbe, H., Dr. med., Professor i Anatomi og Fysiologi ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole; R. af Dbg., Dbmd. (7/4 76.)

Topsøe, Haldor F. A., Dr. phil., Fabriksinspektør, Lærer ved Officerskolen; R. af Dbg., Dbmd. (21/12 77.)

Warming, J. Eug. B., Dr. phil., Professor i Botanik ved Københavns Universitet; R. af Dbg., Dbmd. (21/12 77.)

Petersen, P. C. Julius, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Københavns Universitet; R. af Dbg. (4/4 79.)

Thiele, T. N., Dr. phil., Professor i Astronomi ved Københavns Universitet. ($^{4}/_{4}$ 79.)

Meinert, Fr. V. Aug., Dr. phil., Inspektor ved Universitetets zoologiske Museum; R. af Dbg. — Selskabets Kasserer. ($^{16}/_{12}$ 81.)

Rostrup, Fr. G. Emil, Dr. phil., Lektor i Plantepathologi ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole; R. af Dbg., Dbmd. ($^{28}/_{4}$ 82.)

Müller, P. E., Dr. phil., Kammerherre, Hofjægermester, Overforster; Kmd. af Dbg.^{2}, Dbmd., Gb. E. T. ($^{12}/_{12}$ 84.)

Bohr, Chr. H. L. P. E., Dr. med., Professor i Fysiologi ved Københavns Universitet. ($^{18}/_{5}$ 88.)

Gram, J. P., Dr. phil., Direktør ved Forsikringsselskabet «Skjold» i København. ($^{18}/_{5}$ 88.)

Paulsen, Adam F. W., Bestyrer af det danske meteorologiske Institut i København; R. af Dbg. ($^{18}/_{5}$ 88.)

Valentiner, H., Dr. phil., Lærer ved Officerskolen. ($^{18}/_{5}$ 88.)

Christensen, Odin T., Dr. phil., Lektor i Kemi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole. ($^{11}/_{4}$ 90.)

Hansen, Emil Chr., Dr. phil., Professor, Forstander for Carlsberg-Laboratoriets fysiologiske Afdeling; R. af Dbg. ($^{11}/_{4}$ 90.)

Kjeldahl, Joh., Professor, Dr. phil., Forstander for Carlsberg-Laboratoriets kemiske Afdeling. ($^{11}/_{4}$ 90.)

Boas, J. E. V., Dr. phil., Lektor i Zoologi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole. ($^{3}/_{4}$ 91).

Chievitz, J. H., Dr. med., Professor i Anatomi ved Københavns Universitet; R. af Dbg. ($^{3}/_{4}$ 91).

Petersen, O. G., Dr. phil., Lektor i Botanik ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole. ($^{3}/_{4}$ 91).

Prytz, P. K., Professor i Fysik ved den polytekniske Læreanstalt. ($^{3}/_{4}$ 91).

Salomonsen C. J., Dr. med., Professor i Pathologi ved Københavns Universitet; R. af Dbg. ($^{3}/_{4}$ 91).

Sørensen, William, Dr. phil. ($^{3}/_{4}$ 91).

Pechüle, C. F., Observator ved Universitetets astronomiske Observatorium. ($^{7}/_{4}$ 93).

Zachariae, G. C. C. v., Oberst af Fodfolket, Direktør for Gradmaalingen; Kmd. af Dbg.^{2}, Dbmd. ($^{7}/_{4}$ 93).

B. Udenlandske Medlemmer.

Den historisk-filosofiske Klasse.

Styffe, C. G., Dr. phil., fh. Bibliothekar ved Universitetsbibliotheket i Upsala. (11/1 67.)

† *Rawlinson,* Sir *Henry C.,* D. C. L., LL. D., Generalmajor, London. (17/4 68.)

Böhtlingk, Otto, Dr. phil., Gehejmeraad, Akademiker i St. Petersborg, i Leipzig. (17/4 68.)

Bugge, Sophus, Dr. phil., Professor i sammenlign. Sprogforskning og Oldnorsk ved Universitetet i Kristiania. (22/4 70.)

Lubbock, Sir *John,* Baronet, D. C. L., LL. D., Vice-Kansler for Universitetet i London. (19/4 72.)

Unger, Carl R., Dr. phil., Professor i nyere Sprog ved Universitetet i Kristiania. (17/12 75.)

Delisle, Léopold-V., Medlem af det franske Institut, Direktør for Bibliothèque Nationale i Paris; Kmd. af Dbg.[2] (7/4 76.)

Malmström, Carl Gustaf, Dr. phil., fh. kgl. svensk Rigsarkivar, Stockholm. (6/12 78.)

Boissier, M.-L.-Gaston, Medlem af det franske Akademi, Professor ved Collège de France i Paris. (22/12 82.)

Paris, Gaston-B.-P., Medlem af det franske Institut, Professor ved Collège de France i Paris. (22/12 82.)

Curtius, Ernst, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i Archæologi ved Universitetet i Berlin. (12/12 84.)

Conze, Alex. Chr. L., Dr. phil., Professor, Direktør for det kgl. Museum i Berlin. (12/12 84.)

Stubbs, William, The Right Rev., D. D., LL. D., Biskop i Chester. (10/4 85.)

Maurer, Konrad, Dr. phil., Professor i nordisk Retshistorie ved Universitetet i München; Kmd. af Dbg.[1] (10/4 85.)

Odhner, Cl. T., Dr. phil., kgl. svensk Rigsarkivar, Stockholm. (1/6 88.)

Storm, Gustav, Dr. phil., Professor i Historie ved Universitetet i Kristiania. (1/6 88.)

Heinzel, R., Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Universitetet i Wien. (1/6 88.)

Kunik, E., Gehejmeraad, Medlem af det kejs. Videnskabernes Akademi i St. Petersborg. (1/6 88.)

Meyer, M. Paul H., Medlem af det franske Institut, Direktør for École des Chartes, Professor ved Collège de France i Paris. (1/6 88.)

Schmidt, Joh., Dr. phil., Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Universitetet i Berlin. (1/6 88.)

Sievers, E., Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Universitetet i Leipzig. (1/6 88.)

Wundt, Wilh., Dr. phil., Professor i Filosofi ved Universitetet i Leipzig. (5/4 89.)

Zeller, Edward, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i Filosofi ved Universitetet i Berlin. (5/4 89.)

Ascoli, G. I., Senator og Professor ved Universitetet i Milano. (11/4 90.)

Bücheler, Franz, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Bonn. (11/4 90.)

d'Ancona, Aless., Professor i romanske Sprog i Pisa. (3/4 91).

Aufrecht, Theodor, Dr. phil., fh. Professor i indisk Sprog og Litteratur, Heidelberg. (3/4 91.)

Benndorf, Otto, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i Archæologi ved Universitetet i Wien. (3/4 91.)

Bréal, M. J. A., Medlem af det franske Institut, Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Collège de France i Paris. (3/4 91.)

Gardiner, S. R., LL. D., Dr. phil., fh. Professor i Historie, Bromley i Kent ved London. (3/4 91.)

Weber, Albrecht, Dr. phil., Professor i indisk Sprog og Litteratur ved Universitetet i Berlin. (3/4 91.)

Forsell, H. L., Dr. phil. & jur., Præsident i Kammerkollegiet i Stockholm. R. af Dbg. (8/4 92.)

Tegnér, Esaias H. V., Dr. phil. og Dr. theol., Professor i østerlandsk Filologi ved Universitetet i Lund. (8/4 92.)

Storm, Joh. F. B., LL. D., Professor i romansk og engelsk Filologi ved Universitetet i Kristiania. (7/4 93.)

Comparetti, Domenico, Professor em. i Filologi, Florens. (7/4 93.)

Sorel, Albert, Medlem af det franske Institut, Professor ved l'École des Sciences politiques i Paris. (7/4 93.)

Söderwall, K. F., Dr. phil., Professor i de nordiske Sprog ved Universitetet i Lund. (13/4 94.)

Dörpfeld, Wilh., Professor, Dr. phil., første Sekretær ved det tyske archæologiske Institut i Athen. (13/4 94.)

Goeje, M. J. de, Dr. phil., Professor i semitisk Filologi ved Universitetet i Leiden. (13/4 94.)

Den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.

Bunsen, R. W., Professor i Kemi ved Universitetet i Heidelberg; R. af Dbg. (15/4 59.)

Daubrée, A., Medlem af det franske Institut, Professor i Geologi ved Muséum d'Histoire naturelle i Paris. (23/12 63.)

Hooker, Sir *Joseph D.*, M. D., D. C. L., LL. D., Vicepræs. for Royal Society i London, Sunningdale, Berkshire. (22/4 70).

Lovén, Sven, Dr. med. & phil., Professor i Stockholm; Kmd. af Dbg.[1] (22/4 70.)

Agardh, J. G., Dr. med. & phil., fh. Professor i Botanik ved Lunds Universitet; Kmd. af Dbg.[1] (18/4 73.)

Huggins, William, D. C. L., LL. D., Fysisk Astronom, Medlem af Royal Society i London. (18/4 73.)

†*Cayley, Arthur*, D. C. L., LL. D., Professor i Mathematik ved Universitetet i Cambridge. (5/12 73.)

Haan, David Bierens de, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Leiden. (5/12 73.)

Hermite, Charles, Medlem af det franske Institut, Professor i Mathematik ved Faculté des Sciences, Paris. (14/1 76.)

Salmon, Rev. *George*, D. D., D. C. L., LL. D., Regius Professor i Theologi ved Universitetet i Dublin. (14/1 76.)

Cremona, Luigi, Senator, Professor i Mathematik og Direktør for Ingeniørskolen i Rom. (14/1 76.)

Huxley, Thomas H., D. C. L., LL. D., Dekanus, fh. Professor i Biologi ved Royal College of Science, Medlem af Royal Society, i London. (14/1 76.)

†*Ludwig, Carl Fr. W.*, Dr. med., Geh.-Hofraad, Professor i Fysiologi ved Universitetet i Leipzig. (14/1 76.)

Struve, Otto Wilh., Gehejmeraad, Direktør for Observatoriet i Pulkova. (17/4 76.)

Allman, George James, M. D., LL. D., fh. Professor i Naturhistorie ved Universitetet i Edinburgh. ($^{22}/_{12}$ 76.)

Thomson, Sir *William,* (Lord Kelvin) LL. D., Professor i Fysik ved Universitetet i Glasgow. ($^{22}/_{12}$ 76.)

Tait, P. Guthrie, Professor i Fysik ved Universitetet i Edinburgh. ($^{22}/_{12}$ 76.)

Pasteur, A.-M.-Louis, Medlem af det franske Institut, Professor honorarius ved Faculté des Sciences, Paris; Stk. af Dbg. ($^{4}/_{4}$ 79.)

Des Cloizeaux, A.-L.-O.-L., Medlem af det franske Institut, Professor i Mineralogi ved Muséum d'Histoire naturelle i Paris. ($^{4}/_{4}$ 79.)

Blomstrand, C. W., Dr. phil., Professor i Kemi og Mineralogi ved Universitetet i Lund; R. af Dbg. ($^{16}/_{4}$ 80.)

Cleve, P. Th., Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Upsala; R. af Dbg. ($^{16}/_{4}$ 80.)

Key, E. Axel H., Dr. med. & phil., Professor i Anatomi ved det Karolinske Institut i Stockholm. ($^{17}/_{12}$ 80.)

Berthelot, P.-E.-Marcellin, Medlem af det franske Institut, Professor i Kemi ved Collège de France i Paris. ($^{8}/_{4}$ 81.)

Gyldén, J. A. Hugo, Dr. phil., Professor, Direktør for Vetenskaps-Akademiens Observatorium i Stockholm. ($^{16}/_{12}$ 81.)

Möller, D. M. Axel, Dr. phil., Rektor for og Professor i Astronomi ved Universitetet og Direktør for Observatoriet i Lund; Kmd. af Dbg[1]. ($^{18}/_{12}$ 81.)

Lacaze-Duthiers, F.-J.-Henri de, Medlem af det franske Institut, Professor ved Faculté des Sciences, Direktør for den zoologiske Station i Roscoff. ($^{28}/_{4}$ 82.)

Retzius, M. Gustav, Dr. med., fh. Professor i Anatomi ved det Karolinske Institut i Stockholm. ($^{28}/_{4}$ 82.)

Areschoug, Fred. Vilh. Chr., Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet og Direktør for den botaniske Have i Lund. ($^{30}/_{4}$ 86.)

Nordenskiöld, Ad. Erik, Dr. med. & phil., Friherre, Professor, Intendant ved Riksmuseet i Stockholm; Stk. af Dbg. ($^{30}/_{4}$ 86.)

Torell, O. M., Dr. phil., Professor, Chef for Sveriges geologiska Undersökning, Stockholm; Kmd. af Dbg.[2] ($^{30}/_{4}$ 86.)

Weierstrass, Karl, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Berlin. (30/4 86.)

Kölliker, Albert von, Dr. med., Professor i Anatomi ved Universitetet i Würzburg. (30/4 86.)

Leydig, Franz von, Dr. med., Gehejmemedicinalraad, fh. Professor i Anatomi, Rothenburg. (30/4 86.)

Holmgren, Alarik Frithjof, Dr. med. & phil., Professor i Fysiologi ved Universitetet i Upsala; Kmd. af Dbg.[1] (5/4 89.)

Leffler, G. Mittag-, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Højskolen i Stockholm; Kmd. af Dbg.[2] (5/4 89.)

Lie, Sophus, Dr. phil., Professor i Geometri ved Universitetet i Leipzig. (5/4 89.)

Lilljeborg, Vilh., Dr. med., Professor em. i Zoologi ved Universitetet i Upsala. (5/4 89.)

Nathorst, Alfr. G., Dr. phil., Professor, Intendant ved Riksmuseets botanisk-palæontologiske Afdeling i Stockholm. (5/4 89.)

Nilson, Lars Fred., Professor ved Landtbruksakademien i Stockholm. (5/4 89.)

Cope, Edw. D., Professor, Philadelphia. (5/4 89.)

Marsh, Othniel Ch., Professor, New Haven, Conn. (5/4 89.)

Gegenbaur, Carl, Dr. med., Professor i Anatomi ved Universitetet i Heidelberg. (5/4 89.)

Leuckart, Rud., Dr. med. & phil., Professor i Zoologi ved Universitetet i Leipzig. (5/4 89.)

Mendeleeff, Dim. J., Professor i Kemi ved Universitetet i St. Petersborg. (5/4 89.)

Darboux, Gaston, Medlem af det franske Institut, Professor i Mathematik ved Faculté des sciences i Paris. (5/4 89.)

Lindström, Gustav, Dr. phil., Professor, Intendant ved Riksmuseets palæozoologiske Afd., Stockholm. (11/4 90).

Sars, Georg Oss., Professor i Zoologi, Kristiania. (11/4 90.)

Agassiz, Alex., Professor, Curator of the Museum of Comparative Zoology, Harvard College, Cambridge, Mass. (11/4 90.)

† *Dana, James D.,* Dr. phil., Professor i Mineralogi og Geologi, New Haven, Conn. (11/4 90.)

Mueller, Ferd. von, Baron, Dr. phil., Government Botanist, Melbourne; R. af Dbg. (11/4 90.)

Tieghem, Ph. van, Medlem af det franske Institut, Professor i Botanik ved Muséum d'Histoire naturelle i Paris. (11/4 90.)

Brefeld, Oscar, Dr. phil., fh. Professor i Botanik, Direktør for det botaniske Institut i Münster, Westphalen. (3/4 91.)

Brøgger, V. C., Professor i Mineralogi og Geologi ved Universitetet i Kristiania; R. af Dbg. (8/4 92.)

Hammarsten, Olof, Dr. med. & phil., Professor i fysiologisk Kemi ved Universitetet i Upsala. (8/4 92.)

Klein, Felix, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Gøttingen. (8/4 92.)

Schwartz, C. H. A., Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Berlin. (8/4 92.)

Boltzmann, Ludvig, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i München. (7/4 93.)

His, Vilhelm, Dr. med., Gehejmeraad, Professor i Anatomi ved Universitetet i Leipzig. (7/4 93.)

Schwendener, S., Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Berlin. (7/4 93.)

Guldberg, C. M., Dr. phil., Professor i anvendt Mathematik ved Universitetet i Kristiania. (13/4 94.)

Pfeffer, Wilh., Gehejmeregeringsraad, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Leipzig. (13/4 94.)

Kassekommissionen:

J. L. Ussing. *E. Holm.* *T. N. Thiele.* *J. P. Gram.*

Revisorer:

H. F. A. Topsøe. *Jul. Petersen.*

Ordbogskommissionen:

V. Thomsen. *L. Wimmer.*

Kommissionen for Udgivelsen af et Dansk Diplomatarium og Danske Regesta:

E. Holm. *H. F. Rørdam.* *Joh. Steenstrup.*

1895.

1. Mødet den 11te Januar.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsen, samt 17 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Lütken, Christiansen, Krabbe, Warming, Meinert, P. E. Müller, Bohr, Gram, Christensen, Hansen, Sørensen, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Præsidenten omtalte det Tab, Selskabet havde lidt ved Professor, Dr. phil. Fr. Johnstrups Død, den 31. December 1894. Han var bleven optaget til Medlem af dets naturvidenskabelig-mathematiske Klasse den 16. December 1864.

Professor, Dr. J. L. Ussing gav en Meddelelse om en romersk Indskrift fra Celeia i Noricum. Denne Meddelelse er optagen i Oversigten for i Aar, S. 32—36.

Dr. Will. Sørensen gav dernæst en Meddelelse om Betydningen af Luftgangen hos Fiskene.

Endelig forelagde Professor, Dr. H. G. Zeuthen en Afhandling om Kvadraturer før Integralregningen, særlig Fermat's. Meddelelsen er optagen i Oversigten for i Aar, S. 37—80.

Paa Redaktørens Vegne fremlagde Sekretæren det ved Aarets Slutning udkomne 10. Hefte af Skrifternes naturvidenskabelige og mathematiske Afdelings 6. Række, VII. Bd.,

som hermed sluttes. Det indeholder: Emil Petersen, »Reaktionshastigheden ved Methylætherdannelsen».

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 1—39 opførte Skrifter.

---

2. Mødet den 25de Januar.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsen, samt 20 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Lütken, Christiansen, Krabbe, Warming, Meinert, Joh. Steenstrup, P. E. Müller, Bohr, Paulsen, Valentiner, Christensen, Kjeldahl, Boas, Chievitz, Prytz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Sekretæren.)

Professor Dr. Chr. Bohr forelagde følgende paa Universitetets fysiologiske Laboratorium udførte Arbejder.

1) cand. med., Assistent Joh. Bock: Om en ved Lyset fremkaldt Forandring af Methæmoglobinet;
2) cand. polyt., Assistent A. Jacobsen: Om de i Æther opløselige reducerende Substanser i Blod og Lever;
3) cand. med. F. Tobiesen: Bidrag til Læren om Blodets specifike Iltholdighed.

Dernæst forelagde Bestyrer af meteorologisk Institut A. Paulsen et Arbejde af Kaptajn Rung med Titlen: «*Répartition de la pression atmosphérique sur l'Océan Atlantique septentrional*» med følgende Bemærkninger:

Disse Isobarkort, der udvise Lufttrykkets Fordeling for hver Maaned over Atlanterhavets nordlige Del med tilgrænsende Kyster, ere udarbejdede paa Grundlag af de daglige synoptiske Vejrkort, der udgives af det danske meteorologiske Institut og deutsche Seewarte. Skibsobservationerne, hvis Antal beløber sig til 275479, skyldes fornemmelig tyske Skibe; for den nordligste Del af Atlanterhavet have tillige danske Skibe paa Sejlvejen til Island og Grønland samt norske Hvalfangerskibe ydet værdifulde

Observationer. Af de observerede Værdier for Lufttrykket bestemtes ved Interpolation Lufttrykket for hver Dag Kl. 8 Fm. paa 80 Skæringspunkter mellem Koordinater med en indbyrdes Afstand paa 5°, og heraf beregnedes de maanedlige Middelværdier for Perioden 1881—89, for hvilken de daglige synoptiske Vejrkort foreligge. Ved Hjælp af længere Observationsrækker fra faste Stationer paa Kysterne og Øerne i Atlanterhavet bleve Resultaterne reducerede til den 20aarige Periode 1870—89. For denne lange Periode er endvidere Middelværdien beregnet og indført paa Kortene for de faste Stationers Vedkommende.

Disse af Kaptajn Rung konstruerede Kort ere saaledes udarbejdede paa Grundlag af et særdeles righoldigt Materiale, og saavel paa Grund heraf som ogsaa ved Fremstillingsmaaden har Forfatteren skænket Meteorologien et Arbejde, hvis Værdi i betydelig Grad overgaar, hvad der hidtil er præsteret paa dette Omraade. Det er lykkedes at belyse Forhold, der ikke tidligere vare kendte; saaledes Floridastrømmens Indvirkning om Vinteren paa Fordelingen af Lufttrykket, hvorved de barometriske Depressioners Gang i disse Egne af Atlanterhavet paavirkes; det samme gælder ogsaa for Nordsøens Vedkommende. Depressionernes Fordeling efter Aarstiderne fra Havet over Landene og omvendt er paavist ikke alene for den skandinaviske og iberiske Halvøs Vedkommende, men ogsaa for Grønlands.

Bekostningerne til Udgivelsen af dette betydelige Værk ville ikke kunne bære sig selv; man maa derfor være Carlsberg-Fondet særdeles taknemmelig, fordi det har gjort det muligt for Kaptajn Rung at frembringe et Arbejde af stor Betydning for Jordklodens Fysik, og hvis Værd har vundet stor Anerkendelse af Udlandets videnskabelige Autoriteter.

Den naturvidenskabelige-mathematiske Klasse afgav sin Bedømmelse af den Besvarelse, der var indkommet af den i 1892 for det Classenske Legat udsatte Prisopgave, saalydende:

Det er overdraget Undertegnede at afgive Betænkning om

den til Selskabet indsendte og til Klassen afgivne Besvarelse af den i 1892 udsatte Prisopgave for det Classenske Legat, i hvilken der ønskedes «en paa nye, selvstændige og udstrakte Iagttagelser og Undersøgelser støttet Fremstilling af nogle af de almindeligere, i økonomisk Henseende værdifulde, nordeuropæiske Havfiskes Livsophold og almindelige Naturhistorie fra Udviklingen af Ægget, og indtil Udviklingen er helt afsluttet», med de Forhold for Øje, som ere fremsatte i Indledningen til Opgaven (Levemaade, Føde, Træk, Ynglested og Yngletid, Æglægning, Ynglens Udvikling, Opholdssteder, Vandringer og Levemaade i dens forskellige Aldre, dens Størrelse i de forskellige Livsperioder, de Fjender, der true dens Liv i hver af disse og i den voxne Alder o. s. v.).

Afhandlingen, der bærer Mottoet «Navigare necesse est», har til Titel «om vore Flynderfiskes Biologi og om vore Flynderfiskeriers Aftagen samt om Midlerne til at hindre denne og til at ophjælpe Flynderfiskerierne i Farvandene indenfor Skagen», foreligger i saakaldte «Udhængs-» eller Korrekturark, tæller 146 Sider og er ledsaget af 18 Tabeller samt af to stentrykte Tavler, som indeholde dels Konturfigurer, dels mere udførte Afbildninger af danske Flynder-Arters Unger paa tidlige Udviklingstrin. Det vil allerede ses af Titlen, at Afhandlingen for saa vidt skyder over Maalet, som den tildels beskæftiger sig med rent praktiske eller praktisk-videnskabelige Spørgsmaal, om Overfiskningen, dens Indflydelse paa Fiskebestanden i vort vigtigste Indhav, om Midlerne til at hæmme denne Opfiskning og derved afhjælpe det i Tilbagegang værende vigtige Flynderfiskeri o. s. v., og der er saaledes Dele af Afhandlingen, der falde udenfor den stillede Opgave og udenfor vor Bedømmelse. Havde det end — særligt i formel Henseende — været heldigere, om Besvarelsen havde holdt sig alene til Opgavens Ordlyd, bør den Omstændighed, at den gaar ud over denne, dog ikke paavirke Dommen til Forfatterens Skade, saafremt den ellers fyldestgør Opgaven, saa meget mere som der ved dennes Ud-

sættelse netop var tilsigtet at tilvejebringe et Materiale, der kunde have Betydning for Drøftelsen af Fiskeriforhold, Fiskerilovgivning o. s. v.

Forfatteren har taget Flynderfamilien (Pleuronectidæ) til sit Æmne og fremsætter efter udstrakte Iagttagelser og Undersøgelser, hvad han har set sig i Stand til at oplyse om de 15 Flynder-Arter, som kendes i vore Farvande indenfor Skagen. Det er dog væsentlig kun 6 af disse: Rødspætten, Skrubben, Isingen, Pig- og Slethvarren samt Tungen, hvis Forhold Forfatteren har oplyst, og af disse beskæftiger Afhandlingen sig atter særlig udførlig med vor i økonomisk Henseende vigtigste Flynder, Rødspætten; de ikke, eller ganske kort, omhandlede Arter ere alle smaa eller sjældne hos os. Særlig med Hensyn til Rødspætten er Undersøgelsen gennemført med fuldt Hensyn til de fleste i Opgaven og i dennes Indledning fremhævede Formaal, men ogsaa for de andre Arters Vedkommende bringer den ikke lidet af Interesse.

Der er paa et ikke uvigtigt Punkt, som Forfatteren selv udtaler, en Divergens mellem de Resultater, som han har troet at kunne udlede af sine tildels negative Iagttagelser, og de mere positive, som andre have meddelt, en Divergens, som det maa haabes, at fortsatte Undersøgelser ville kunne hæve. Den temmelig affejende Dom, som Forfatteren som Følge af denne Divergens har troet at kunne fælde over en af sine Forgængeres Udtalelser i Sagen, er ikke tilstrækkelig motiveret, og vi kunne derfor ikke billige den. Hovedsagen bliver dog, at Forfatteren har opstillet en Række selvstændige Iagttagelser over det givne Æmne, saaledes som Opgaven fordrede det, og vi indstille derfor ærbødigst til Klassen og Selskabet, at Besvarelsen honoreres med 400 Kr.

København, den 25. Januar 1895.

Chr. Lütken. J. E. V. Boas. William Sørensen.
Affatter.

I Henhold til denne Bedømmelse besluttede Selskabet at belønne Afhandlingen med 400 Kr. af det Classenske Legat. Ved Navnesedlens Aabning viste Forfatteren sig at være Dr. C. G. Joh. Petersen, Forstander for den danske biologiske Station.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 40—66 opførte Skrifter.

---

3. Mødet den 8de Februar.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsregenten samt 26 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Holm, Lütken, S. M. Jørgensen, Christiansen, Krabbe, Wimmer, Warming, Thiele, Joh. Steenstrup, A. D. Jørgensen, Heiberg, Høffding, P. E. Müller, Bohr, Gram, Valentiner, Fridericia, Christensen, Prytz, Sørensen, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Siden forrige Møde var Selskabets udenlandske Medlem, Professor Arthur Cayley, afgaaet ved Døden den 28. Januar d. A. Han var optagen i den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse den 5. December 1873.

Professor Dr. J. L. Heiberg holdt et Foredrag om Overleveringen af Euklids Optik. Et Udtog af dette Foredrag vil blive optaget i Oversigten for i Aar (se S. 117—131).

Klasserne forelagde Forslag til Prisopgaver for 1895. I Henhold til disse Forslag vedtog Selskabet at stille de nedenanførte Prisopgaver og for disses Besvarelse at udsætte de tiltilføjede Belønninger.

Prisopgaver for 1895.

Den historisk-filosofiske Klasse.

Historisk Prisopgave.

Tidligere udsat 1892.

(Pris: Selskabets Guldmedaille.)

Norges statsretslige Forhold til Danmark i Tiden 1536—1660 har hidtil ikke været gjort til Genstand for en dyberegaaende Undersøgelse, skønt en saadan vilde være meget ønskelig til Belysning af de forenede Rigers og Norges særlige Historie i dette Tidsrum. Undersøgelsen maatte gøre Rede for, i hvilket Omfang skrevne Aktstykker danne Grundlaget for Norges forfatningsmæssige Forhold og paavise Haandfæstningernes Betydning; den maatte belyse Norges Stilling som Arv- eller Valgrige og den Opfattelse heraf, som til forskellige Tider gjordes gældende, Hyldingernes Betydning og Kongernes Myndighed overfor Norge. Af andre Forhold, som en Besvarelse maatte omfatte, kan nævnes det danske Rigsraads Indflydelse paa Norges Anliggender, de øverste Statsmyndigheder i Norge, som Statholder og Kansler, og disses Forhold til Kongedømmet, samt de saakaldte norske Herredage; desuden maatte de norske Stændermøders statsretlige Betydning undersøges. Af Landets øvrige Styrelse maatte saadanne Forhold medtages, som vilde være i Stand til at belyse Norges Stilling til Danmark.

Da Videnskabernes Selskab kunde ønske at fremkalde en Besvarelse af dette Spørgsmaal, hvortil der i de offentliggjorte Aktstykker og i Arkiverne findes et rigeligt Materiale, udsætter det sin Guldmedaille som Belønning for

en indgaaende Undersøgelse af Norges statsretlige Stilling til Danmark i Tiden fra 1536 til 1660.

Filosofisk Prisopgave.

(Pris: Selskabets Guldmedaille.)

Medens der i de sidste tyve Aar er bleven ført en omfattende Diskussion angaaende Ethikens almindelige Forudsætninger, og medens ogsaa den Del af Ethiken, der angaar de sociale Forhold og Opgaver, er bleven drøftet fra flere Sider, dels inden for Filosofien, dels inden for Nationaløkonomien og Sociologien, er det ikke i samme Grad blevet undersøgt, hvilken Betydning Individualitetsforskelligheder kunne have ved Opstillingen og Anvendelsen af de ethiske Normer, eller hvorledes og hvor vidt der i det Hele kan gives begrundede Normer for det enkelte Individs Livsførelse bortset fra dem, der følge af Individets Forhold til de øvrige Medlemmer af Samfundet. Da en Besvarelse af disse Spørgsmaal vil være af Vigtighed baade med Hensyn til Ethikens videnskabelige Gennemførelse og med Hensyn til dens praktiske Betydning, udsætter Selskabet følgende Opgave:

> Hvor vidt kan der for det enkelte Individ i Samfundet opstilles Normer for Handling, som udledes af Individets egen ejendommelige Natur, og hvorledes forholde saadanne Normer — hvis de ere mulige — sig til de Normer, der findes, naar man gaar ud fra Samfundet som Helhed?

Den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.

Kemisk Prisopgave.

Tidligere udsat 1893.

(Pris: Selskabets Guldmedaille.)

Trods de mange Arbejder, der i de sidste Aartier ere udførte paa den organiske Syntheses Omraade og de mange Methoder, man med Held har benyttet i Synthesens Tjeneste, findes der dog endnu Fremgangsmaader, der kun have faaet

forholdsvis ringe Anvendelse. Dette er saaledes Tilfældet med Elektrolysens Anvendelse til Fremstilling af organiske Forbindelser. Siden Kolbe's Undersøgelse i 1849 over Elektrolysen af nogle fede Syrers Kaliumsalte er der kun udrettet forholdsvis lidt paa dette Omraade, og de af Kekulé og andre paabegyndte Undersøgelser i lignende Retning ere ikke blevne førte synderlig videre.

Saadanne Arbejder kunne nutildags anstilles med større Lethed, da man paa Grund af Elektroteknikens store Fremskridt vil kunne frembringe bedre og bekvemmere Elektricitetskilder og Maaleapparater, hvorved Forsøgsbetingelserne kunne varieres og kontrolleres med saameget større Nøjagtighed, ligesom ogsaa den udvidede Kendskab til de organiske Forbindelsers Konstitution og Egenskaber vil lette Undersøgelsen af de ved Elektrolysen dannede Produkter. Da en fortsat Undersøgelse paa de nævnte Omraader maa antages at kunne give interessante og betydningsfulde Resultater, udsætter Selskabet sin Guldmedaille som Belønning for en Række elektrolytiske Forsøg med organiske Stoffer, idet der særlig ønskes en Undersøgelse over den elektriske Strøms Virkning paa Salte af en samlet Række saavel enbasiske som tobasiske Syrer af de fede Legemers Gruppe og af den aromatiske Række (eventuelt af Pyridinrækken) og en nøjagtig Bestemmelse af de ved denne Elektrolyse dannede Produkter. Hvor der til samme Led i Rækken svarer flere isomere Syrer, og hvor disse isomere ere nogenlunde tilgængelige, ønskes der Oplysning om de forskellige isomeres Forhold ved Elektrolysen og om de Produkter, som de herved give. Undersøgelsen maa anstilles med Strømme af forskellig, men bestemt Styrke og paa Opløsninger af forskellig, men bestemt Koncentration, og det maa i hvert enkelt Tilfælde oplyses, hvilke Hovedprodukter, der dannes, og hvilke sekundære Reaktioner, der indtræde.

Mathematisk Prisopgave.

(Pris: Selskabets Guldmedaille.)

Trods de store Fremskridt, den nyere Tid har bragt paa Algebraens Omraade, befinder man sig dog overfor Spørgsmaalet om den algebraiske Opløselighed af en vilkaarlig forelagt Ligning, hvis Oprindelse ikke kendes, endnu, naar Ligninger, der kunne løses ved Kvadratrod, undtages, i det væsentlige paa samme Standpunkt som ved Aarhundredets Begyndelse. Der er dog næppe Tvivl om, at den Udvikling, som Algebraen i Mellemtiden har faaet, vil kunne sætte os i Stand til at gaa et Skridt videre og i det mindste i nogle Tilfælde give nye Midler til at afgøre, om en given Ligning er indbefattet under dem, der kunne løses ved Roduddragning.

For at fremkalde Undersøgelser i den antydede Retning udsætter Selskabet sin Guldmedaille for en Afhandling, som maatte give nye Bidrag af Betydning til Besvarelsen af følgende Opgave:

> At angive de Kriterier, som ere nødvendige og tilstrækkelige til at afgøre, om en algebraisk Ligning med givne numeriske Koefficienter henhører til de Abelske Ligningers Klasse eller ikke.

For det Classenske Legat.

I.

Tidligere udsat 1893.

(Pris: 400 Kr.)

Medens de senere Aaringer som bekendt have bragt udførlige Meddelelser om de skadelige Museformers (*Mus-* og *Arvicola*-Arters) Liv og Virksomhed i Skoven, mangler derimod i høj Grad nyere Data om Musenes Liv paa Marken og om den Skade, de gøre her. Synes denne Skade end i nyere Tid

at være betydelig mindre end i ældre, saa er der dog Grund til at antage, at Musene ogsaa i vor Tid og i vort Land tage en ikke ubetydelig Del af Markens Udbytte, hvorfor det nøje Kendskab til deres Livsforhold har stor praktisk Interesse.

Selskabet udsætter derfor en Pris af 400 Kr. for nye selvstændige Studier,

1) der oplyse, hvilke Arter af *Mus* og *Arvicola* der gøre Skade paa vore Marker;
2) der bringe udførlige Iagttagelser over disse Arters Biologi og navnlig
3) over hvad de fortære paa Marken til forskellige Aarstider.

II.

(Pris: indtil 600 Kr.)

Den ejendommelige Konsistens, som den naturlige Muld ved sin smuldrende Beskaffenhed har tilfælles med den bearbejdede Have- og Agerjord, er bleven tilskreven forskellige Faktorer. Medens nogle Forskere deri hovedsagelig se en Virkning af Jordskorpens animale Liv, anse andre den som frembragt ved de Mikroorganismer, der indlede og befordre de organiske Resters Dekomposition i Jorden; atter andre betragte Smuldringen som Resultat af en fysisk Proces, der bestaar i de fine Jordpartiklers Agglomeration i vandige Opløsninger af Salte, eller man tilskriver den Vandets og Temperaturvexelens Indflydelse. Ved en Undersøgelse af dette Forhold i dyrket (bearbejdet og gødet) Jord har det sin Vanskelighed at se bort fra Virkningen af de udførte Kulturarbeider, medens Jordskorpen paa den naturlige Muldbund i Skove, permanente Græsjorder og lignende Lokaliteter stiller en klarere Forstaaelse af Fænomenet i Udsigt.

Da Aarsagen til den muldede Jordskorpes Konsistens saaledes endnu synes meget uklar, og da den smuldrende Beskaffenhed staar i nøje Forbindelse med Jordens Frugtbarhed, har

Forstaaelsen af dette Forhold, foruden den theoretiske, en stor praktisk Betydning.

Selskabet udsætter derfor af det Classenske Legat en Pris af indtil 600 Kr. for et væsenligt Bidrag til Forstaaelsen af det omhandlede Fænomen. Besvarelsen maa omfatte saavel en kritisk Bearbejdelse af de vigtigste herhen hørende og i Litteraturen optagne Iagttagelser og Theorier som en selvstændig Undersøgelse af Smuldrings-Fænomenet i naturlig Muldbund paa sandede og lerede Jorder.

For det Thottske Legat.

(Pris: 400 Kr.)

Medens der i den nyere Tid er udført forskellige Undersøgelser vedrørende de ved Mælkesyregæringen virksomme Bakterier, savnes der endnu nøjagtige Oplysninger om, hvilke Stoffer der foruden Mælkesyre dannes ved denne Gæring, og om den Mængde, hvori disse optræde. Da det vil være af megen praktisk Interesse, særlig for Mejeridriften, at der tilvejebringes saadanne Oplysninger, udsætter Selskabet en Belønning paa 400 Kr. af det Thottske Legat for

> et Arbejde, der paaviser, hvilke Forbindelser der under Indflydelse af bestemte, nærmere karakteriserede Bakterier dannes ved Mælkesyregæringen, foruden Mælkesyren selv, og saa vidt muligt angiver de Mængdeforhold, hvori disse Forbindelser opstaa. De ved Gæringen udviklede Luftarter maa ligeledes nærmere bestemmes.

Besvarelserne af Spørgsmaalene kunne være affattede i det danske, svenske, engelske, tyske, franske eller latinske Sprog. Afhandlingerne, der maa være tydelig skrevne, betegnes ikke med Forfatterens Navn, men med et Motto, og ledsages af

en forseglet Seddel, der indeholder Forfatterens Navn, Stand og Bopæl, og som bærer samme Motto. Intet af Selskabets indenlandske Medlemmer kan konkurrere til nogen af de udsatte Præmier. Belønningen for den fyldestgørende Besvarelse af et af de fremsatte Spørgsmaal, for hvilket ingen anden Pris er nævnt, er Selskabets Guldmedaille af 320 Kroners Værdi.

Prisbesvarelserne indsendes inden Udgangen af Oktober Maaned 1896 til Selskabets Sekretær, Professor, Dr. **H. G. Zeuthen.** Bedømmelsen falder i den paafølgende Februar, hvorefter Forfatterne kunne faa deres Besvarelser tilbage.

Fra det til Bedømmelse af Cand. med. F. Tobiesens Afhandling nedsatte Udvalg (Bohr, Salomonsen) var indkommen følgende Betænkning:

Den af Hr. cand. med. F. Tobiesen til Selskabet indsendte Afhandling: Undersøgelser over Blodets specifike Iltholdighed indeholder foruden en Konstatering af de angaaende dette Spørgsmaal allerede tidligere vundne Resultater, en Række Iagttagelser, der paa flere Punkter udvider vor Kundskab paa det omhandlede Omraade. Navnlig har Forf. udstrakt Undersøgelserne over Veneblodets specifike Iltholdighed, der hidtil kun vare foretagne for Muskelveneblodets Vedkommende, til Blodet fra forskellige Kargebeter; han undersøger saaledes samtidig tagne Prøver af Blodet fra vena femoralis, fra vena cava over Indmundingsstedet af Levervenen og fra højre Hjærte, og sammenligner hermed Blodet fra Arterierne. Han har herved opnaaet i det væsentlige at løse Spørgsmaalet, om paa hvilket Sted i Organismen Omskiftningen finder Sted fra den specifike Iltholdighed, der træffes i Veneblodet, til den, der findes i Arterieblodet.

Forf.'s Forsøg angaa saavel den normale Tilstand som Forholdene efter Indgreb af forskellig Art, saaledes som Aareladning, Indaanding af ren Ilt og Injektion af febervækkende Midler, og

de nye Oplysninger Forf. ved sine talrige Forsøg har skaffet tilveje, forekommer os af saa megen Værdi for Blodets Rolle under Respirationen, at vi tillade os at anbefale, at hans Afhandling optages i Selskabets Publikationer.

København den 8. Februar 1895.

Christian Bohr. Carl Jul. Salomonsen.
Affatter.

I Henhold hertil besluttede Selskabet, at Afhandlingen maatte blive optagen i Oversigten paa fransk (se S. 81—116).

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 67—108 opførte Skrifter, deriblandt en privat Gave fra Selskabets udenlandske Medlem, Professor V. C. Brögger, Kristiania.

---

4. Mødet den 22de Februar.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsen samt 32 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Holm, S. M. Jørgensen, Fausbøll, Krabbe, Wimmer, Jul. Lange, Topsøe, Warming, Jul. Petersen, Thiele, Meinert, Goos, Joh. Steenstrup, Nellemann, A. D. Jørgensen, Høffding, P. E. Müller, Paulsen, Erslev, Fridericia, Verner, Christensen, Kjeldahl, Salomonsen, H. Møller, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Professor Dr. E. Holm holdt et Foredrag om Kong Frederik II af Preussen og den danske Dronning Juliane Marie.

Efter at have omtalt den Berøring, der fra tidligere Tid havde været mellem dem som Svoger og Svigerinde, dvælede han fornemmelig ved de Breve fra den preussiske Konge til Dronningen, der findes i Rigsarkivet, og, 242 i Tallet, omspænde Tiden fra 25. April 1772 til 29. Maj 1786; han fremhævede, hvorledes Brevvexlingen, efter disse at slutte, vistnok fortrinsvis

har haft en politisk Karakter, men tillige bære Præg af, at Kongen har fundet en personlig Tilfredsstillelse ved at korrespondere med Juliane Marie og næret Velvilje imod hende. Fremdeles paaviste han, hvorledes forskellige Sider af vort Fødelands Historie i den saakaldte Guldbergske Tid have været stærkt paa Tale i denne Brevvexling, baade Spændingen med England efter 17. Jan. i Anledning af Caroline Mathildes Fængsling og Skilsmisse fra Christian VII, Forholdet til Gustav III efter hans Statskup den 19. Aug. 1772, Bernstorffs Afskedigelse 1780, Kronprinsens paatænkte Forlovelse overensstemmende med Frederik II's Ønsker og dennes Advarsler til Juliane Marie mod formentlige Fjender. Ogsaa omtaltes det, hvorledes der i Frederik den stores uforbeholdne Kritik af andre europæiske Staters Styrelse indeholdtes interessante Træk, og hvorledes Brevene, efter at Juliane Marie, ved Regeringsforandringen 14. April 1784, var fortrængt fra al politisk Indflydelse, vistnok tabte deres Betydning i politisk-historisk Henseende, men til Vederlag frembyder den Interesse, at de vidne om, at den preussiske Konge bevarede sit Venskab for Dronningen til det sidste.

Derefter gav Bestyrer af meteorologisk Institut, A. Paulsen en Meddelelse om Jordrystelser i København, fremkomne ved Forplantelsen af de stærke Jordskælv paa Balkanhalvøen i April og Juli f. A.

Disse Rystelser ere paaviste ved de magnetiske Kurver, paa hvilke ogsaa de i Beretningerne omtalte stærke Stød kunne paapeges. Af Observationerne paa det herværende Observatorium fremgaar det, at Jordskælvsbølgen har forplantet sig med en Hastighed af 3,4 Kilometer i Sekundet. Lignende Iagttagelser ere gjorte af Observatorierne i Potsdam, Wilhelmshafen, Parc St. Maur (Paris), Kew (London), Pawlowsk (St. Petersborg) og flere andre Steder. Middelværdien af Jordskælvsbølgens Hastighed beregnet af Observationer fra 8 forskellige Observatorier

er 3,42 Kil. Denne Hastighed er meget nær den samme som den, Fouquet har fundet for Lydens Hastighed i Granit, nemlig 3,1 Km., en Værdi, der dog maa antages at vexle noget efter Granittens Beskaffenhed. De store Afstande, hvori disse Rystelser have kunnet spores, vise, at Jordskælvene maa have frembragt store Rystelser i de dybere Lag af Jordskorpen, gennem hvilke Jordskælvsbølgen ene kan forstaas at have forplantet sig. Dette fremgaar ogsaa af den Omstændighed, at Rystelserne ere bemærkede baade i England og paa Sælland, der ved Havet ere adskilte fra det europæiske Fastland.

Fra det Udvalg, som var nedsat angaaende Royal Society's Forslag om Samvirken mellem de videnskabelige Selskaber ved den fortsatte Udgivelse af Catalogue of scientific Papers (Overs. 1894, S. 46), var indkommen følgende Betænkning:

Videnskabernes Selskab har ved Skrivelse af 5. April 1894 anmodet os medundertegnede Holm, Jørgensen og Christiansen om at overveje et Forslag fra The Royal Society om et internationalt Katalogarbejde over alle efter Aaret 1900 udkommende Afhandlinger og Skrifter, vedrørende, hvad Englænderne forstaa ved sciences, d. v. s. mathematisk-naturvidenskabelige og statistisk-økonomiske Arbejder, ligesom Videnskabernes Selskab ogsaa har ønsket, at vi skulle stille Forslag til et Svar til det nævnte engelske Selskab.

Efter at vi i Haab om Videnskabernes Selskabs Approbation havde forstærket os med en Repræsentant for de naturhistoriske Videnskaber, nemlig Professor Lütken, have vi overvejet den her omhandlede Sag, og holdende os til Hovedpunkterne i det tilsendte engelske Forslag, mene vi, at der kan svares, at man maa anse et Katalogarbejde som det ovennævnte for at kunne være til megen Nytte, og at man ogsaa her fra Danmark er rede til at yde sin Hjælp til, at det kan komme i Stand.

Vi antage, at en Fortegnelse over, hvad der hos os ud-

kommer paa det mathematisk-naturvidenskabelige og det økonomisk-statistiske Omraade, dels som Afhandlinger i periodiske Skrifter, dels som selvstændige Arbejder, bedst vil kunne redigeres af en af Funktionærerne enten ved det store kongelige Bibliothek eller ved Universitetsbiblioteket, og at det saaledes indsamlede Materiale, dels ordnet efter Forfatternes Navne, dels grupperet efter Indholdet i passende Afdelinger, herfra bør sendes til Centralbureauet i London i trykkefærdig Stand. Medens Titlerne bør gives paa Dansk, vil det være naturligt, at de kortfattede Oplysninger, der gives om Indholdet, affattes enten paa Engelsk eller paa Fransk.

Det forekommer os dernæst rigtigst, at Videnskabernes Selskab nedsætter en Komité, der kontrollerer det Katalogarbejde, som saaledes udføres, og tillige holder Forbindelse med Centralbureauet i London. For saavidt endelig The Royal Society tillige ønsker Meddelelse om den Understøttelse af materiel Natur, der herfra kan ydes ved Udgivelsen af Katalogarbejdet, maa Svaret efter vor Mening blive, at man kan yde den ved Subskription af visse Exemplarer, men at det tillige tør antages, at dels nogle offentlige Institutioner ville subskribere paa det fuldstændige Katalog, dels at enkelte Dele af dette ville finde Afsætning til saadanne Institutioner, for hvem visse Sider af Katalogen har særlig Interesse.

Da Udførelsen af den Del af Katalogarbejdet, som skal finde Sted her hjemme, selvfølgelig vil volde Udgifter, om end næppe særdeles store, have ifølge Komiteens Beslutning medundertegnede Holm og Jørgensen forebragt for Carlsbergfondets Direktion, om ikke dette Fond vilde paatage sig at udrede, hvad der maatte behøves af Penge til det nævnte Øjemed, og Direktionen har svaret, at Fondet er villigt til at yde den nødvendige aarlige Sum, dog under Forudsætning af, at Udgifterne kun ville naa et rimeligt Beløb.

København den 6. Februar 1895.

E. Holm. S. M. Jørgensen.
Chr. Lütken. C. Christiansen.

Selskabet gik ind paa at tilbyde Royal Society den i denne Betænkning foreslaaede Medvirken; til paa Selskabets Vegne at lede denne valgtes i næste Møde et Udvalg, der kom til at bestaa af Professorerne Lütken, Zeuthen, Jørgensen, Christiansen, Warming.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 109—137 opførte Skrifter, deriblandt private Gaver fra Selskabets udenlandske Medlemmer J. C. Agardh i Lund og D. Bierens de Haan i Leiden, samt Fyrst Albert I af Monaco.

---

5. Mødet den 8de Marts.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsen samt 18 Medlemmer nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Holm, S. M. Jørgensen, Christiansen, Krabbe, Thiele, Meinert, Joh. Steenstrup, Høffding, P. E. Müller, Bohr, Paulsen, Valentiner, Prytz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Sekretæren.)

Siden forrige Møde er Selskabets udenlandske Medlem, Sir Henry Rawlinson, London, afgaaet ved Døden den 5. Marts. Han var optagen i den historisk-filosofiske Klasse den 17. April 1868.

Lærer ved Officersskolen Dr. phil. H. Valentiner gav en Meddelelse om Grundlaget for Maxwell's og Lorenz's elektromagnetiske Lystheorier, hvori det paavistes, at disse Theorier hvile paa et forskelligt Grundlag, uagtet de Resultater, hvortil de høre, ere identiske.

Derefter gav Bestyreren af Meteorologisk Institut, Adam Paulsen en Meddelelse om Skydannelse ved Nordlys. Alle

Iagttagelser fra arktiske Egne tyde paa et Sammenhæng mellem Skyer og Nordlys, hvad man hidtil ikke har været i Stand til at forklare. Om Aftenen ses ofte Skyer af Form som Nordlysbuer, som ved Skumringens Tiltagen lidt efter lidt synes at gaa over til at blive Nordlys. Nordlys, der vise sig i Morgendæmringen synes ofte at gaa over til at blive Skyer, efterhaanden som Dagslyset tiltager. Efter et Nordlys er Himlen ofte bedækket af ejendommelige smaa Skyer, der ere ordnede som Nordlysets Buer. Ved Fuldmaanens Skin, der er langt stærkere end Nordlysets, ser dette ud, som om det kun var synligt ved Maanens Lys, og det er ofte umuligt at adskille Nordlystaager fra almindelige Taager og Skyer. Man kan i saa Fald ikke erkende, at Fænomenet er selvlysende. I mørke Nætter optræde Nordlysene ofte som lysende Skyer, Mellemrummene mellem Buerne er som oftest opfyldt af en lysende Taage. Er Nordlyset et Fænomen, der fremkommer ved Kathodestraalers Absorption af Atmosfæren, maa dette nødvendigvis give Anledning til de omtalte Fænomener; Kathodestraalernes Indsugning af Luften frembringer nemlig en stærk Udvikling af Ozon, der i ganske særlig Grad frembringer en Fortætning af Vanddampene. Nordlyset frembringer altsaa Skyer eller Taager, og ved Dags- eller Maanelyset ser man derfor kun det Skylag, hvori Nordlyset ved sin Frembringelse af Ozon selv indhyller sig. Da Luften i de store Højder, hvori Nordlyset i Almindelighed forekommer, maa anses for at være absolut fri for Støv, kunne dens Vanddampe i Almindelighed ikke fortættes, og Luften kan derfor indeholde en i Forhold til dens lave Temperatur overordentlig stor Mængde Damp, der øjeblikkelig fortættes ved Ozonets Udvikling.

Kassekommissionen forelagde det reviderede og decide rede Regnskab for 1894, hvorover en Oversigt findes trykt S. 34—36.

Oversigt over Regnskabet for Aaret 1894.

	Kr.	Ø.	Kr.	Ø.
Indtægt.				
1. Kassebeholdning ved Aarets Begyndelse:				
a. Rede Penge	1913	28		
b. Det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag	2936	47		
c. To Guldmedailler	640	"		
d. To Sølvmedailler	25	"	5514	75
2. Renter og Udbytte af Aktier og Obligationer:				
a. 125700 Kr. Husejer Kreditkasse-Oblig. à 4 %	5028	"		
83200 Kr. Østifternes Kreditforen.-Oblig. à 4 %	3328	"		
15000 Kr. Jydske Landejend. Kreditf.-Obl. à 4 %	600	"		
b. Rente af Prioritets-Oblig. (72000 Kr.) à 4 %	2880	"		
c. 600 Kr. Nationalb.-Aktier, Udbytte à 6,8 %	40	80	11876	80
3. Godtgørelse for Kontorleje	....	..	1600	"
4. Bidrag i Følge testament. Bestemmelse:				
a. Til Præmier:				
fra det Classenske Fideikommis	400	"		
Etatsraad Schous og Hustrus Legat	100	"		
b. Til videnskabelige Formaals Fremme:				
det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag	1909	04	2409	04
5. For Salg af Selskabets Skrifter	....	..	309	50
6. Rente af Indlaan i Landmandsbanken	....	..	159	74
7. Tilfældige Indtægter:				
Udtrukket Amortisable Statsobligationer	1600	"		
— 2 Oblig. à 1000 Kr. af Østift. Kreditf.	2000	"	3600	"
Samlet Indtægt	....	..	25469	83

Oversigt over Regnskabet for Aaret 1894.

	Kr.	Ø.	Kr.	Ø.
Udgift.				
1. Selskabets Bestyrelse:				
a. Løn til Embedsmænd, Medhjælp til Sekretariatet og Arkivet, samt Budet	3600	"		
b. Gratifikationer	446	98		
c. Brændsel	53	"		
d. Belysning	47	25		
e. Kontorudgifter	804	79		
f. Porto	471	83		
g. Kontorleje og Brandforsikring	1780	75		
			7204	60
2. Til Selskabets Forlagsskrifter:				
a. Af Selskabets Midler:	Kr.	Øre		
α. Trykning af Oversigterne	2126	58		
Disses Hæftning	358	58		
Oversættelser paa Fransk	321	90		
Kobberstik, Lithografi, Træsnit	298	75		
			3105	81
β. Trykning af Skrifterne	844	35		
Disses Hæftning	62	10		
Oversættelser paa Fransk	"	"		
Kobberstik, Lithografi, Træsnit	10	50		
			916	95
γ. Papirkøb			865	54
δ. Ordbogen			150	"
ε. Oplaget af Selskabets Skrifter			"	"
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag:				
Regesta diplomatica			2100	"
			7138	30
3. Til anden Virksomhed ved Selskabets Medlemmer:				
a. Af Selskabets Midler:	Kr.	Øre		
α. Til Udgivelse af Skrifter	"	"		
β. Til andre videnskabelige Arbejder	"	"		
			"	"
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag			"	"
Til Raadighed			"	"
			"	"
Lateris			14342	90

Oversigt over Regnskabet for Aaret 1894.

Udgift.	Kr.	Ø.	Kr.	Ø.
Transport . . .	. . . .	. .	14342	90
4. Understøttelse til Skrifters Udgivelse og videnskabelige Arbejder af Ikke-Medlemmer:				
a. Af Selskabets Midler	"	"		
Til Raadighed	"	"		
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag:				
α. Til Udgivelsen af en Katalog over den danske Litteratur ved Justitsraad Bruun. Bevilget den 17. Novbr. 1865 Subskription paa 50 Ex. med indtil 4000 Kr. Af Resten 658 Kr. 78 Ø. er brugt: Kr. Ore " "	. . . .	. .	165	"
β. Til Udgivelsen af J. C. Espersens Ordbog bevilget den 17. Decbr. 1875 2400 Kr., til V. Holms Supplement til samme bevilget den 27. Febr. 1880 500 Kr. og til Afslutning af Ordbogen bevilget den 15. Maj 1891 1100 Kr. Til Rest 1283 Kr. 77 Ø. . . . . " "				
γ. Til Raadighed . . . . . " "				
	"	"		
5. Pengepræmier og Medailler:				
a. Præmie af Legaterne:				
fra det Classenske Fideikommis	"	"		
Etatsraad Schous og Hustrus	"	"		
b. Af Selskabets Kasse (derunder Renten af det Thottske Legat):				
1 Guldmedaille	320	"		
1 Sølvmedaille	12	50		
			332	50
6. Tilfældige Udgifter:				
Til Bohave og Istandsættelser	. . . .	. .	46	69
7. Indkøb af Obligationer	. . . .	. .	3635	31
8. Kassebeholdning ved Aarets Slutning:				
a. Rede Penge	4034	42		
b. Det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag . . .	2580	51		
c. 1 Guldmedaille	320	"		
d. 1 Sølvmedaille	12	50		
			6947	43
Samlet Udgift . . .	. . . .	. .	25469	83

Direktionen for Carlsbergfondet forelagde nedenstaaende Beretning for 1893—94.

Beretning for 1893—94, afgiven af Direktionen for Carlsbergfondet.

I Henhold til det i Statuterne for Carlsbergfondet § X indeholdte Paalæg undlader Direktionen for dette Fond ikke herved at indsende til det kongelige Danske Videnskabernes Selskab Beretning om Virksomheden i Aaret 1893—94.

I.

Hvad for det første Carlsberg Laboratoriet vedrører, skal følgende meddeles:

1. Laboratoriets Lokaler og Inventarium.

Lokalerne i det ældre Laboratorium have i Aar ikke trængt til væsentligere Reparationer.

Byggearbejdet ved det nye Laboratorium er naaet saa vidt, som der efter Planen skulde naaes i Aar, idet saavel Hovedbygningen som Forstanderboligerne ere bragte under Tag.

Til Anskaffelse af nye og Reparation af ældre Instrumenter og Apparater samt til Inventarium af forskjellig Slags er medgaaet omtrent 1800 Kr. Af større Anskaffelser kan nævnes et Mikroskop til omtrent 400 Kr.

Til Bøger er udgivet 380 Kr. 27 Øre. Samtidig er Bogsamlingen ogsaa i Aar bleven forøget ved flere Gaver.

2. Laboratoriets Personale.

Af de ved Aarets Begyndelse ansatte Assistenter fratraadte Hr. Olsen sin Plads som extraordinær Assistent ved den chemiske Afdeling 1. Sept. 1894. I hans Sted ansattes fra samme Datum Hr. cand. polyt. N. Hjelte Claussen. I den physiologiske Afdeling ansattes Hr. cand. polyt. H. Schiønning som extraordinær Assistent fra 1. Januar 1894. Herefter vare ved Regnskabsaarets Slutning Hr. Jessen-Hansen og Hr. Claus-

sen Assistenter i den chemiske, Hr. Kløcker og Hr. Schiønning Assistenter i den physiologiske Afdeling af Laboratoriet.

3. Laboratoriets Udgift

har udgjort 25443 Kr. 77 Øre, nemlig:

1.	Lønning til Forstanderne: Professor Kjeldahl 5400 Kr., Huslejegodtgjørelse 1000 Kr.; Professor Hansen efter Statuterne 4400 Kr., extraordinært Tillæg 800 Kr.	11600 Kr.	» Ø.
2.	Lønning til Assistenterne: Hr. Jessen-Hansen 1649 Kr. 94 Ø., Huslejegodtgjørelse 400 Kr.; Hr. Kløcker 1633 Kr. 28 Ø., Huslejegodtgjørelse 400 Kr.; Hr. Olsen (for 11 Maaneder) 1216 Kr. 62 Ø.; Hr. Schiønning (for 9 Maaneder) 900 Kr.; Hr. Claussen (for 1 Maaned) 100 Kr.	6299 -	84 -
3.	Lønning til 2 Karle, for hver 1000 Kr. Extraordinært Tillæg til P. Andersen 100 Kr.	2100 -	» -
4.	Inventarium og Forbrug	4270 -	» -
5.	Udgivelse af «Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet»	1026 -	38 -
6.	Extraordinære Udgifter	147 -	55 -
	Ialt . . .	25443 Kr.	77 Ø.

Med Hensyn til Posterne 1 og 3 findes Henvisningerne samlede i Beretningen for 1892—93. Hvad angaar Post 2, bemærkes, at Assistenternes Lønningsforhold efter Indstilling af Bestyrelsen ved Direktionsskrivelse af 6. Dec. 1893 ere ordnede saaledes, fra 1. Oktbr. 1893 at regne, at de ordinære Assistenter lønnes med 1500 Kr. aarlig, efter 2 Aars Tjeneste med 1700 Kr., efter 4 Aars med 1900 Kr. og efter 5 Aars med 2000 Kr.; at de extraordinære Assistenter lønnes med 1200 Kr., efter 2 Aars Tjeneste med 1400 Kr., efter 3 Aars Tjeneste med 1500 Kr., samt at der tillægges begge de nuværende faste Assistenter hver en Huslejegodtgjørelse af 400 Kr.

Af «Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet» udkom 3dje Binds 3dje Hefte i Juli 1894. Det indeholdt $4^5/_8$ Ark dansk Text og $2^5/_8$ Ark fransk Résumé. Oplaget var paa 550 Exemplarer, foruden 100 Aftryk af Résuméen. Omtrent 200 Exemplarer ere uddelte til Videnskabsmænd, Bibliotheker o. l. herhjemme og i Udlandet.

4. Laboratoriets Virksomhed.

Den chemiske Afdeling.

Professor Kjeldahl har afsluttet den i forrige Beretning omtalte Revision af Sukkerarternes Reduktionsconstanter og fortsat den med en Undersøgelse af Produkterne af Sukkerets Iltning ved alkaliske Kobberopløsninger. Hovedresultatet af disse Arbejder er forelagt Videnskabernes Selskab 27. April 1894, medens en udførlig Redegjørelse for hele Undersøgelsen i en nær Fremtid kan ventes offentliggjort i «Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet».

Hr. Olsen har staaet Professor Kjeldahl bi ved hans Arbejder. Hr. Claussen har i den ene Maaned, han har været ansat ved Laboratoriet, været sysselsat med Øvelsesarbejder. Hr. Jessen-Hansen har fortsat de i forrige Beretning omtalte Undersøgelser.

Den physiologiske Afdeling.

Professor Hansen har fortsat sine Studier over Eddikesyrebakterierne (se Meddelelsernes 3dje Binds 3dje Hefte) og over Lovene for Variationer af forskjellige Mikroorganismer samt paabegyndt et Arbejde over Saccharomyceternes Systematik.

Resultaterne af Hr. Kløckers Arbejde over Sporeundersøgelsernes Technik for Saccharomyceterne ere allerede optagne i Hr. Nielsens Afhandling i «Meddelelsernes» 3dje Binds 3dje Hefte. Desuden har Hr. Kløcker prøvet nye Methoder til Farvning af Bakteriernes Cilier. En Undersøgelse af ham over forskjellige Saccharomyceter vil blive offentliggjort i det Hefte af «Meddelelserne», som er under Forberedelse.

Hr. Schiønning har sat sig ind i Laboratoriets Arbejdsmethoder og gaaet Professor Hansen og Hr. Kløcker tilhaande.

II.

Under Fondets Afdeling B er til videnskabelige Foretagender i Aarets Løb udbetalt 57552 Kr. 65 Øre.

1. Cand. mag. Ottosen til Studier over den slesvigholstenske Bevægelses Historie 800 Kr. Fortsættelse af treaarig Bevilling.
2. Docent Dr. F. Jónsson til Studier over oldnorsk og oldislandsk Litteraturhistorie 900 Kr. Fortsættelse af toaarig Bevilling.
3. Lektor O. G. Petersen til Undersøgelser over Mosefloraen 600 Kr. Tredje Bidrag af treaarig Bevilling.
4. Lærer S. Petersen til mykologiske Arbejder 400 Kr. Andet Bidrag af treaarig Bevilling.
5. Professor Dr. V. Bergsøe til Tavler til et Værk om danske Medailler 750 Kr. Andet Bidrag af toaarig Bevilling.
6. Dr. Chr. Jørgensen til et Værk om antike Vaser 400 Kr. Første Bidrag af fleraarig Bevilling.
7. Kaptajn E. Fischer til Undersøgelser med Hensyn til Elektricitetsmaaling 1000 Kr.
8. Overbibliothekar Birket Smith til Udgivelse af Kjøbenhavns Universitets Matrikel 1667—1740 1273 Kr. 92 Øre. Sidste Bidrag af ældre Bevilling.
9. Professor Dr. phil. Wimmer til et Værk om danske Runemindesmærker 3223 Kr. 90 Øre. Fortsættelse af tidligere Bevilling.
10. Docent Dr. phil. Kr. Nyrop til et Skrift om det franske Sprogs historiske Udvikling 1000 Kr. Andet Bidrag af toaarig Bevilling.
11. Kaptajn G. Rung til Arbejder over Lufttrykkets Fordeling over Nordatlanterhavet 1000 Kr. Første Bidrag af toaarig Bevilling.
12. Docent Dr. N. V. Ussing til Undersøgelser over Nephelinsyenit 800 Kr.

13. Korpslæge G. Norrie til kultur- og medicinalhistoriske Studier 500 Kr.
14. Cand. med. & chir. N. R. Finsen til Instrumenter til Undersøgelse over Pigmentdannelser i Huden 600 Kr.
15. Professor Dr. Johan Lange til et Arbejde over Slægten Cratægus 500 Kr. Første Bidrag af toaarig Bevilling.
16. Astronom V. Nielsen til astronomiske Apparater 1000 Kr.
17. Dr. phil. E. Jessen til lexikalske Undersøgelser 600 Kr.
18. Assistent J. Petersen til Apparater til Undersøgelser over Elektrolyse 400 Kr.
19. Museumsdirektør Dr. H. Petersen til et Værk om danske Adelssigiller 2500 Kr. Fortsættelse af tidligere Bevilling.
20. Museumsassistent V. Boye til Udgivelse af et Værk om Egekistefundene i Danmark 2000 Kr. Fortsættelse af fleraarig Bevilling.
21. Kammerherre Meldahl til et Værk om Marmorkirkens Bygningshistorie i 18. Aarhundrede 1500 Kr. Første Halvdel af en toaarig Bevilling.
22. Adjunkt Dr. phil. Jungersen til Anskaffelse af et Mikroskop 1300 Kr.
23. Dr. phil. H. J. Hansen til Udgivelse af et Værk om Snyltekrebs 1000 Kr. Fortsættelse af en fleraarig Bevilling.
24. Lektor Ellinger til Udarbejdelse af et Skrift om Danmarks Vindforhold 900 Kr.
25. Professor Dr. Chr. Bohr til Forsøg over Luftarterne og den dyriske Respiration 2000 Kr. Andet Bidrag af Bevilling paa 5000 Kr.
26. Professor Dr. Julius Lange til et Værk om den menneskelige Skikkelses Fremstilling i Kunsten 2000 Kr. Fornyelse af en tidligere Bevilling.
27. Cand. Jakob Jakobsen til Studier over Levninger af gammel norsk Sprog paa Shetlands og Ørkenøerne 900 Kr.
28. Arkivar Dr. C. Bricka til Udgivelse af Biografisk Lexikon 1000 Kr. Fortsættelse af en tidligere Bevilling.

29. Selskabet til Udgivelse af Kilder til dansk Historie 2000 Kr. til Udgivelse af Forarbejder til Chr. V's danske Lov. Afslutning af en treaarig Bevilling.
30. Konferensraad H. N. Hansen til at faa et Skrift udgivet om Frelsers Kirke. Første Bidrag af toaarig Bevilling 500 Kr.
31. Dr. phil. H. Valentiner til Udgivelse af Etatsraad Lorenz's efterladte Skrifter 2250 Kr. Første Bidrag af fleraarig Bevilling.
32. Adjunkt Dr. Thoroddsen til Udgivelse af 2det Bind af Islands geografiske Historie 300 Kr. Første Bidrag af toaarig Bevilling.
33. Lærer Stefansson til botaniske Undersøgelser i Island 600 Kr. Andet Bidrag af treaarig Bevilling.
34. Pastor O. Kalkar til Trykning af en Ordbog over det ældre danske Sprog 331 Kr. Fortsættelse af tidligere Bevilling.
35. Lektor V. Henriques til Apparater til respiration-physiologiske Undersøgelser 500 Kr.
36. Til et videnskabeligt Boringsforstagende ved Grøndalsbroen under Docent Dr. N. V. Ussings Ledelse. Begyndelsen af en større Bevilling 8740 Kr. 93 Øre.
37. Lektor Dr. Boas til Udgifter ved videnskabelige Arbejder 300 Kr.
38. Professor J. B. Løffler til Gravninger ved det gamle Esrom Kloster, 500 Kr. og til Udførelsen af et Skrift om Esrom Kloster 500 Kr. Første Bidrag af toaarig Bevilling.
39. Professor Mejborg til Tegninger af Gjenstande i Folkemuseet 500 Kr. Andet Bidrag af treaarig Bevilling.
40. Cand. mag. Birger Hansted til en videnskabelig Rejse til Schweiz. 950 Kr.
41. Dr. phil. C. N. Starcke til Udgivelse af en Ethik 900 Kr. Første Halvdel af toaarig Bevilling.
42. Professor M. Petersen til et Værk om Kirkemalerierne i Middelalderen 1936 Kr. Tredje Bidrag af fleraarig Bevilling.
43. Dr. med. Tscherning til Udgivelse og Bearbejdelse af Th. Young: Oeuvres ophthalmologiques 2496 Kr. 90 Øre.

44. Rektor Dr. Thorkelsson til Udgivelse af Supplement til islandske Ordbøger 400 Kr. Fjerde Bidrag af fleraarig Bevilling.
45. Professor Dr. Heiberg til en videnskabelig Udenlandsrejse 2000 Kr.
46. Cand. mag. E. Buch til Apparater over Toneopfattelse 500 Kr. Anden Halvdel af toaarig Bevilling.
47. Cand. mag. Raunkjær til Illustrationer til 1ste Del af de danske Blomsterplanters Livshistorie 500 Kr. Første Bidrag af fleraarig Bevilling.

III.

Oversigt over Indtægt, Udgift og Status for Afdelingerne A, B og C.

Indtægt:

Afdeling A (Laboratoriet).

Kassebeholdning 1. Oktober 1893	19058	Kr. 14	Ø.
Statutmæssigt Tilskud fra Carlsbergfondet	35000	- „	-
Af Reservefondet hævet et Indskrivningsbevis = 96000 Kr. à 94 pCt.	90240	- „	-
$3^1/_2$ pCt. Rente heraf for et halvt Aar.	1680	- „	-
$3^1/_2$ do. af 46000 Kr. i Østift. Kreditf. Obl.	1610	- „	-
4 do. 8000 Kr. do.	320	- „	-
Vedtagen Andel af Renteindtægten af Afdelingernes Kassebeholdning	389	- 73	-
Fra Boghandler Hagerup for Salg af „Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet“ indtil 1. Juni 1894	108	- 10	-
Refusion fra Carlsbergfondets Kvæstur for Administrationsudgifter, $^1/_2$ Part	1725	- „	-
	150130	Kr. 97	Ø.
Udgift i 1893—94 . . .	131377	- 09	-
Kassebeholdning 1. Oktober 1894 . . .	18753	Kr. 88	Ø.

Afdeling B.

Kassebeholdning 1. Oktober 1893	28265	Kr. 56	Ø.
Statutmæssigt Tilskud fra Carlsbergfondet	40000	- „	-

$3^1/_2$ pCt. Rente af 100000 Kr. i Indskrivningsbevis		3500 Kr.	„ Ø.
$3^1/_2$ do. 70000 Kr. i Østift. Kreditf. Obl.		2450 -	„ -
4 do. 10000 Kr. do.		400 -	„ -
Vedtagen Andel af Renteindtægten af Afdelingernes Kassebeholdning		445 -	54 -
Refusion fra Carlsbergfondets Kvæstur for Administrationsudgifter, $^1/_2$ Part		1725 -	„ -
Af Reservefondet hævet 10000 Kr. i Østift. Kreditf. Oblg. à 100,50		10050 -	„ -
Gyldendalske Boghandel for $18^{93}/_{94}$		15 -	„ -
		86851 Kr.	10 Ø.
Udgift i 1893—94		63415 -	98 -
Kassebeholdning 1. Oktober 1894		23435 Kr.	12 Ø.

Afdeling C.

Kassebeholdning paa Gl. Carlsberg 1. Oktober 1893		29200 Kr.	4 Ø.
Statutmæssigt Tilskud fra Carlsbergfondet		35000 -	„ -
Vedtagen Andel af Renteindtægten af Afdelingernes Kassebeholdning		389 -	73 -
Konservator Holcks Kassebeholdning 1. Oktober 1893	4459 Kr. 17 Ø.		
Forevisningsindtægterne m. m. 1893—94	10240 - 59 -		
		14699 -	76 -
		79289 Kr.	53 Ø.
Udgift i 1893—94		53693 -	4 -
Kassebeholdning 1. Oktober 1894		25596 Kr.	49 Ø.
hvoraf hos Konservator Holck 1. Oktober 1894		3788 Kr.	91 Ø.
og paa Gl. Carlsberg 1. Oktober 1894		21807 -	58 -
Alle 3 Afdelingers Kassebeholdning 1. Oktbr. 1894		63996 Kr.	58 Ø.

Udgift.

Afdeling A.

a. Administrationsudgifter, $^1/_2$ Part		5863 Kr.	32 Ø.
b. Laboratoriets Driftsomkostninger i 1893—94:			
Lønninger	19999 Kr. 84 Ø.		
Inventar	2183 - 39 -		
Forbrug	2086 - 61 -		
Hele Driftsudgiften		24269 -	84 -

c.	Indbetalt til Carlsbergfondets Direktion:			
	1) Indskrivningsbevis p. 96000 Kr. à 94 pCt.	90240 Kr.		
	2) Contant	9760 -		
	3) 3 1/2 pCt. Rente af 4000 Kr. for 1/2 Aar (Difference paa Indskrivningsbevis)	70 -		
			100070 -	84 -
d.	Laboratoriets extraordinære Budget		147 -	55 -
e.	Udgivelse af „Meddelelser“		1026 -	38 -
	Summa Udgift . . .		131377 Kr.	9 Ø.

Afdeling B.

a.	Administrationsudgifter, 1/2 Part	5863 Kr.	33 Ø.
b.	Udbetalinger efter Ordre	57552 -	65 -
	Summa Udgift . . .	63415 Kr.	98 Ø.

Afdeling C.

a.	Administrationsudgifter		6410 Kr.	„ Ø.
b.	Lønning til Opsyn, Bud og Portner		3876 -	„ -
d.	Diverse Udgifter		5737 -	41 -
c.	Bygningsudgifter ved Frederiksborg Slot:			
	1) Vedligeholdelse og Arbejder i Museet	1410 Kr. 39 Ø.		
	2) Vedligeholdelse af Lokalerne	1817 - 92 -		
			3228 -	31 -
e.	Møbler (herunder Restaurationer, Betræk m. m.)		24091 -	68 -
f.	Malerier, Buster, Kobberstik samt Rammer . .		10349 -	64 -
	Summa Udgift . . .		53693 Kr.	4 Ø.

IV.

Overensstemmende med, hvad der er fastsat ved Tillæg til Statuterne for Carlsbergfondet § XIX lader Direktionen fremdeles medfølge den Beretning, den har modtaget fra Bestyrelsen for det nationalhistoriske Museum paa Frederiksborg, og som er Gjenpart af den Indberetning, det paahviler denne Bestyrelse aarlig at afgive til Hans Majestæt Kongen om Museets Fremgang.

Allerunderdanigst Indberetning fra Bestyrelsen for det nationalhistoriske Museum paa Frederiksborg Slot.

I det sidst forløbne Aar fra den 25de September 1893 til den 25de September 1894 har Museet ved Indkjøb erhvervet følgende Gjenstande.

Billedhugger-Arbejder:

1. Biskop Jens Iversen Lange en sterineret Buste i Gibs. Afstøbning fra Alteret i Østbirk Kirke. Udført af Hr. Maler Niels Petersen.
2. Afstøbning af Mindestenen over Axel Juul til Villestrup og Hustru Karen Lunge. Udført af Hr. Maler Niels Petersen.
3. Medaillon-Portræt af Søhelten Peder Skram, som han findes afbildet paa Ligstenen over ham i Østbirk Kirke. Udført af Hr. Billedhugger Chr. Petersen.
4. Afstøbning af Rigsmarsken Frants Brockenhus's Ligsten i Kværndrup Kirke. Udført af Hr. Billedhugger Chr. Petersen.
5. Kgl. Fiskemester og Amtsforvalter over Kronborg Amt Hans Rostgaard, Buste i Gibs, modelleret af Hr. Billedhugger Jørgen Larsen.

Malerier.

1. Reservesoldater i 1848 paa Marschen. Malet af N. Habbe.
2. Fritz Jørgensen, Uhrmager og humoristisk Tegner, malet af ham selv. Mindre Brystbillede.
3. Kammerherre F. Meldahl, Frederiksborg Slots Bygmester. Knæstykke malet af Frøken Bertha Wegmann.

4 & 5. To Episoder af Slaget ved Eckernførde i 1848, malede af Løjtnant i Marinen Vilhelm Pedersen.

6. Peter Griffenfeld. Kopi af Hr. Maler Vald. Kornerup efter en Original af Wuchter, der tilhører Hr. Baron Rosenørn-Lehn til Orebygaard. Knæstykke.
7. Arkitekturmaler, Etatsraad Heinr. Hansen. Brystbillede malet af Hr. Maler H. C. Siegumfeldt.
8. Holberg overværer den første Opførelse af Erasmus Montanus, malet af Professor Vilh. Rosenstand.

Som Gaver har Museet erholdt:

1. Kommandør-Kaptajn Johannes Kriegers og Hustru Elise Finnes Portræter, malede af Hans Hansen. Brystbilleder, Gave fra forhenværende Minister A. F. Kriegers Bo.
2. Transportflaaden i Svendborg Sund i 1848 under Kapitain Tegners Kommando, malet af Emanuel Larsen. Skjænket af Frøknerne Christine Marie og Juliane Tegner.
3. Komponist og Organist ved Frederiksborg Slotskirke Joseph Glæser, malet af Professor H. Chr. Jensen. Skjænket af en Del Venner.
4. Parti af Frederiksborg Slot i Frederik den Femtes Tid, malet paa Glas. Skjænket af Enkefru Børre i Hillerød.
5. Blomstermaler Balsgaard. Brystbillede, malet af Kunstneren selv. Testamenteret Gave.
6. Digteren H. P. Holst, malet af Professor H. Chr. Jensen. Skjænket af det Kgl. Kjøbenhavnske Skydeselskab.
7. Professor Veterinær-Physikus H. C. Tscherning, Brystbillede, malet af Professor Aug. Schiøtt. Testamenteret af Professor Tschernings Enke.
8. Professor ved Kunstakademiet, Konferensraad J. H. Koch, Brystbillede, malet af D. Monies. Skjænket af Højesteretsassessor P. Koch.
9. Stabslæge, Etatsraad F. W. Mansa. Mindre Brystbillede, malet af W. Gertner. Skjænket af Familien.
10. Allegorisk Fremstilling af Slaget paa Kjøbenhavns Rhed i 1801, malet af A. C. Rüde. Gave af Grosserer O. Wandel.

11 & 12. Et kobberstukket Portræt af Greve M. G. Rosencrone og et oliemalet Portræt af Grevinde Rosencrone. Testamenteret Gave af Frøken Marie Lempfert.

13. Major Thrøger Løwenbalk v. Wadskær, ovalt Brystbillede. Gave fra hans Svigersøn, Kammerraad E. Jonas i Berlin.

14. Generalløjtnant Wørrishøffer. Knæstykke, malet af Professor Frants Henningsen. Skjænket af Korpslæge M. J. Grønlund.

15. Pastor Vilhelm Birkedal, Brystbillede, malet af Professor Aug. Jerndorff. Billedet er bekostet af en Vennekreds, der overrakte Pastoren det ved hans Guldbryllup i 1887 med Bestemmelse om, at det ved Guldbrudeparrets Død skulde afgives til Museet.

16 & 17. 2 Miniaturbilleder af Hs. Excell. Greve Emil Frijs, som Barn og som voxen, indfattede i en Sølvramme. Skjænkede af Sønner af afdøde Pastor Jensen i Houlberg.

18. En Seng med Baldakin fra Begyndelsen af det 18de Aarhundrede. Skjænket af Hofjægermester, Stamhusbesidder F. Arensdorff til Overgaard.

19. Endvidere har Hr. Fabrikant Emil Meyer atter i Aarets Løb vist sin Interesse for Museet ved at skjænke det en rig Samling af forskjellige Sølvgjenstande, som Daaser, Lysestager, Uhre m. m.

Museet har som i tidligere Aar betydelig forøget sin Samling af sjældne Møbler fra forskjellige Tidsaldere, ligesom ogsaa de nødvendige Vedligeholdelses-Arbejder i Slottets Lokaler ere udførte.

De Besøgendes Antal har i Aarets Løb været 31587 Personer.

Kjøbenhavn den 20de December 1894.

Allerunderdanigst

C. F. Herbst. F. Meldahl. E. Holm. F. Vermehren.

V.

Til Slutning skal Direktionen endnu give en Oversigt over Fondets Formuestilling, saaledes som den har udviklet sig fra 1. Oktober 1893 til 30. September 1894.

Balance den 1. Oktober 1893.

Aktiver:

		Kr.	Ø.
1.	Bryggeriet Gamle Carlsberg	5,114674.	94
2.	Bryggeriets Beholdninger	1,187486.	40
3.	Bryggeriets Kassebeholdning	28278.	46
4.	Udestaaende Fordringer	8985.	„
5.	Afdelingerne:		
	kontant Kr. 80982. 91		
	i Værdipapirer - 330000. „	410982.	91
6.	Fondets Obligationsformue:		
	Børseffekter Kr. 1,800000. „		
	Prioritetsobligationer - 345000. „	2,145000.	„
7.	Fondets Kassebeholdning	654327.	58
		9,549735.	29

Passiver:

		Kr.	Ø.
1.	Prioritetsgjæld til Rest	1,800000.	„
2.	Bryggeriets Pensionskasse	187914.	36
3.	Pensionstilskudskasse A	95200.	„
4.	Pensionstilskudskasse B	57861.	29
5.	Fornyelsesfondet	45872.	3
6.	Afdelingerne	410982.	91
7.	Kapitalkonto	6,951904.	70
		9,549735.	29

Balance 30. September 1894.

Aktiver:

		Kr.	Ø.
1.	Bryggeriet Gamle Carlsberg	5,114674.	94
2.	Bryggeriets Beholdninger	1,147014.	20
3.	Bryggeriets Kassebeholdning	123012.	84
4.	Udestaaende Fordringer	7700.	„
5.	Ejendommen Mtr. Nr. 223 i Vestervold Kvarter	130054.	24

6. Afdelingerne:			
Laboratoriebygningen . .	Kr. 185533. 46		
kontant	- 67785. 49		
i Værdipapirer	- 224000. „		477318. 95
7. Fondets Obligationsformue:			
a. Børseffekter	Kr. 2,356000. „		
b. Prioritetsobligationer .	- 395000. „		2,751000. „
8. Fondets Kassebeholdning			579875. 48
			10,330650. 65

Passiver:

1. Prioritetsgjæld til Rest	1,700000. „
2. Bryggeriets Pensionskasse	221905. 44
3. Bryggeriets Pensionstilskudskasse A	103450. „
4. Bryggeriets Pensionstilskudskasse B	69767. 12
5. Fornyelsesfondet	66823. 43
6. Afdelingerne	477318. 95
7. Kapitalkonto	7,691385. 71
	10,330650. 65

Det samlede Beløb, der i Henhold til Fundats for Carlsbergfondets §§ 6, 7 og 8 er anbragt som Grundfond, udgjorde den 30. September 1894 4,590886 Kr. 67 Ø.

I Direktionen for Carlsbergfondet 8. Februar 1895.

E. Holm. S. M. Jørgensen. Japetus Steenstrup.
J. L. Ussing. Eug. Warming.

Forf. af det i Mødet den 25. Maj f. A. af Professor Salomonsen fremlagte Arbejde, «Bakteriologiske Undersøgelser over Difteri» — Reservelæge J. Fibiger — ønsker denne Af-

handling optagen i Oversigten. Til Bedømmelse heraf nedsattes et Udvalg bestaaende af Professorerne Warming og Salomonsen.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 138—173 opførte Skrifter, deriblandt den Tale, som Selskabets udenlandske Medlem, Professor Albert Sorel havde holdt ved sin Optagelse i Institut de France samt et andet Skrift af samme Forf. og private Gaver fra D'Hrr. Janet i Beauvais og Walsh i Barcelona.

6. Mødet den 22de Marts.

(Tilstede vare 26 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Joh. Lange, Mehren, Lütken, Christiansen, Krabbe, Wimmer, Warming, Thiele, Rostrup, Joh. Steenstrup, Høffding, Kroman, P. E. Müller, Bohr, Paulsen, Valentiner, Christensen, Hansen, Kjeldahl, Chievitz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Professor, Dr. Jul. Thomsen forelagde Resultaterne af sine Undersøgelser over Grundstoffernes systematiske Gruppering. Denne Afhandling er optagen i Selskabets Oversigt for i Aar S. 132—136.

Dr. phil. W. Sørensen gav derpaa en Meddelelse om Ferskvandsfiskenes og særlig Mallernes Ævne til at frembringe Toner og til at høre Toner.

Paa Redaktørens Vegne forelagde Sekretæren det nylig udkomne 3dje Hæfte af Oversigten for 1894.

Fra det til Bedømmelse af Reservelæge J. Fibigers Afhandling nedsatte Udvalg (Warming, Salomonsen) var følgende Betænkning indkommen:

I Henhold til det os overdragne Hverv tillade vi os herved at indsende til Selskabet en Bedømmelse af Hr. Reservelæge

Joh. Fibigers Afhandling «Bakteriologiske Undersøgelser over Difteri.»

I Arbejdets første Afsnit behandler Forfatteren Spørgsmaalet om den bakteriologiske Diagnose af Difterien; han har gennem en bakteriologisk Undersøgelse af 220 Patienter med difterisk og ikke-difterisk Angina prøvet og paavist Brugbarheden af den Roux-Yersin'ske Methode og gør opmærksom paa enkelte Fejlkilder, til hvilke der under Methodens Anvendelse maa tages Hensyn. — Forfatteren har endvidere undersøgt Bakteriefloraen i Svælget hos et stort Antal sunde Individer, særlig med det Formaal at skaffe Oplysning om Difteribacillens og Pseudodifteribacillens Forekomst paa den sunde Svælgslimhinde. Blandt de meddelte Undersøgelsesresultater maa særlig fremhæves: Eftervisningen af Difteribaciller i Svælget hos sunde Individer, som i længere Tid til Stadighed have færdedes sammen med Difteripatienter; Beskrivelsen af morfologiske og kulturielle Forskelligheder mellem de til Pseudodifteribacillernes Gruppe henregnede Bakterieformer, og endelig den direkte Iagttagelse af, hvorledes Pseudodifteribacillerne fortrænges fra Svælgslimhinden af pathogene Kokker, naar disse fremkalde en ikke difterisk Angina.

Vi anbefale Afhandlingen til Optagelse i Selskabets Oversigter.

København, den 21. Marts 1895.

Eug. Warming. Carl Jul. Salomonsen,
Affatter.

I Henhold hertil besluttede Selskabet, at Afhandlingen maatte blive optagen i Oversigten.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 174—223 fremlagte Skrifter, deriblandt private Gaver fra Dr. Legrelle i Gand og Professor Stossich i Triest.

7. Mødet den 5te April.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsen, samt 26 Medlemmer, nemlig Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Holm, Wimmer, Jul. Lange, Thiele, Joh. Steenstrup, Nellemann, A. D. Jørgensen, Heiberg, P. E. Müller, Valentiner, Erslev, Fridericia, Verner, Hansen, Kjeldahl, Boas, O. G. Petersen, Sørensen, H. Møller, Pechüle, Zachariæ, Sekretæren, Bohr.)

Rigsarkivar, Dr. A. D. Jørgensen gav en Meddelelse om Forhandlingerne om Forfatningsspørgsmaalet i det danske Monarkis Lande, 1814—1848. Denne Afhandling er optagen i Overs. S. 156—192.

I Overensstemmelse med de af Klasserne i forrige Møde indbragte Forslag blev følgende nye udenlandske Medlemmer optagne i Selskabet:

a) i den historisk-filosofiske Klasse, Direktør for Istituto Austriaco di studii storici i Rom, Dr. phil. Theodor von Sickel, og

b) i den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse, Professor i Botanik ved Universitetet i Kristiania, Axel Blytt; Professor i Botanik ved Universitetet i Upsala og Direktør for dets botaniske Have Dr. phil. Theodorus M. Fries, og Professor Bergianus, Intendant ved Riksmuseet i Stockholm, Dr. phil. Veit B. Wittrock.

Fra det til Bedømmelse af Cand. med. Joh. Bocks Afhandling nedsatte Udvalg (Bohr, Christensen) var indkommen følgende Betænkning:

I den til Selskabet af Hr. cand. med. Joh. Bock indleverede Afhandling: Om en ved Lyset fremkaldt Forandring af Methæmoglobinet paaviser Forf., at Methæmoglobin ved Indvirkning af Sollys omdannes saaledes, at dets Absorptionsspektrum forandres. Dette konstateres ved omhyggelig kvantitativ Spektralanalyse af Methæmoglobinet og det forandrede Stof, som Forf. kalder Photomethæmoglobin. Dette lader sig fremstille krystallinsk, idet den fortyndede Opløsning, der har været udsat for Sollyset,

koncentreres i Vakuum med paafølgende Afkøling og Tilsætning af Alkohol. Ligesaalidt som Methæmoglobinet indeholder Photomethæmoglobinet løst bunden Ilt; ved reducerende Midler gaar det over til reduceret Hæmoglobin, hvoraf der ved Rystning med Luft igen kan fremstilles Oxyhæmoglobin. Forf.s Afhandling frembyder megen Interesse, idet Sollysets Indflydelse paa et Derivat af Blodfarve-Stoffet her for første Gang utvivlsomt konstateres.

Vi tillade os at anbefale dens Optagelse blandt Selskabets Publikationer.

Christian Bohr. Odin T. Christensen.
Affatter.

Fra samme Udvalg var indkommen Betænkning over den af Cand. polyt. A. Jacobsen indleverede Afhandling, saalydende:

Undertegnede have herved den Ære at afgive nedenstaaende Betænkning over den til Selskabet af Hr. cand. polyt. Assistent A. Jacobsen indleverede Afhandling: «Om de i Æther opløselige reducerende Stoffer i Blodet og Leveren».

I den nævnte Afhandling paaviser Forf., at de i Æther opløselige reducerende Substantser, der oprindelig ere iagttagne af Drechsel, kunne optræde i Blodet i langt betydeligere Mængde end hidtil antaget; hos samme Individ kunne Arterie- og Veneblod indeholde højst forskellige Mængder af det omtalte Stof, hvilken Iagttagelse er af ikke ringe Betydning for Studiet af Sukkerets Omsætning i Organismen. Forf. giver endvidere væsentlige nye Bidrag til vor Kundskab om selve Stoffets Natur, idet han finder, at det ved Behandling med Svovlsyre giver Glukose, der, foruden ved Reduktion, Gæring og Drejning af Polarisationsplanet, paavises ved Dannelsen af et Ozazon med konstant Smeltepunkt ved 204—206°.

Vi tillade os at anbefale Selskabet at optage Afhandlingen i dets Publikationer.

Christian Bohr. Odin T. Christensen.
Affatter.

I Henhold til disse Betænkninger besluttede Selskabet at optage begge disse Afhandlinger i sin Oversigt; J. Bocks Afhandling findes paa fransk S. 309—319.

Fra den historisk-filosofiske Klasse var der indkommet en af Klassen, i et Møde den 22. Februar, vedtagen Ændring i Reglerne for Bortgivelsen af den Madvigske Æresmedaille:

«Naar det Aar kommer, da den Madvigske Æresmedaille efter Vedtægternes § 22 kan uddeles, skal Formanden for den historisk-filosofiske Klasse i Forening med tvende af ham valgte Medlemmer af Klassen affatte en Fortegnelse over de Bøger, der formentlig kunne komme i Betragtning ved Bortgivelsen af Medaillen; dog ere Medlemmerne ikke udelukkede fra at bringe andre end de paa Listen optagne Arbejder i Forslag. Inden den 15de Oktober opfordrer derpaa Formanden Medlemmerne til at gøre Forslag, idet han tillige henleder Opmærksomheden paa, at den nævnte Fortegnelse henligger paa Selskabets Kontor til Gennemsyn for Klassens Medlemmer. Forslagene, der bør være ledsagede af en kort Motivering, indsendes inden den 15de November; de underskrives, foruden af den egentlige Affatter, tillige af 5 andre Medlemmer, dog har ingen ved at underskrive et Forslag bundet sig til at stemme for dette i det paafølgende Møde i Klassen. Ingen kan bringe mere end ét Arbejde i Forslag. Skulde et Skrift af et af Klassens Medlemmer være bragt i Forslag, bliver han at underrette herom af Formanden, og han deltager da ikke i den efterfølgende Behandling; dog staar det ham aabent at bede sig fritagen for at komme i Betragtning, hvorefter Forslaget bortfalder.

De indkomne Forslag bringes til Forhandling paa et Klassemøde i Begyndelsen af December; for at dette skal være beslutningsdygtigt, maa mindst Halvdelen af Klassens Medlemmer være tilstede. Efter en Flertalsbeslutning kunne Forhandlingerne fortsættes i et følgende Møde, hvor de da endelig afsluttes ved Afstemningen, der foregaar ved Ballottering. Hvis der er flere

Forslag, afgøres først ved simpelt Flertal, hvilket der er at foretrække. Dette Forslag sættes derefter under Afstemning og for saa vidt det opnaar to Tredjedele af de tilstedeværende Medlemmers Stemmer, indstiller Klassen til Selskabet, at dette Arbejde belønnes med Medaillen. Hvis det indvarslede Møde ikke bliver beslutningsdygtigt eller hvis ved Ballotteringen det fornødne Flertal ikke opnaas for et af de foreslaaede Skrifter, bliver Medaillen ikke uddelt for det paagældende Femaar.»

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 224—279 opførte Skrifter.

---

8. Mødet den 19de April.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem Hs. kgl. Højhed Kronprinsen, samt 26 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Joh. Lange, Holm, Lütken, S. M. Jørgensen, Christiansen, Topsøe, Warming, Thiele, Rostrup, Joh. Steenstrup, Høffding, P. E. Müller, Bohr, Gram, Paulsen, Valentiner, Christensen, Kjeldahl, O. G. Petersen, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Siden forrige Møde var Selskabets udenlandske Medlem Professor James D. Dana i New-Haven i de nordamerikanske Fristater, afgaaet ved Døden den 14. April d. A. Han var bleven optagen til Medlem af den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse den 11. April 1890.

Professor, Dr. Eug. Warming forelagde et trykt Arbejde om «Plantesamfund, Grundtræk af den økologiske Plantegeografi».

Derefter gav Professor, Dr. Jul. Thomsen en Meddelelse om den sandsynlige Forekomst af en Gruppe uvirksomme kemiske Grundstoffer. Denne Afhandling er optagen i Selskabets Oversigt, S. 137—143.

Som Medlem af Kassekommissionen fratraadte efter Tur Professor Dr. T. N. Thiele, som genvalgtes for de følgende fire Aar.

Til Revisorer, hvis Funktionstid for begges vedkommende var udløben, genvalgtes Fabrikinspektør Dr. H. Topsøe og Professor Dr. Jul. Petersen for de følgende tre Aar.

Til Klasseformænd for de næste tre Aar havde den historisk-filosofiske Klasse genvalgt Professor Dr. J. L. Ussing, og den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse Professor Dr. C. F. Lütken.

Fra Selskabets mathematiske og astronomiske Medlemmer var indkommen følgende Skrivelse:

I en fornylig udkommen Bog (S. A. Christensen: Mathematikens Udvikling i Danmark og Norge i det XVIII. Aarhundrede), er Opmærksomheden henledet paa et Skrift, som lige i Slutningen af forrige Aarhundrede publiceredes af det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, og som ved nærmere Eftersyn viste sig at have en langt mere vidtrækkende Betydning, end det kunde ses af Omtalen i den nævnte Bog. Det er Landmaaleren Caspar Wessels Afhandling: Om Directionens analytiske Betegning, et Forsøg, anvendt fornemmelig til plane og sphæriske Polygoners Opløsning, som findes i den 1799 afsluttede femte Del af: Nye Samling af det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter, og som var forelagt Selskabet i 1796.

Denne Afhandling indeholder en klar og fuldstændig Redegørelse for den Fremstilling af de saakaldte imaginære Tal ved reelle Figurer, der ved at give Nutidens udvidede Talbegreb sin savnede Tydning, fuldkommengjorde den Forbindelse imellem Geometrien og den rene Mathematik, som skulde gøre vigtig Nytte i de hele Tals Theori, og hvorpaa snart efter, særlig ved Gauss' og Cauchys Arbejder, den almindelige Funktionstheori

skulde opføres. Denne sidste Theori er, som man ved, ikke blot en ny Tilbygning til den gamle Mathematik, men den er bleven den Midte, ud fra hvilken Mathematikens vigtigste indre Sammenhæng oplyses, og som danner det paalideligste og gunstigste Udgangspunkt for nye Undersøgelser.

Der er vel allerede fra flere Sider fremkommen Paavisninger af Anvendelser af den omtalte Fremstilling af imaginære Tal hos enkelte Forfattere, der ej blot gaa forud for Cauchy, men endog have fremsat deres Ideer herom, før disse vare traadt fuldkommen tydelig frem i noget Skrift af Gauss. Størst Opmærksomhed vakte i denne Henseende Fremdragelsen af et i sin Tid upaaagtet Skrift af en Genfer ved Navn Argand, hvilket man i 1874 har udgivet paany som Bevis for denne Forfatters Prioritet overfor Gauss og Cauchy. — Dette Skrift udkom første Gang 1806, altsaa 7 Aar efter Wessels.

Wessel har fremsat sin Fremstilling af imaginære Tal med en saadan Simpelhed og Klarhed, at den den Dag idag kunde bruges som et godt Udgangspunkt for en almindelig Funktionstheori. Har han end ikke kunnet forudse, at de Theorier, som derpaa kunde bygges, vilde antage et saa stort Omfang eller faa en saa stor Betydning, saa har han dog, dels ved at udlede plangeometriske Sætninger af algebraiske Relationer, dels ved at sammendrage Polygoners trigonometriske Behandling til Anvendelse af en enkelt almengyldig Formel, vist en klar Forstaaelse af, i hvilke Retninger man maatte søge Fremstillingens frugtbare Anvendelser. Kun i Henseende til Anvendelse paa de algebraiske Ligningers Theori bragte Argand det videre end han.

Om Wessel maa det særlig fremhæves, at han ikke nøjedes med at anvende de imaginære Størrelser til Fremstilling af Retninger i Planen, men ogsaa udstrakte deres Brug til Rummet med tre Dimensioner. De Forsøg, som Argand gjorde i denne Retning, vare ikke heldige, og hos Gauss finder man kun et Løfte om ogsaa at tage denne Sag under Behandling. Wessel

bliver saaledes den betydeligste Forløber for Hamilton, der i sin Kvaterniontheori fuldstændig løste dette vanskelige Spørgsmaal. Wessel opfinder ikke noget nyt Instrument af en saadan Rækkevidde som Kvaternionerne; men han formaar ved en dobbelt Brug af $\sqrt{-1}$ at danne en Formel for sphæriske Polygoner med samme Almengyldighed som den, han havde opnaaet for de plane.

Saadanne Fortrin ville hævde Betydningen af Wessels Skrift, selv om det skulde lykkes andensteds at opdage endnu tidligere Forløbere for den almindelige Funktionstheori eller endog, hvad der kun er lidet sandsynligt, for Kvaterniontheorien. — Det er derfor, efter vor Formening en Ærespligt for Selskabet, i hvis Skrifter den omhandlede Afhandling først er offentliggjort, og i hvis Tjeneste den beskedne norske Forfatter, Broder til Digteren Johan Herman Wessel, har virket som Landmaaler, at sørge for, at Afhandlingen kan blive fremdragen af dens ufortjente Forglemmelse og dens Forfatter kan opnaa den Anerkendelse, som Nutidens Mathematikere ville være villige til at yde ham.

Dette kan ske ved, at Afhandlingen udgives paa Fransk med en Indledning, der foruden en Biografi af Forfatteren bør indeholde en Paavisning af det Forhold, hvori Wessels Undersøgelser staa til senere Arbejder over samme Æmner. En saadan Udgivelse foreslaa vi derfor Selskabet.

København, den 19. April 1895.

H. G. Zeuthen. Julius Petersen. Thiele. J. Gram.

Affatter.

H. Valentiner. Pechüle. Zachariae.

I Henhold hertil besluttede Selskabet at udgive Caspar Wessels Afhandling paany, men i fransk Oversættelse og med den foreslaade Indledning.

Fra de nylig valgte udenlandske Medlemmer, A. Blytt i Kristiania og V. B. Wittrock i Stockholm var der indkommen Skrivelser med Tak for de paa dem faldne Valg, og fra dem begge tillige Sendinger af en Del af deres Skrifter.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 280—293 opførte Skrifter.

---

9. Mødet den 3die Maj.

(Tilstede vare 18 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Lütken, S. M. Jørgensen, Christiansen, Wimmer, Jul. Lange, Warming, Meinert, Joh. Steenstrup, Heiberg, Høffding, Valentiner, H. Møller, Pechüle, Zachariae, Sekretæren.)

Siden forrige Møde havde Selskabet mistet et udenlandsk Medlem, Gehejmehofraad, Professor, Dr. Carl Ludwig i Leipzig, som var blevet optagen i den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse den 14. Januar 1876 og var død den 24. April d. A.

Professor, Dr. J. L. Ussing fremsatte nogle Bemærkninger om Midtgruppen paa Parthenonsfrisen. Disse Bemærkninger ere optagne i Oversigten S. 144—155.

Derefter fremlagde Professor Dr. H. G. Zeuthen Nr. 5 og Nr. 6 af sine «*Notes sur l'histoire des Mathématiques*», omhandlende 1) den mathematiske Kærne i Grundlæggelsen af Infinitesimalregningen, og 2) Svar paa Kritik af Steder hos Newton, og knyttede dertil nogle Bemærkninger om den forskellige Beskaffenhed af Newtons og Leibniz' Andel i Infinitesimalregningen. Disse Afhandlinger ere optagne i Selskabets Oversigt, S. 193—278.

Fra det nylig valgte udenlandske Medlem Th. M. Fries i Upsala var indkommen Skrivelse med Tak for det paa ham faldne Valg.

Fra Dr. phil. J. Østrup var der indkommet to Afhandlinger, 1) Umar ibn Muhammed el Kindi, Ægyptens Herligheder, og 2) Historisk-topografiske Bidrag til Kendskabet til den syriske Ørken, med Anmodning om deres Optagelse i Selskabets Publikationer. Til Bedømmelse heraf nedsattes et Udvalg bestaaende af Professorerne A. F. Mehren og J. L. Ussing.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 294—352 opførte Skrifter, deriblandt private Gaver fra Selskabets udenlandske Medlemmer, Kölliker i Würzburg, Blytt i Kristiania og Wittrock i Stockholm, samt fra Universitets-Bibliothekar C. Annerstedt i Upsala.

10. Mødet den 17de Maj.

(Tilstede vare, Selskabets Æresmedlem, Hs. kgl. Højhed Kronprinsregenten samt 16 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Christiansen, Krabbe, Topsøe, Warming, Meinert, Høffding, Bohr, Gram, Valentiner, Chievitz, Sørensen, Zachariae, Sekretæren, Pechüle.)

Professor, Dr. C. Christiansen gav en Meddelelse om Draabeelektroder.

Derefter gav Direktør Dr. J. P. Gram en Meddelelse om Beregningen af den Riemannske Zetafunktion. Denne Meddelelse er optagen paa fransk i Selskabets Oversigt, S. 303—308.

Selskabet besluttede at indtræde i Bytteforbindelse med *Bureau of Ethnology* i Washington.

Fra det nylig valgte udenlandske Medlem, Th. v. Sickel i Rom var indkommen en Skrivelse med Tak for det paa ham faldne Valg.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 353—402 opførte Skrifter, deriblandt et Værk paa 39 Bind, skænket af Hs. Majestæt Kongen af Siam, samt de to sidste Bind af Challengers Rejse.

---

11. Mødet den 31te Maj.

(Tilstede vare 15 Medlemmer, nemlig Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Mehren, Lütken, S. M. Jørgensen, Krabbe, Wimmer, Thiele, Meinert, Joh. Steenstrup, Bohr, Gram, Christensen, Sørensen, Sekretæren.)

Professor Dr. Jul. Thomsen meddelte Resultaterne af en større Række experimentale Undersøgelser over Vandets Sammensætning og Brintens Tæthed, samt foreviste de dertil benyttede Apparater. Denne Afhandling vil blive optagen i Selskabets Oversigt.

Bytteforbindelse blev vedtagen med *Real Academia de ciencias y artes* i Barcelona.

Fra det til Bedømmelse af Dr. J. Østrups Afhandlinger nedsatte Udvalg (Ussing, Mehren) var der indkommen Betænkninger. Den første af disse lyder:

Den indsendte Afhandling «Historisk-topografiske Bidrag til Kendskabet til den syriske Ørken, med et Oversigtskort», af Dr. J. Østrup indeholder en Beskrivelse af en Rejse, Forfatteren for to Aar siden foretog fra Palmyra mod N. O. til Rusafa i Nærheden af Euphrat, og derfra tilbage til Emesa. Vejen fra Palmyra til Euphrat har hidtil været mindre bekendt, og Strækningen fra Sukhne til Rusafa har slet ikke været beskreven af nogen. Forfatterens topografiske Skildring synes særdeles nøjagtig, og han sammenligner stadig sine Iagttagelser med de og arabiske Forfatteres Angivelser. Ogsaa Beskrivelsen græske

af Ruinerne, der ledsages af skitserede Planer, er omhyggelig og anskuelig. Afhandlingen yder saaledes værdifulde Bidrag til disse Egnes Geografi og Historie, hvorfor vi anbefale den til Optagelse i Videnskabernes Selskabs Skrifter.

Den 25. Maj 1895.

J. L. Ussing, A. F. Mehren.
Affatter.

I Henhold hertil besluttede Selskabet at optage den nævnte Afhandling i sine Skrifter.

Betænkningen over Dr. Østrups andet Skrift lyder:

Vedlagte Afhandling «*Omar b. Muh. al-Kindis* Ægyptens Herligheder» udgiven med arabisk Text og Oversættelse af Dr. phil. J. Østrup, indeholder en Samling af de ældste Traditioner, der ere at betragte som de umiddelbare Indtryk, Landet frembragte paa de arabiske Erobrere. Skønt dette Skrifts Indhold næsten fuldstændig er gengivet af senere Historikere, anse vi det dog, som et af de tidligste Kildeskrifter i denne Retning, for at have videnskabelig Interesse og at egne sig til Optagelse i d. k. d. Videnskabers Selskabs Skrifter eller Oversigter. Det Ønske, at Dr. Østrup vil tilføje adskillige litteraturhistoriske Oplysninger og, navnlig i Slutningen af Arbejdet, udførligere forklare enkelte sjælden forekommende Navne paa Planter, Produkter o. l., har han lovet os at opfylde.

Den 16. Maj 1895.

J. L. Ussing. A. F. Mehren,
Affatter.

I Henhold hertil besluttede Selskabet, at lade dette Skrift trykke i Oversigten.

Paa Redaktørens Vegne fremlagde Sekretæren det lige udkomne 1ste Hæfte af Oversigten for 1895.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 403—458 opførte Skrifter.

12. Mødet den 18de Oktober.

(Tilstede vare 31 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Holm, Lütken, S. M. Jørgensen, Krabbe, Vilh. Thomsen, Wimmer, Jul. Lange, Warming, Thiele, Meinert, Rostrup, Joh. Steenstrup, Gertz, A. D. Jørgensen, Heiberg, Høffding, Gram, Valentiner, Erslev, Fridericia, Christensen, Kjeldahl, Chievitz, O. G. Petersen, Prytz, Sørensen, H. Møller, Pechüle, Sekretæren, samt som Gæst, indført af Jul. Lange, Dr. Chr. Jørgensen.)

I Løbet af Ferien havde Selskabet mistet følgende udenlandske Medlemmer af den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse, Zoologen Thomas Huxley, Medlem af Royal Society i London, optagen den 14. Januar 1876, død den 30. Juni; Mathematikeren Dr. D. Bierens de Haan, Professor ved Universitetet i Leiden, optagen den 5. December 1873, død den 12. August; Zoologen Professor Dr. Sven Lovén i Stockholm, optagen den 22. April 1870, død den 3. September, og A.-M.-Louis Pasteur, Medlem af Institutet i Paris, optagen den 4. April 1879, død den 28. September.

Professor Dr. Jul. Lange forelagde Fortsættelsen af sit i Selskabets Skrifter offentliggjorte Arbejde om Billedkunstens Fremstilling af Menneskeskikkelsen og meddelte lagttagelser over den antike Kunsts Fremstilling af Moderen med det lille Barn. Denne Afhandling vil blive optagen i Selskabets Skrifter.

Selskabet vedtog Bytteforbindelse med *Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt* i Charlottenburg ved Berlin.

Fra Dr. med. N. P. Schierbeck var der indsendt et Arbejde om «Bestemmelsen af Luftens Fugtighedsgrad for fysiologiske Øjemed» med Begæring om at faa det optaget i Selskabets Oversigt paa fransk. Til Bedømmelse heraf nedsattes et Udvalg bestaaende af Professorerne Bohr og Prytz.

Den Selskabet tilhørende paa Observatoriets Grund henstaaende Bygning, bestemt til et magnetisk Observatorium, besluttede Selskabet at overdrage til Universitetets astronomiske Observatorium.

Kassekommissionen har indsendt Meddelelse om, at den har genvalgt Professor Dr. T. N. Thiele til sin Formand for det løbende Aar.

Carlsberg-Laboratoriet havde udgivet og tilsendt Selskabet Exemplarer af sine «Meddelelser», Bd. IV, Hefte 1.

Redaktøren fremlagde det i Ferien udkomne 1ste Hæfte af VIII. Bind af Selskabets Skrifter, 6. Række, naturvidenskabelig-mathematiske Afdeling, indeholdende F. Meinert, «Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne» med 3 Tavler og en fransk Résumé.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 695—766 opførte Skrifter, medens i Feriens Løb Nr. 459—694 vare blevne afgivne direkte til Universitetsbibliotheket i tre Sendinger. Blandt disse Værker var der private Gaver fra Selskabets Medlemmer Professorerne Holm og Wimmer, fra dets udenlandske Medlemmer Kölliker i Würzburg, Schwartz og Weber i Berlin, endvidere fra Generalmajor Mathiesen i Roskilde, Lallemand, Campbell, Kuntze, Raspail, Janet, Pergens, Rogers, og fra Raja Sir Sourindro Mohun Tagore i Calcutta.

---

13. Mødet den 1ste November.

(Tilstede vare 26 Medlemmer, nemlig Jul. Thomsen, Præsident, Ussing, Holm, Lütken, S. M. Jørgensen, Christiansen, Krabbe, Wimmer, Warming, Thiele, Meinert, Joh. Steenstrup, Gertz, Heiberg, Bohr, Gram, Paulsen, Erslev, Fridericia, Boas, Chievitz, O. G. Petersen, Prytz, Sørensen, Møller, Sekretæren.)

Professor Dr. J. L. Heiberg meddelte nye Bidrag til Georg Vallas Biografi. Meddeleren gav en Oversigt over denne Humanists Liv og Virksomhed og hans Betydning som en af de første, der henleder Opmærksomheden paa den græske

Fagvidenskab, tildels efter hans utrykte Breve, tilligemed en Skildring af hans Fængsling og Proces i Venedig efter Aktstykker i det venezianske Arkiv og nogle nye Bidrag til hans Biblioteks Historie.

Derefter gav Professor Dr. Kr. Erslev en Meddelelse om den saa kaldte *Constitutio Valdemariana* af Aaret 1326.

Sekretæren meddelte, at Selskabet havde sendt sit berømte udenlandske Medlem, Professor Dr. K. Weierstrass et Lykønskningstelegram i Anledning af hans 80 Aars Fødselsdag, den 31. Oktober.

Der var i rette Tid indkommen tre Besvarelser af Prisopgaver, nemlig af den i 1894 stillede filologiske Opgave (om det Vulgær-Arabiske) med et arabisk Motto; af den i 1892 for Selskabets Guldmedaille og 400 Kr. udsatte Palæontologiske Prisopgave, for hvilken Fristen var bleven forlænget, med Motto af Marsson; og af den i 1894 for det Thottske Legat (600 Kr.) udsatte Prisopgave om Kulhydrater i Kornsorterne med et Motto af R. Arendt.

Redaktøren fremlagde det nylig udkomne 2. Hæfte af Selskabets Oversigt for i Aar.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 767—833 opførte Skrifter, hvoriblandt private Gaver fra Fyrst Albert I af Monaco og fra Abbé Ch. Denis i Paris.

14. Mødet den 15de November.

(Tilstede vare 35 Medlemmer, nemlig Jul. Thomsen, Præsident, Joh. Lange, Lütken, S. M. Jørgensen, Christiansen, Krabbe, Vilh. Thomsen, Topsøe, Warming, Jul. Petersen, Thiele, Meinert, Rostrup, Joh. Steenstrup, Gertz, Høffding, Kroman, P. E. Müller, Bohr, Gram, Paulsen, Valentiner, Erslev, Christensen, Kjeldahl, Boas, Chievitz, O. G. Petersen, Prytz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Sekretæren, Heiberg, Holm.)

Professor Dr. Joh. Lange gav en Meddelelse om de to indenlandske *Cratægus*- (Hvidtjørn-) Arters Systematik

og geografiske Udbredelse. Denne Afhandling er optagen i Selskabets Oversigt S. 399—414.

Professor Dr. C. Christiansen forelagde dernæst en Afhandling om Berøringselektricitetens Oprindelse, som er optagen i Selskabets Oversigt S. 260—383.

Bytteforbindelse med Professor Fr. Bulić, Udgiveren af *Bullettino di Archeologia e Storia Dalmata* blev vedtagen.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 834—877 opførte Skrifter; deriblandt private Gaver fra Dhrr. Fritsche, St. Petersborg, og Generalmajor Mathiesen, Roskilde.

---

15. Mødet den 29de November.

(Tilstede vare Selskabets Æresmedlem Hs. kgl. Højhed Kronprinsen, samt 26 Medlemmer, nemlig: Jul. Thomsen, Præsident, Holm, S. M. Jørgensen, Christiansen, Krabbe, Wimmer, Warming, Thiele, Meinert, Rostrup, Joh. Steenstrup, Høffding, P. E. Müller, Bohr, Gram, Christensen, Kjeldahl, Boas, Chievitz, O. G. Petersen, Prytz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Sekretæren, Kroman.)

Museumsinspektor Dr. F. Meinert meddelte Bidrag til de Viftevingedes (*Strepsiptera*) Naturhistorie. Denne Afhandling vil blive optagen i Selskabets Oversigt.

Derefter gav Professor Dr. T. N. Thiele en Meddelelse om Flerfoldsvalgenes Theori og Valgresultats tilnærmede Beregning. Denne Afhandling er optagen i Selskabets Oversigt S. 415—441.

Professor Dr. Jul. Thomsen forelagde dernæst en Afhandling om Brintens og Iltens Tæthed. Denne Afhandling er optagen i Selskabets Oversigt S. 384—398.

Endelig forelagde Professor Dr. Chr. Bohr to af Cand. med. Joh. Bock i Universitetets fysiologiske Laboratorium udførte Arbejder:

1) Experimentelle Undersøgelser om Kuliltеforgiftning, 2) Om Kulilteforgiftningens Forløb hos Dyr af forskellig Art.

Fra det til Bedømmelse af Dr. med. N. P. Schierbecks Afhandling nedsatte Udvalg (Bohr, Prytz) var indkommen følgende Bedømmelse:

Den af Hr. Dr. med. N. P. Schierbeck til Selskabet indsendte Afhandling: «Om Bestemmelsen af Luftens Fugtighedsgrad for fysiologiske Øjemed» indeholder i første Afsnit en Oversigt over, hvad der alt foreligger af Undersøgelser over Væskers Fordampningshastighed i rolig Luft. Særlig beskæftiger Forfatteren sig med den af Stefan udledede Formel for Fordampningshastigheden og de Forsøg, Stefan har udført for at prøve denne Formels Rigtighed. I Behandlingen heraf gør der sig nogen Uklarhed gældende med Hensyn til den Indflydelse, som Lufttemperaturen har paa Fordampningen, idet Forfatteren et Sted forudsætter, at Stefan ikke er opmærksom paa denne Faktor, medens han senere citerer Stefans Udtryk for Fordampningskoefficienten, hvor Lufttemperaturen indgaar netop saaledes, som Forfatteren finder det bekræftet ved sine egne Undersøgelser.

I disse Undersøgelser, der danne den vigtigste Del af Arbejdet, har Forfatteren med megen Omhu søgt at sondre ud fra hinanden og at bestemme de Indflydelser, som henholdsvis Væskeoverfladens og Luftens Temperaturer have paa Fordampningen, og han har tilvejebragt Forsøgsmethoder til Undersøgelse af Æthers og Vands Fordampningshastigheder, dels i stillestaaende, dels i bevæget Luft, som have givet Resultater, der, om de end ikke føre til nogen sikker Bestemmelse af de absolute Værdier for Fordampningskoefficienterne, dog give værdifulde Oplysninger om Fordampningsprocessen, særlig i Retning af denne Proces's Betydning i Hygieinen. Vi kunne derfor tilraade, at Afhandlingen efter Forfatterens Ønske optages

paa fransk i Selskabets Oversigt. Det var at ønske, at Forfatteren kunde finde en mere betegnende Titel for Arbejdet end den, hvorunder det er indsendt, idet Afhandlingen kun i ringe Grad beskæftiger sig med det, man sædvanlig forstaar ved Bestemmelse af Fugtighedsgraden.

København, den 26. November 1895.

Christian Bohr. K. Prytz.
Affatter.

I Henhold hertil besluttede Selskabet at optage denne Afhandling i sin Oversigt med Smaaændringer, hvori saa vidt muligt tages Hensyn til Bemærkningerne i Bedømmelsen.

To af H. Schumacher i 1829 afgivne forseglede Deposita bleve ifølge Selskabets Beslutning aabnede i Mødet den 18. Oktober og Indholdet, som skyldtes Astronomen P. A. Hansen, overgivet til Selskabets astronomiske Medlemmer til Undersøgelse. Fra disse (Thiele, Pechüle) indkom Meddelelse om, at de forefundne Skrifter i Hovedsagen vare publicerede af Forf. selv. Papirerne sendtes, ifølge et af Forf.s Søn udtalt Ønske, til Prof. Harzer i Gotha.

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 878—916 opførte Skrifter, hvoriblandt en privat Gave fra Oberstløjtnant A. Staggemeier.

---

16. Mødet den 13de December.

(Tilstede vare 27 Medlemmer, nemlig Jul. Thomsen, Præsident, Joh. Lange, Holm, Lütken, Christiansen, Krabbe, Vilh. Thomsen, Wimmer, Topsøe, Warming, Meinert, Rostrup, Joh. Steenstrup, Høffding, Bohr, Gram, Valentiner, Erslev, Fridericia, Christensen, Hansen, Boas, Chievitz, Salomonsen, Sørensen, Pechüle, Sekretæren.)

Kassekommissionen fremlagde Forslag til Budget for 1896, hvilket Selskabet vedtog. Det saaledes vedtagne Budget findes trykt S. (70)—(73).

Budget for 1896.

	Kr.	ø.	Kr.	ø.
Indtægt.				
1. Kassebeholdning:				
a. Rede Penge	5354	52		
b. Det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag	2633	68		
c. 1 Guldmedaille	320	"		
d. 1 Sølvmedaille	12	50	8320	70
2. Renter og Udbytte af Aktier og Obligationer:				
a. 125700 - Husejer Kreditkasse Oblig.	5028	"		
83200 - Østifternes Kreditforenings Oblig.	3328	"		
15000 - Jydske Landejend. Kreditf.-Oblig.	600	"	8956	"
b. 72000 - i Prioritets Obligationer			2880	"
c. 600 - Nationalbankaktier, Udbytte			39	"
3. Godtgørelse for Kontorleje			1600	"
4 Bidrag i Følge testamentarisk Bestemmelse:				
a. Til Præmier:				
fra det Classenske Fideikommis	400	"		
Etatsraad Schous og Hustrus Legat	100	"	500	"
b. Til videnskabelige Formaals Fremme:				
det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag for 1896		"	1900	"
5. For Salg af Selskabets Skrifter			450	"
6. Rente af Indlaan og Folio i Bankerne			200	"
7. Tilfældige Indtægter			"	"
Samlet Indtægt			24845	70

Af Selskabets Kapitalformue betragtes 280000 Kr. som et Fond, der ikke maa formindskes, medens Resten er til Raadighed til videnskabelige Foretagender (Beslutning af 24. April 1874).

Budget for 1896.

	Kr.	Ø.	Kr.	Ø.
Udgift.				
1. Selskabets Bestyrelse:				
a. Løn til Embedsmænd, Medhjælp til Sekretariatet og Arkivet, samt Budet	3780	"		
b. Gratifikationer	400	"		
c. Brændsel	50	"		
d. Belysning	50	"		
e. Kontorudgifter	600	"		
f. Porto	550	"		
g. Kontorleje og Brandforsikring	1780	75		
			7210	75
2. Til Selskabets Forlagsskrifter:				
a. Af Selskabets Midler: Kr. Ø.				
α. Trykning af Oversigterne og Skrifterne, derunder Papir til førstnævnte . . . . . 4000 "				
Hæftning . . . . . 650 "				
Oversættelse paa Fransk. . . . . 650 "				
Kobberstik, Lithografi, Træsnit 1200 "				
	6500	"		
β. Papirkøb til Skrifterne.	800	"		
γ. Ordbogen	500	"		
δ. Oplaget af Selskabets Forlagsskrifter . . .	400	"		
			8200	"
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag:				
α. Regesta diplomatica	1500	"		
β. Til Afbildninger i Prof. Jul. Langes Arbejde om Billedkunstens Fremstilling af Menneskeskikkelsen	900	"		
			2400	"
3. Til anden Virksomhed ved Selskabets Medlemmer:				
a. Af Selskabets Midler: Kr. Ø.				
α. Til Udgivelse af Skrifter . . . . . " "				
β. Til andre videnskabelige Arbejder " "				
	"	"		
Overføres . . .	. . . .	. .	17810	75

Budget for 1896.

	Kr.	Ø.	Kr.	Ø.
Udgift.				
Overført . . .	. . . .	. .	17810	75
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag:				
Til Raadighed	"	"		
			"	"
4. Understøttelse til Skrifters Udgivelse og videnskabelige Arbejder af Ikke-Medlemmer:				
a. Af Selskabets Midler:				
Til Raadighed	"	"		
b. Af det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag:				
α. Til Udgivelse af en Katalog over den danske Literatur ved Justitsraad Bruun. Bevilget d. 17de Novbr. 1865 Subskription paa 50 Expl. med indtil 4000 Kr. Af Resten 493 Kr. 78 Øre ventes brugt . . . . . Kr. Ø. 400 "				
β. Til Udgivelse af J. C. Espersens Ordbog bevilget d. 17de Decbr. 1875 2400 Kr., til V. Holms Supplement til samme bevilget d. 27. Febr. 1880 500 Kr. og til Afslutning af Ordbogen bevilget den 15de Maj 1891 1100 Kr. Til Rest 1283 77				
γ. Til Raadighed . . . . . " "				
	1683	77		
			1683	77
5. Pengepræmier og Medailler:				
a. Præmie af Legaterne:				
fra det Classenske Fideikommis	"	"		
Etatsraad Schous og Hustrus	"	"		
b. Af Selskabets Kasse (derunder Renten af det Thottske Legat)	1000	"		
c. 2 Guldmedailler	640	"		
			1640	"
6. Tilfældige Udgifter:				
Til Bohave og Istandsættelser	. . . .	. .	100	"
Overføres . . .	. . . .	. .	21234	52

Budget for 1896.

	Kr.	ø.	Kr.	ø.
Udgift.				
Overført . . .	. . . .	. .	21234	52
7. Indkøb af Obligationer	. . . .	. .	"	"
8. Kassebeholdning:				
a. Rede Penge	2688	77		
b. Det Hjelmstjerne-Rosencroneske Bidrag . .	589	91		
c. 1 Guldmedaille	320	"		
d. 1 Sølvmedaille	12	50		
Forskellige mindre Sølvmedailler til Værdi 38 Kr. og et Sæt Guld- og Platinvægte opbevares i Kassen.			3611	18
Samlet Udgift . . .	. . . .	. .	24845	70

Af disse Udgifter ere 1 a, b faste, 1 c—g, 2, 5 og 6 kalkulatoriske. 3 og 4 afhænge af særlig Bevilling. Med Hensyn til 7 tager Kassekommissionen Beslutning.

Professor Dr. Ludv. Wimmer fremlagde første Afdeling af sit Værk om de danske Runemindesmærker, indeholdende de historiske Runemindesmærker, og knyttede dertil forskellige Bemærkninger.

Bytteforbindelse med Universitetet i Jurjew (Dorpat) blev vedtaget af Selskabet.

Redaktøren fremlagde det nylig udkomne 2. Hæfte af Skrifternes 6. Række, historisk-filosofisk Afdeling, IV. Bind, indeholdende J. Østrup, «Historisk-topografiske Bidrag til Kendskabet til den syriske Ørken».

I Mødet vare fremlagte de paa Boglisten under Nr. 917—943 opførte Skrifter.

Tilbageblik

paa Selskabets Virksomhed i Aaret 1895.

Ved Slutningen af Aaret 1894 talte Selskabet 1 Æresmedlem og 52 indenlandske og 100 udenlandske Medlemmer. Det har i Aarets Løb mistet et indenlandsk Medlem nemlig Professor Dr. Fr. Johnstrup, samt otte udenlandske Medlemmer, nemlig Sir Henry Rawlinson i London, Professor i Mathematik Arthur Cayley, Cambridge, Professor i Geologi James D. Dana i New Haven, Professor i Fysiologi Carl Ludwig i Leipzig, Professor i Biologi Th. H. Huxley i London, Professor i Mathematik D. Bierens de Haan i Leiden, Professor i Zoologi Sven Lovén i Stockholm og Medlem af Institutet, Professor Louis Pasteur i Paris.

I sit Møde den 5. April optog Selskabet fire udenlandske Medlemmer, nemlig i den historisk-filosofiske Klasse Direktør for Istituto Austriaco di studii storici i Rom, Dr. Th. v. Sickel, samt i den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse, Professor i Botanik Axel Blytt i Kristiania, Professor i Botanik, Dr. Th. M. Fries i Upsala og Professor, Intendant, Dr. Veit B. Wittrock i Stockholm.

Ved Aarets Slutning talte Selskabet saaledes 1 Æresmedlem, 51 indenlandske Medlemmer og 96 udenlandske Medlemmer, af hvilke 21 indenlandske og 39 udenlandske høre til den historisk-filosofiske Klasse, medens 30 indenlandske og 57 uden-

landske ere Medlemmer af den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.

Som Medlem af Kassekommissionen fratraadte efter Tur Professor, Dr. T. N. Thiele, der genvalgtes for de følgende fire Aar. Til Kommissionens Formand genvalgtes Professor T. N. Thiele.

Til Revisorer genvalgtes begge de fratrædende, nemlig Fabrikinspektør, Dr. H. Topsøe og Professor, Dr. Jul. Petersen for de følgende tre Aar.

Til Klasseformænd genvalgtes Professor, Dr. J. L. Ussing for den historisk-filosofiske, og Professor, Dr. C. F. Lütken for den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse for de næste tre Aar.

Selskabet har i Aarets Løb holdt 16 Møder, hvori der blev givet 32 videnskabelige Meddelelser, 9 af Medlemmer af den historisk-filosofiske Klasse, 23 af Medlemmer af den naturvidenskabelig-mathematiske Klasse. Af disse er 1 bestemt for Selskabets Skrifter; 16 ere optagne i Oversigten og 1 er bestemt derfor. Endvidere ere Afhandlinger af Museumsinspektor F. Meinert fra ifjor og af Dr. J. Østrup optagne i Skrifterne, samt Afhandlinger af F. Tobiesen, J. Bock og J. Fibiger optagne i Oversigten for i Aar.

Foruden nærværende Aargang af «Oversigten» har Selskabet i Aarets Løb udgivet følgende til den historisk-filosofiske Afdeling hørende Skrift, 6. Rækkes IV. Bds. 2. Hæfte, indeholdende J. Østrup, «Historisk-topografiske Bidrag til Kendskabet til den syriske Ørken» med et Oversigtskort, og to til den naturvidenskabelig-mathematiske Afdeling hørende Skrifter, nemlig 6. Rækkes VII. Bds. 10. Hæfte, indeholdende: Emil Petersen, «Reaktionshastigheden ved Methylætherdannelsen» og VIII. Bds. 1. Hæfte indeholdende: Fr. Meinert, «Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne» med en fransk Résumé og tre Tavler.

Selskabet har desuden efter Forslag af dets mathematiske og astronomiske Medlemmer besluttet at foranstalte en ny Udgave paa fransk af Landmaaleren Caspar Wessels Afhandling i Skrifterne, 2. Række, V. Bd.: «Om Directionens analytiske Betegning».

I Anledning af en Opfordring fra *Royal Society* i London har Selskabet lovet sin Medvirkning ved Udførelsen af et internationalt Katalogarbejde over naturvidenskabelige og mathematiske Skrifter. Til at varetage Selskabets Andel heri nedsattes et staaende Udvalg bestaaende af Professorerne Lütken, Zeuthen, S. M. Jørgensen, Christiansen og Warming.

En Prisafhandling for det Classenske Legat af Dr. C. G. Joh. Petersen er bleven belønnet med 400 Kr.

Carlsbergfondets Direktion har indsendt Beretning om Fondets Virksomhed i Aaret 1893—94.

Recherches sur la constitution des sels cobaltammoniés.

Par

S.-M. Jørgensen.

(Présenté dans la séance du 30 novembre 1894.)

Dans les combinaisons aliphatiques normales il y a lieu, comme on sait, d'admettre des groupes méthyléniques combinés en séries, et dont le premier et le dernier sont liés aux divers radicaux X et Y, identiques ou différents:

$$X.CH_2.CH_2.CH_2 \ldots CH_2.Y.$$

Chez certains composés azotiques se retrouvent de semblables relations. Toutefois l'azote diffère du carbone en fonctionnant aussi souvent comme triatomique que comme pentatomique. L'ammoniaque, correspondant au méthylène, existe donc d'une part à l'état libre, d'autre part elle fonctionne comme radical diatomique et, dans ce dernier cas, elle forme, de la même manière que le méthylène, des combinaisons:

$$X.NH_3.NH_3.NH_3 \ldots NH_3.Y.$$

Mais, tandis que les atomes ou radicaux X et Y, liés à un groupe ou à une série méthylénique, peuvent être de nature électrochimique semblable ou opposée — on connaît par exemple les composés:

$$H.(CH_2)_n.H, \quad H.(CH_2)_n.Cl, \quad Cl.(CH_2)_n.Cl, \quad Zn\begin{matrix}.(CH_2)_n.H \\ .(CH_2)_m.H\end{matrix} \text{ etc.}$$

les circonstances sont différentes pour l'ammoniaque et pour les séries ammoniacales. Des combinaisons telles que $H.NH_3.H$ ou $Cl.NH_3.Cl$ n'existent pas. En revanche on connaît les composés:

$$H.NH_3.Cl\,, \quad H.NH_3.NH_3.NO_3\,, \quad H.(NH_3)_4.Br\,,$$
$$H.(NH_3)_7.J\,, \quad \text{etc.}$$

Pour que de tels composés puissent exister, il faut que les radicaux X et Y soient de nature électrochimique opposée. Y étant un élément halogène ou un résidu acide tel que NO_3, etc., il faut que X soit l'hydrogène ou un métal. Il semble que les métaux dont le caractère électropositif n'est pas très prononcé, comme le platine diatomique ou tétratomique, les modifications triatomiques du cobalt, du chrome et du rhodium, soient éminemment propres à former de telles combinaisons d'une grande stabilité.

Voilà le principe dont M. Blomstrand [1]) a, le premier, déduit une théorie cohérente des sels métalammoniés. A ce point de vue il a réussi à interpréter, d'une manière claire et naturelle, le grand nombre des sels platinammoniés nouveaux que M. Cleve avait fait connaître à peu près à la même époque, ainsi que les composés du même genre qu'on avait, depuis longtemps, obtenus. M. Blomstrand essaya d'interpréter d'après le même principe la constitution des nombreux sels cobaltammoniés. Mais ici ses interprétations ne pouvaient être que des essais. A coup sûr les matériaux étaient riches et la chimie de ces composés comprenait des travaux étendus et importants, mais dans ces études on n'avait jamais procédé méthodiquement; d'ailleurs il s'y était glissé plusieurs erreurs; enfin sur quelques points des plus importants, notamment sur la relation mutuelle des sels purpuréo- et roséocobaltiques et des sels roséo- et lutéocobaltiques, on manquait des renseignements les plus essentiels.

[1]) Chemie der Jetztzeit, Heidelberg 1869, p. 280—312; Berliner Ber. **4**, p. 40—52 (1871).

MM. Gibbs et Genth [1]) avaient les premiers distingué entre les sels purpuréo- et les sels roséocobaltiques. Les chlorures de ces deux séries avaient la même composition, sauf que le chlorure roséo contenait de l'eau, tandis que le chlorure purpuréo était anhydre, mais les deux chlorures présentaient des réactions différentes; de plus le chlorure roséo était très soluble, le chlorure purpuréo à peu près insoluble dans l'eau froide. La distinction paraissait pourtant un peu douteuse, parce que certaines réactions, surtout celle du ferricyanure de potassium, semblaient s'effectuer également bien avec les deux sels. Et quant à la différence de solubilité, on trouva quelques années plus tard dans le sulfate de magnésium ordinaire et dans la kiésérite un cas où le même composé, dans différents états d'hydratation, présentait une semblable différence de solubilité. A quel point il était difficile de distinguer, par les moyens indiqués, les sels roséo des sels purpuréo, c'est ce qui ressortit clairement du fait que M. Gibbs lui-même [2]) a confondu encore en 1875 et 1876 divers sels des deux séries. Lorsque, dans leur célèbre mémoire de 1856, MM. Gibbs et Genth [3]) émettaient l'opinion que les sels roséo dérivaient d'une base triatomique (ou, comme on l'a dit plus tard, lorsqu'on a doublé les poids atomiques de la plupart des métaux, d'une base hexatomique), les sels purpuréo, au contraire, d'une base diatomique (tétratomique), il faut avouer que les raisons qu'ils donnaient de cette opinion étaient assez faibles. Les seuls sels sur lesquels ils appuyaient cette conception, à savoir l'oxalate purpuréocobaltique, $(Co_2, 10NH_3)\overset{O}{}_{2C_2O_4}, 3H_2O$, et l'oxalosulfate purpuréocobaltique

[1]) Researches of the ammonia-cobalt bases, Washington 1856, (Smithson. contrib.) p. 10.

[2]) Proceed. of the Amer. Acad. **10**, p. 32 et suiv., **11**, p. 1 et suiv.

[3]) Researches p. 62 et suiv.

neutre, $(Co_2,10NH_3)\begin{matrix}O\\C_2O_4\\SO_4\end{matrix},7H_2O$, ont été reconnus plus tard comme composés d'une autre manière [1]). Aussi l'analogie que MM. Gibbs et Genth [2]) avaient établie entre le chlorure purpuréo- et le chlorure xanthocobaltique, en attribuant au dernier la formule $(NO)_2^{\prime}(Co_2,10NH_3)\begin{matrix}O\\Cl_4\end{matrix}$, a-t-elle dû plus tard être interprétée d'une manière différente, interprétation qui d'ailleurs a fait ressortir plus nettement l'analogie des deux composés à certains égards, le chlorure xantho devenant $(Co_2,10NH_3)\begin{matrix}(NO_2)_2\\Cl_4\end{matrix}$; cependant la plupart des auteurs [3]) qui firent valoir cette idée considéraient les sels xantho comme des sels doubles de la série roséo. Dans ces conditions il ne paraît pas singulier que M. Blomstrand [4]) en 1869 ait pu dire que les sels purpuréo ne différaient des sels roséo que par l'absence d'eau de cristallisation.

Cependant, le premier pas qu'on fit dans la connaissance des véritables rapports existant entre ces sels eut lieu dans le laboratoire de M. Blomstrand, où M. Krok [5]) en 1870 fit connaître que l'oxalate purpuréo de MM. Gibbs et Genth contenait du chlore et avait pour composition $Cl_2.(Co_2,10NH_3).2C_2O_4$. De cette observation, ainsi que de la circonstance qu'un tiers du chlore du chlorure purpuréo était beaucoup plus fixe que le reste et n'était pas précipité à froid par le nitrate

---

[1]) Le premier est, d'après M. Krok (voir plus bas), l'oxalate chloropurpuréo; le second est, d'après des recherches que je n'ai pas publiées encore, le sulfate normal d'une série oxalopurpuréocobaltique.

[2]) Researches p. 63.

[3]) Otto. Ausführl. Lehrb. d. anorg. Ch. 4. Aufl., 3, p. 51. — Weltzien. Syst. Zusammenstell. der org. Verb., Braunschweig 1850, Einleit. p. XXI. — Braun. Unters. über ammon. Cobalt-Verbind., Göttingen 1862, p. 30.

[4]) Chemie der Jetztzeit p. 294 Not.

[5]) Lunds Univers. Årsskrift 1870.

d'argent [1], M. Krok conclut que le tiers du chlore en question faisait partie du radical. Cependant, si le chlorure purpuréo était effectivement un composé analogue au chlorure chloroplatine-diamique de Gros, il devait paraître étrange que l'on n'eût pas observé d'autres sels chloropurpuréo que le chlorure et l'oxalate. Toutefois le sel double à chlorure platinique que M. Genth [2] avait préparé déjà en 1847 et que M. Claudet [3] avait analysé de nouveau en 1851, semblait, d'après sa composition $Cl_2.(Co_2, 10NH_3).Cl_4, 2PtCl_4$, être constitué d'une manière analogue à l'oxalate de M. Krok. Mais d'un autre côté M. Claudet avait en même temps obtenu avec le chlorure purpuréo un sel double à 6 molécules de chlorure mercurique; en outre beaucoup des sels roséo que M. Krok avait étudiés ressemblaient beaucoup, quant à la composition, à son chlorooxalate purpuréo.

Dans le résumé du travail de M. Krok qu'il donna en 1871, M. Blomstrand [4] attribua toutefois aux sels roséo et aux sels purpuréo des formules différentes en écrivant l'iodosulfate roséo $(Co_2,10NH_3)\begin{matrix}J_2\\2SO_4\end{matrix} + 2H_2O$, le chlorure purpuréo au contraire $Cl_2.(Co_2,10NH_3).Cl_4$; mais de même qu'il fait usage du terme: les sels «dits» purpuréo, il emploie vers la même époque [5] pour le sel roséo en question le terme rationnel: iodosulfate de dicobaltine-ditriamique, terme par lequel

[1] Cette indication précise, M. Krok ne l'a pas appuyée de données analytiques, ce qu'il y avait pourtant lieu de désirer en égard à l'importance du fait. Fremy (Ann. Chim. Phys. [3] **35**, p. 303; 1852) avait déjà trouvé que «la précipitation du chlore par les sels d'argent n'est complète que lorsqu'on maintient la liqueur en ébullition pendant quelque temps». MM. Gibbs et Genth (Researches p. 27) interprétaient le fait en supposant que le chlorure d'argent se dissout dans la solution du chlorure purpuréo, «en formant un sel double».

[2] Ann. Chem. Pharm. **80**, p. 275.

[3] Phil. Mag. [4] **2**, p. 253.

[4] Berlin. Ber. **4**, 711.

[5] Ibid. p. 52.

il veut, d'après le contexte, exprimer la structure atomique suivante :

$$Co_2 \begin{Bmatrix} J \\ NH_3.NH_3. \\ NH_3.NH_3.NH_3. \end{Bmatrix} SO_4 \quad \begin{Bmatrix} NH_3.NH_3.NH_3. \\ NH_3.NH_3. \\ J \end{Bmatrix} SO_4$$

Il est clair d'après cela que M. Blomstrand ne constate pas de différence essentielle entre les sels roséo et les sels purpuréo. Que l'arrangement des groupes ammoniacaux dans les formules fût assez arbitraire, c'est ce que M. Blomstrand reconnut lui-même [1]). M. Gibbs [2]) insista fortement sur ce point quoiqu'il acceptât en principe les idées de M. Blomstrand. Il déclare formellement qu'en assignant aux chlorures roséo et purpuréo les formules suivantes [3]):

$$Co_2 \begin{Bmatrix} Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ Cl \end{Bmatrix} \qquad Co_2 \begin{Bmatrix} NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \end{Bmatrix}$$

roséo (sic) purpuréo (sic)

il veut seulement donner à entendre que la constitution des deux composés est en effet différente, mais que les formules données sont tout à fait arbitraires.

La question de la constitution des sels roséo- et purpuréo-cobaltiques et de leurs rapports mutuels était donc ouverte lorsque, par des recherches d'un genre tout différent [4]), je fus

[1]) Chemie d. Jetztzeit p. 310.
[2]) Proceed. Amer. Acad. **11**, p. 45 et suiv. (1876).
[3]) Ibid. p. 51.
[4]) Om den s. k. Herapathit o. s. v. (K. D. Vid. Selsk. Skr. [5] **12**, p. 101 (1875); J. pr. Chem. [2] **15**, p. 418).

conduit en 1875 au centre même du problème. Un sulfate, préparé d'après les indications de MM. Gibbs et Genth en traitant à froid le chlorure purpuréo par l'acide sulfurique concentré, devait, d'après ces auteurs, être exempt de chlore, et en effet sa solution dans l'eau froide ne fut pas précipitée par le nitrate d'argent. Mais un periodure, préparé à l'aide de ce même sulfate, se trouva contenir un atome de chlore pour chaque atome de cobalt. Par suite la même chose devait avoir lieu pour le sulfate, et de là résultait encore que l'acide sulfurique concentré ne chasse à froid que les deux tiers du chlore du chlorure purpuréo sous la forme d'acide chlorhydrique. C'est là ce qui donna lieu à mes premières recherches sur les sels cobaltammoniés [1]) où j'ai réussi à préparer un grand nombre des sels chloropurpuréo, contenant tous deux atomes de chlore liés au métal et par suite parfaitement analogues aux sels chloroplatine-diamiques. En même temps je pus annoncer [2]) qu'il existe une série tout à fait analogue de sels chloropurpuréochromiques, et en 1879 j'ai décrit [3]) en détail ces sels chromiques, analogues jusqu'aux moindres particularités aux sels cobaltiques correspondants. Peu de temps après j'ai trouvé de semblables sels cobaltiques, où le brome [4]) et le résidu nitrique NO_3 [5]), appartenant en quelque sorte au radical, se trouvent liés aux atomes métalliques, et j'ai démontré par des réactions précises que ces derniers sels diffèrent complètement des sels roséo, isomères, mais hydratés; j'ai démêlé que les sels purpuréo, quand on chauffe à l'ébullition leurs solutions acidulées, se changent en sels roséo, et que les auteurs antérieurs, ne connaissant pas cette transformation, avaient pris souvent

---

[1]) Overs. over K. D. Vid. Selsk. Forh. 1878 p. 7—35; J. pr. Chem. [2] **18**, p. 209—247.
[2]) J. pr. Chem. [2] **18**, p. 248.
[3]) Kjøbenhavns Univers. Festskrift; J. pr. Chem. [2] **20**, p. 105—145.
[4]) J. pr. Chem. [2] **19**, p. 49—69 (1879).
[5]) Ibid. [2] **23**, p. 27—263 (1880).

des sels roséo pour des sels purpuréo. Enfin j'ai décrit des sels analogues bromo- et iodopurpuréochromiques [1]). En même temps M. O.-T. Christensen a étudié dans mon laboratoire les sels roséo- [2]) et xanthochromiques [3]) et a démontré, d'une part, que ces derniers étaient parfaitement analogues aux sels xanthocobaltiques, connus depuis longtemps [4]); d'autre part il a mis hors de doute qu'ils étaient en effet des sels purpuréo, dont le radical contenait le résidu nitreux NO_2 lié à l'atome métallique. D'ailleurs M. Christensen a trouvé une manière plus commode de préparer le chlorure purpuréochromique [5]), ce qui a beaucoup facilité l'étude ultérieure des sels chromammoniés.

Si l'on pouvait encore, après toutes ces recherches, douter que les sels roséo et les sels purpuréo eussent en effet une constitution différente, mes études sur les sels rhodiumammoniés [6]) mirent le fait hors de doute, les mêmes rapports se retrouvant ici, mais d'une manière beaucoup plus marquée.

Dans ces travaux sur les sels purpuréo et roséo, M. Blomstrand vit à juste titre une confirmation de ses idées, attendu que les premiers de ces sels se trouvaient renfermer deux équivalents de chlore, de brome et de divers groupes électronégatifs liés aux atomes métalliques et faisant partie du radical, tandis que les sels roséo, dérivant de bases hexatomiques, devaient selon toute apparence avoir les équivalents du chlore ou d'autres résidus électronégatifs liés tous les six aux groupes ammoniacaux. La conception de MM. Gibbs et Genth que les sels purpuréo dérivaient d'une base tétratomique, les sels roséo d'une base hexatomique, s'était trouvée confirmée, quoique d'une manière autre qu'ils ne l'avaient pensé. Dans une ré-

---

[1]) J. pr. Chem. [2] **25**, p. 83—95 (1881).
[2]) Overs. over Vid. Selsk. Forh. 1880, p. 1; J. pr. Chem. [2] **23**, p. 26—54.
[3]) Overs. over Vid. Selsk. Forh. 1881, p. 85; J. pr. Chem. [2] **24**, p. 74—92.
[4]) Voir plus haut p. 4.
[5]) Tidsskr. for Phys. og Chemi 1880, p. 290; J. pr. Chem. [2] **23**, p. 54—58.
[6]) J. pr. Chem. [2] **27**, p. 433—489 (1883); ibid. **34**, p. 394—423 (1886).

sumé de mon travail sur les sels chloropurpuréochromiques, M. Blomstrand [1]) proposa en 1879 les formules suivantes pour les chlorures roséo- et purpuréocobaltiques:

$$Co_2\begin{cases} Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ Cl \end{cases} \qquad Co_2\begin{cases} NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \end{cases} + 2H_2O$$

Chlorure purpuréo. Chlorure roséo.

«Quand l'un des deux sels», dit-il, «se change en l'autre, il «faut présumer qu'un groupe ammonical se déplace». En même temps il attira l'attention sur les sels chromiques tétrammoniés que M. Cleve [2]) avait déjà décrits en 1865 et que dès lors M. Blomstrand, en doublant les formules, considéra comme des sels chloropurpuréochromiques octammoniés:

$$Cr_2\begin{cases} Cl \\ NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \\ Cl \end{cases}$$

M. Cleve n'ayant trouvé aucune indication de l'existence de sels roséo dans cette série, M. Blomstrand considérait ce fait comme appuyant son interprétation des sels roséo décammoniés.

Ces idées de M. Blomstrand me parurent cependant tant soit peu hasardées, un tel déplacement des groupes ammoniacaux n'ayant jamais été observé auparavant, et lorsque j'eus trouvé en 1882 qu'il existe des sels roséo basiques, cris-

[1]) Berlin. Ber. **12**, p. 1729.
[2]) Svenska Vet. Akad. Handl. **6**, Nr. 4 (1865).

tallins et bien définis, aussi bien dans la série cobaltique que dans la série chromique [1]), et que ces sels p. ex.

$$(Co_2, 10NH_3)\begin{matrix}(OH)_2\\2S_2O_6\end{matrix}, 4H_2O$$

se formaient directement en traitant les sels roséo normaux par l'ammoniaque, je n'eus plus de doute que les sels roséo ne dussent être constitués d'une manière autre que M. Blomstrand ne l'avait proposé en 1879. En effet les bases de ces sels métalammoniés sont à coup sûr de la même nature que les bases d'ammonium organiques [2]), par suite beaucoup plus fortement basiques que l'ammoniaque. A peine avait-on un seul cas incontestable où un sel métalammonié, par l'action de l'ammoniaque, formât un sel basique. J'ai donc admis que les groupes hydroxyliques des sels basiques en question étaient liés directement aux atomes métalliques, et je trouvais dans la composition de plusieurs sels roséo normaux, comme M. Blomstrand lui-même l'avait trouvé antérieurement, quelque raison d'une telle conception. Le fait surtout que les sels roséo, aussi bien que les sels purpuréo, mais non les sels lutéo, étaient réduits par le ferrocyanure de potassium à l'état de sels cobalteux, me parut prouver que les sels lutéo étaient les seuls où tous les points d'attache de l'atome cobaltique double étaient liés à l'ammoniaque. Mais alors je ne pouvais m'expliquer les choses qu'en admettant que les points d'attache auxquels les deux équivalents d'éléments ou de groupes électronégatifs se trouvent liés dans les sels roséo n'étaient pas de même nature que ceux auxquels les mêmes atomes ou groupes électronégatifs étaient liés dans les sels purpuréo. La manière différente dont se comportent le chlorure chromique vert et le chlorure chromique violet à l'égard des sels d'argent, et les rapports singuliers des sels rhodo- et érythrochromiques que j'avais en

---

[1]) J. pr. Chem. [2] **25**, p. 417 et suiv.

[2]) Cf. J. pr. Chem. [2] **33**, p. 493.

même temps découverts [1]), et dont la constitution paraît, après tout, asymétrique, semblaient d'ailleurs venir à l'appui d'une telle conception [2]).

Voilà quel était en 1883 l'état de la question des relations mutuelles des sels roséo et purpuréo. Le problème avait été étudié à nouveau de plusieurs points de vue. On avait constaté que sans contredit les deux séries étaient différentes, et établi des réactions précises, caractérisant incontestablement l'une et l'autre. On avait séparé les sels purpuréo en plusieurs sections d'après les atomes ou groupes électronégatifs attachés au métal et appartenant au radical. Mais on n'avait pas élucidé la question de la différence essentielle des deux séries. C'est alors que mes recherches sur les sels lutéochromiques [3]) et lutéocobaltiques [4]), auxquelles j'ajoutai plus tard un étude sur les sels lutéo de rhodium [5]), changèrent tout d'un coup la situation. Puisque le chlorure lutéochromique, traité par l'acide chlorhydrique, se changeait en totalité, déjà à froid, plus rapidement à chaud, en chlorure chloropurpuréochromique [6]), deux atomes de chlore déplaçant directement $2NH_3.Cl$, et puisque dans les sels chloropurpuréo les deux atomes de chlore étaient incontestablement liés au métal, il fallait que les deux groupes $NH_3.Cl$ dans le chlorure lutéo fussent eux aussi liés au métal. Or j'ai établi, de plus, par une longue série d'importantes analogies, que les sels lutéo et les sels roséo [7]) se ressemblaient à tel point qu'il était indispensable d'admettre pour les deux séries une constitution analogue [8]). Ils se correspondaient

[1]) J. pr. Chem. [2] **25**, p. 321—346 et p. 398—430 (1882).
[2]) Ibid. p. 414 et suiv.
[3]) Ibid. [2] **30**, p. 1—32 (1884).
[4]) Ibid. [2] **35**, p. 417—448 (1887).
[5]) Ibid. [2] **44**, p. 48—62 (1891).
[6]) Ibid. [2] **29**, p. 416, **30**, p. 13.
[7]) Sur les sels roséo de cobalt voir J. pr. Ch. [2] **31**, p. 49—93 (1885); sur ceux de rhodium ibid. **34**, p. 394—406 (1886).
[8]) J. pr. Chem. [2] **29**, p. 409—422 (1884)

complètement les uns aux autres, sauf que les sels lutéo contenaient $2NH_3$ là où les sels roséo avaient $2OH_2$. Les premiers avaient pour formule $Co_2(NH_3)_{12}X_6, nH_2O$, les derniers $Co_2(NH_3)_{10}(OH_2)_2X_6, nH_2O$, n étant dans les deux séries le même nombre (assez souvent = 0). Mais l'accord ne s'étendait pas seulement à la composition, il embrassait encore la solubilité plus ou moins grande, la forme cristalline, les réactions, le mode de formation, les métamorphoses, la disposition à former des sels doubles. Il n'y a qu'un seul point où l'on constata une différence essentielle: par l'action de l'ammoniaque, les sels roséo seuls formaient des sels basiques, les sels lutéo n'en formaient pas. Or, puisque chauffé seul ou avec de l'acide chlorhydrique un chlorure roséo se change si facilement en chlorure chloropurpuréo et se reproduit simplement quand on chauffe le dernier avec de l'eau acidulée, il était évident que les deux points d'attache de l'atome métallique double étaient liés

dans le chlorure lutéo à $NH_3.Cl$
» » » roséo à $OH_2.Cl$
» » » chloropurpuréo à Cl

de sorte que ces trois composés, quant à ces deux points d'attache de l'atome métallique double, dérivaient, comme produits de substitution, de

$$H.\overset{V}{N}H_3.Cl, \qquad H.\overset{IV}{O}H_2.Cl, \qquad H.Cl.$$

Que le groupe $\overset{IV}{O}H_2$ pût fonctionner de cette manière en qualité de radical diatomique, analogue au radical $\overset{V}{N}H_3$, c'était là une conséquence plus étendue de la découverte de M. Blomstrand[1]) que le groupe $\overset{IV}{S}(C_2H_5)_2$, fonctionnant, on le sait, comme diatomique dans l'iodure de triéthyle-sulfine, etc., pouvait encore remplacer le groupe $\overset{V}{N}H_3$ dans les bases platin-

[1]) Oversigt over Vid. Selsk. Forh. 1882 p. 251—265; J. pr. Chem. [2] **27**, p. 161—198.

ammoniées. Aussi M. Blomstrand se rangea-t-il aussitôt à mon avis sur la constitution des sels roséo [1]). Grâce à cette conception la question difficile des rapports mutuels des sels lutéo, roséo et purpuréo se trouva enfin élucidée. La constitution des trois chlorures devait être essentiellement la suivante:

$$Co_2\begin{cases} NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.Cl \end{cases} \qquad Co_2\begin{cases} OH_2.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ OH_2.Cl \end{cases}$$

Chlorure lutéo Chlorure roséo

$$Co_2\begin{cases} Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ NH_3.NH_3.Cl \\ Cl \end{cases}$$

Chlorure chloropurpuréo.

Mais de là résultait, ce qui, pour les recherches ultérieures, était d'une importance exceptionnelle, que $NH_3.Cl$, $OH_2.Cl$ et Cl ou, en général, $NH_3.X$, $OH_2.X$ et X (où X signifie un atome ou un radical électronégatif monoatomique) pouvaient se remplacer mutuellement.

De plus on pouvait considérer comme démontré par les travaux mentionnés ci-dessus que les dix groupes ammoniacaux étaient placés de la même manière dans les trois séries de sels. Comment étaient-ils arrangés? c'est ce qui paraissait encore douteux. En attendant il semblait manifeste que, des trois formules que M. Blomstrand avait à diverses époques, quoique sous beaucoup de réserve, proposées pour les sels lutéo:

---

[1]) J. pr. Chem. [2] **34**, p. 452 (1886).

$$Co_2\begin{cases}NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.X\end{cases}\ ^{1)} \qquad Co_2\begin{cases}NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.X\end{cases}\ ^{2)}$$

$$Co_2\begin{cases}X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.X\\X\end{cases}\ ^{3)}$$

la première et la dernière ne pouvaient être justes. Au contraire la seconde était possible, mais on devait aussi compter avec un arrangement des groupes ammoniacaux tel que le suivant:

$$Co_2\begin{cases}NH_3.X\\NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X\\NH_3.X\\NH_3.X\end{cases}$$

quoiqu'il ne parût pas très vraisemblable. Enfin, si l'on ne voulait pas se borner à des formules symétriques, en faveur desquelles en effet ne parlaient que des raisons de probabilité plus ou moins contestables, le nombre des formules possibles était encore beaucoup plus grand.

M. Blomstrand avait toujours pensé que le plus grand nombre de groupes ammoniacaux qui, combinés en série, pouvaient se trouver dans un sel métalammonié, était trois [4]).

---

[1]) Voir Chem. d. Jetztzeit p. 310.
[2]) Ibid. p. 293, 295; Berlin. Ber. **12**, p. 1729 not. (1879).
[3]) Ibid. **4**, p. 52 (1871).
[4]) Chem. d. Jetztzeit p. 309; Berlin. Ber. **4**, p. 44; **12**, p. 1729.

Cependant j'avais déjà, en étudiant les sels rhodiumammoniés [1]), trouvé une série de sels rhodiumpyridiques, qui selon toute apparence devaient avoir pour composition $Cl_4.Rh_2.(NC_5H_5)_8.X_2$, et contenir quatre molécules de pyridine, combinées en série. En effet dans ces sels 4 atomes de chlore se trouvaient liés au métal de la même manière que les deux atomes de chlore dans les sels chloropurpuréo, tandis que les $2X$ étaient liés aux groupes pyridiques et sans doute tous les deux de la même manière. De l'existence de ces composés et surtout d'une étude que j'avais entreprise en 1886 sur les sels platopyridiques [2]), qui s'étaient montrés parfaitement analogues aux sels platoammoniés correspondants, connus depuis longtemps, il fallut bien conclure que l'idée, admise autrefois par un grand nombre d'auteurs, que l'hydrogène de l'ammoniaque pouvait être remplacé par l'ammonium [3]), ne pouvait plus être soutenue.

Plus important que les recherches sur les sels pyridiques de rhodium que je viens de citer, fut cependant un travail sur des sels analogues, renfermant de l'éthylène-diamine, travail que j'ai publié en 1889 et 1890 [4]). J'y ai montré que l'éthylène-diamine forme des sels praséocobaltiques verts, correspondant au chlorure praséo, $Co_2(NH_3)_8Cl_6, 2H_2O$, observé déjà par MM. Gibbs et Genth [5]), puis scrupuleusement décrit et analysé par M. F. Rose [6]). Ce sel fut plus tard étudié de nouveau par M. Vortmann [7]), qui décrivit plusieurs sels de la même série, parmi lesquels un chloronitrate, $Co_2(NH_3)_8Cl_4(NO_3)_2$, et un chloro-dichromate, $Co_2(NH_3)_8Cl_4(Cr_2O_7), H_2O$, notamment,

---

[1]) J. pr. Chem. [2], **27**, p. 478 (1883).

[2]) Ibid. [2] **33**, p. 489—538 (1886).

[3]) Dans son beau mémoire: Untersuch. über ammoniakal. Kobaltverbind., Heidelberg 1871, M. F. Rose a donné un résumé assez complet de ces conceptions mal fondées.

[4]) J. pr. Chem. [2] **39**, p. 1—26; **41**, p. 440—459.

[5]) Researches p. 13 et 42 (1856).

[6]) Untersuch. p. 44 et suiv.

[7]) Berlin. Ber. **10**, p. 1454 (1878); **15**, p. 1892, 1896, 1897 (1882).

pouvaient, par leur composition, faire soupçonner que la constitution de la série praséo était analogue à celle des sels pyridiques de rhodium, mentionnés plus haut. Mais les sels praséo à ammoniaque étaient des composés trop instables pour que l'on pût espérer d'en déterminer directement la constitution. Au contraire les sels praséo à éthylène-diamine se montraient d'une rare stabilité. Leurs métamorphoses pouvaient donc être déterminées avec précision, et j'ai réussi à démontrer qu'ils correspondent parfaitement aux sels pyridiques de rhodium. D'où résultait évidemment la même constitution pour les sels praséo à ammoniaque.

En même temps que j'étudiais les sels métal-éthylène-diamiques, **M. J. Petersen** [1]) entreprit à ma demande un travail sur l'abaissement du point de congélation pour un assez grand nombre de sels métalammoniés. Ce travail fut d'une importance exceptionnelle pour la reconnaissance de la constitution de ces composés. En effet **M. Petersen** a démontré que les métaux ne fonctionnent pas dans ces combinaisons comme des atomes doubles hexatomiques, mais comme des atomes simples triatomiques. Ainsi toutes les formules se trouvèrent tout d'un coup dédoublées et le problème en question simplifié d'une manière inespérée. Or les sels tétrapyridiques de rhodium ainsi que les sels praséocobaltiques à éthylène-diamine et à ammoniaque formaient un point d'appui solide. En effet, avec du cobalt triatomique leur constitution ne pouvait être, d'après ce qui précède, que la suivante, où $en = C_2H_4N_2H_4$, $p = NC_5H_5$, $a = NH_3$:

$.Cl$	$.Cl$	$.Cl$
$Rh.p.p.p.p.X$	$Co.en.en.X$ [2])	$Co.a.a.a.a.X$
$.Cl$	$.Cl$	$.Cl$

[1]) J. pr. Chem. [2] **41**, p. 5; en détail dans Zeitschr. phys. Chemie **10**, p. 580—592.

[2]) Tandis que le groupe $(NH_3)_4$ diatomique ne peut être conçu comme composé que d'une seule manière, — $NH_3.NH_3.NH_3.NH_3$ —, le

Maintenant, puisque le chlorure praséocobaltique à éthylène-diamine, en fixant une molécule d'ammoniaque, produisait très facilement un sel rouge, $Co.en_2a.Cl_3$, analogue par suite, quant à la composition, au chlorure purpuréo $Co.a_5.Cl_3$ et ayant de plus à un degré prononcé les qualités de ce sel, un tiers du chlore n'étant pas précipité par les sels d'argent, et donnant par double décomposition toute une série de sels analogues [1]), il s'ensuivait que la constitution de ceux-ci devait être: $Co.en.en.X.^{.Cl}_{.a.X}$ D'où résultait encore la constitution analogue, c'est-à-dire: $Co.NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X.^{.Cl}_{.NH_3.X}$, pour les sels chloropurpuréo ordinaires. Or, comme les derniers se transforment très facilement en sels roséo, en échangeant tout simplement un atome de chlore, lié au métal, contre le groupe $OH_2.X$, les sels roséo devenaient évidemment $Co.NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X.^{.OH_2.X}_{.NH_3.X}$ Enfin, les sels lutéo n'étant, d'après ce qui précède, que des sels roséo où le groupe $OH_2.X$ est remplacé par $NH_3.X$, la constitution respective des trois séries était en définitive démontrée être la suivante:

---

groupe $(NH_2C_2H_4NH_2)_2$ diatomique peut être conçu comme composé de deux manières, savoir: $—NH_2—NH_2—NH_2—NH_2—$ et $—NH_2—NH_2—NH_2—NH_2—$. Conformément à cette conception j'ai trouvé deux séries de sels éthylène-diamine-cobaltiques, les sels praséo et les sels violéo, qui sont tous les deux constitués suivant la formule: $Co.(NH_2.C_2H_4.NH_2)_2.X.^{.Cl}_{.Cl}$, et dont l'un se transforme assez facilement dans l'autre (J. pr. Chem. [2] **39**, p. 17; **41**, p. 448). Toutefois cette isomérie est susceptible encore d'autres interprétations peut-être plus probables.

[1]) J. pr. Chem. [2] **41**, p. 454 (1890).

$$\begin{array}{l} .Cl \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X \\ .NH_3.X \end{array}$$

chloropurpuréo

$$\begin{array}{l} .OH_2.X \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.NH_3.X \\ .NH_3.X \end{array}$$

roséo

$$\begin{array}{l} .NH_3.X \\ Co.NH_3.NN_3.NH_3.NH_3.X \\ .NH_3.X \end{array}$$

lutéo.

Par conséquent les sels lutéo se trouvaient avoir une constitution symétrique, correspondant à leur propriété la plus marquée, c'est-à-dire à leur grande stabilité, constitution conforme de plus à leur disposition bien prononcée à former des sels doubles ayant la composition générale $Co(NH_3)_6XY_2$, confirmée enfin par la composition et les qualités des sels lutéo à éthylène-diamine, que j'avais décrits peu de temps auparavant [1]) et qui, avec du cobalt triatomique, ne pouvaient guère être constitués que de la manière suivante:

$$\begin{array}{l} . \text{———} NH_2.X \\ Co.en.en.X \quad | \\ C_2H_4 \\ . \text{———} NH_2.X \end{array}$$

D'après la conception ainsi établie, les sels purpuréo dérivent des sels lutéo par la substitution d'un atome de chlore, brome, etc., à une groupe $NH_3.X$, lié au métal. Les sels praséo sont des sels lutéo où cette substitution s'est effectuée deux fois. Les sels roséo dérivent encore des sels lutéo par échange d'une groupe $NH_3.X$, lié au métal, contre le groupe $OH_2.X$. Mais, la conception générale étant juste, on devait en conclure que cette dernière substitution pouvait encore s'effectuer deux fois. De plus, les sels purpuréo renfermant encore un groupe $NH_3.X$ lié au métal, il paraissait probable que celui-là aussi

[1]) J. pr. Chem. [2] **39**, p. 8 (1889).

pouvait être remplacé par $OH_2.X$. Par conséquent on devait avoir les six séries suivantes de sels:

$$\begin{array}{ccc} .NH_3.X & .Y & .Y \\ Co.(NH_3)_4.X & Co.(NH_3)_4.X & Co.(NH_3)_4.X \\ .NH_3.X & .NH_3.X & .Y \\ \text{lutéo} & \text{purpuréo} & \text{praséo} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} .OH_2.X & .Y \\ Co.(NH_3)_4.X & Co.(NH_3)_4.X \\ .NH_3.X & .OH_2.X \\ \text{roséo} & \text{aquopurpuréo} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} .OH_2.X \\ Co.(NH_3)_4.X \\ .OH_2.X \\ \text{tétramine-roséo.} \end{array}$$

Quant aux sels aquopurpuréo on les connaissait effectivement déjà. Du moins il y avait lieu de supposer que les sels chlorotétramiques de chrome que M. Cleve [1]), en étudiant les sels chromammoniés de Fremy [2]), avait découverts et décrits en l'année 1861 et suivantes, de même que les sels purpuréocobaltiques octammoniés de M. Vortmann [3]), appartenaient précisément à une telle série de composés. Toutefois les deux sortes de sels n'étaient qu'imparfaitement étudiées, et surtout en ce qui concerne les sels de M. Vortmann il semblait assez douteux qu'ils fussent en réalité des sels purpuréo. Voilà pourquoi j'ai approfondi l'étude de ces composés [4]) et constaté par des analogies incontestables non seulement que les deux séries étaient parfaitement parallèles, mais de plus qu'elles présentaient avec les sels purpuréo ordinaires des

[1]) Öfvers. af Vet. Ak. Förh. 1861, p. 165. — Vet. Ak. Handl. **6**, Nr. 4, p. 6 (1865). — Cleve: Lärbok i oorgan. Kemi, Stockholm 1872, p. 307.
[2]) Compt. rend. **47**, p. 883.
[3]) Berlin. Ber. **10**, p. 1451; **15**, p. 1890; **22**, p. 2648.
[4]) J. pr. Ch. [2] **42**, p. 206—221.

analogies tout à fait semblables à celles que j'avais constatées autrefois entre les sels roséo et les sels lutéo. D'après cela il ne pouvait être douteux que les chlorures de M. Cleve et de M. Vortmann n'eussent en effet la composition $Cr.(NH_3)_4.Cl$ $.OH_2.Cl$ et $Co.(NH_3)_4.Cl$ $.OH_2.Cl$. De plus le dernier sel donnait, en le faisant bouillir quelques minutes avec du sel ammoniac et de l'ammoniaque, puis avec de l'acide chlorhydrique en excès, la quantité théorique de chlorure purpuréo ordinaire. En d'autres termes, le chlorure de M. Vortmann avait échangé simplement $OH_2.Cl$ contre $NH_3.Cl$. Qu'il pût échanger $OH_2.Cl$ contre Cl en formant du chlorure praséo, c'est ce qui ressortait déjà des recherches de M. Vortmann lui-même.

L'existence de sels roséo tétrammoniés paraissait déjà être un fait avéré par les études de M. Vortmann [1]). Cependant rien ne garantissait la pureté des deux seuls sels de cette série qu'il avait décrits, savoir le chlorure et le sulfate. D'autre part ceux-ci n'étaient que légèrement étudiés et des analogies avec les sels roséo pentammoniés manquaient complètement. J'ai donc repris aussi l'étude de ces composés. Dans un travail [2]) publié en 1892, j'ai décrit toute une série de ces sels, et prouvé qu'il existe entre eux et les sels roséo pentammoniés les mêmes analogies que celles que j'avais établies entre les derniers et les sels lutéo. D'après cela nul doute que les sels roséo tétrammoniés ne dussent être considérés comme des sels lutéo où les deux groupes $NH_3.X$, liés au métal, s'étaient échangés contre deux groupes $OH_2.X$.

Dans le même travail j'ai montré que la nature de plusieurs sels cobaltiques tétrammoniés contenant de l'acide carbonique, et

---

[1]) Berlin. Ber. **10**, p. 1454, 1456 (1877); **15**, p. 1891 (1888).
[2]) Zeitschr. anorg. Ch. **2**, p. 279—300.

que M. Vortmann avait décrits autrefois [1]), en les considérant comme des carbonates de plusieurs séries de sels chloro-, nitrato-, sulfato-purpuréo, était décidément mal comprise. Au contraire ces sels appartenaient, d'après mes recherches, tous à la même série, constituant en réalité une nouvelle sorte de sels purpuréo, savoir les sels carbonato-purpuréo tetrammoniés, analogues aux sels sulfato-purpuréo pentammoniés, que j'avais décrits quelques années auparavant [2]).

En attendant, une nouvelle conclusion suivit de l'existence des sels roséo tétrammoniés. C'est une propriété des sels roséo, démontrée dans la série du chrome par M. Christensen [3]), dans la série du rhodium par moi-même [4]), et d'après des expériences antérieures fort probable encore dans la série du cobalt, de former, quand on les traite d'une manière convenable par l'acide nitreux, des sels xantho $R.(NH_3)_4.X$, com-

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ .NH_3.X \end{matrix}$$

posés très stables et connus depuis longtemps. Les sels xantho sont une espèce de sels purpuréo, se distinguant cependant des sels de ce genre, d'ailleurs connus, en ce qu'ils ne peuvent pas régénérer directement les sels roséo. Or il était intéressant de vérifier si les sels roséo tétrammoniés étaient encore capables de former des sels xantho, qui devaient dès lors avoir pour composition :

$$Co.(NH_3)_4.X\,,$$

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ .NO_2 \end{matrix}$$

et par conséquent être analogues aux sels praséo. Le fait avait d'autant plus d'intérêt que l'on connaissait en effet une série de sels de cette composition, savoir les sels crocéocobaltiques,

---

[1]) Berlin. Ber. **10**, p. 1457 (1877); **15**, p. 1895 (1882); **22**, p. 2649 (1889).
[2]) J. pr. Chem. [2] **31**, p. 262—272 (1885).
[3]) Ibid. [2], **24**, p. 74 (1881).
[4]) Ibid. [2], **34**, p. 410—423 (1886).

découverts par M. Gibbs [1]) en 1875, c'est-à-dire à une époque où les sels roséo tétrammoniés n'étaient point connus. En traitant ces derniers d'une manière convenable par l'acide nitreux, j'ai découvert en effet en 1893 [2]) une série de sels constitués de cette manière, mais tout à fait différents des sels crocéo de M. Gibbs, par conséquent non pas identiques, mais seulement isomères à ceux-ci et de qualités tout à fait différentes. Ils devaient donc avoir un autre nom et je les ai appelés sels flavocobaltiques, les sels auxquels M. Gibbs avait autrefois [3]) assigné ce nom n'existant pas, comme M. Gibbs l'a lui-même reconnu [4]). Ce n'étaient donc pas les sels crocéo, mais les sels flavo qui dérivaient des sels roséo tétrammoniés. Dans cet état de choses il m'a paru tentant d'approfondir l'étude du changement des sels roséo ordinaires en sels xantho. J'ai donc trouvé que ce changement se fait en deux phases. Il se forme une série intermédiaire de sels, isomères aux sels xantho et que j'ai nommés sels isoxanthocobaltiques. Le chlorure isoxantho est plus de quatre fois moins soluble dans l'eau que le chlorure xantho ordinaire; les deux sels se distinguent d'ailleurs par toute une série de réactions. Qu'ils aient la même composition, c'est ce qui saute aux yeux par le fait que le chlorure isoxantho pur et sec, abandonné à lui-même pendant quelques semaines, se transforme sans changement de poids en chlorure xantho ordinaire. En dissolution cette transformation s'effectue encore plus facilement. Voilà pourquoi une étude de la constitution des sels isoxantho paraît à peu près inabordable. Les sels crocéo et les sels flavo se comportent d'une manière toute différente. Je n'ai point réussi à les transformer directement les uns dans les autres. Mais j'ai établi que les sels crocéo se rattachent directement aux sels xantho; donc il y a lieu

[1]) Proceed. Amer. Acad. **10**, p. 2.
[2]) Zeitschr. anorg. Chem. **5**, p. 162.
[3]) Voir Berlin. Ber. **3**, p. 42 et suiv.
[4]) Proceed. Amer. Acad. **10**, p. 25.

de supposer que les sels flavo se rattachent de même aux sels isoxantho. Cependant, c'est justement parce que les sels isoxantho se changent si vite en sels xantho, que le fait peut à peine être démontré par des expériences.

Quant aux rapports intimes des sels crocéo avec les sels xantho, je les ai prouvés d'abord en transformant les derniers à peu près complètement dans les premiers. En effet cette métamorphose fournit un procédé facile et efficace pour préparer les sels crocéo. Elle s'effectue au moyen de l'acide nitreux [1]):

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ Co.(NH_3)_4.Cl \\ .NH_3.Cl \end{matrix} + 2HNO_2 = \begin{matrix} .NO_2 \\ Co.(NH_3)_4.Cl \\ .NO_2 \end{matrix} + HCl + N_2 + 2H_2O.$$

chlorure xantho chlorure crocéo.

Cette réaction fait voir que les sels xantho contiennent une groupe de quatre molécules d'ammoniaque combinées. Elle montre en effet que, des cinq molécules d'ammoniaque que renferment ces sels, une est liée d'une autre manière que les quatre restantes; et, le groupe nitreux étant, dans les sels crocéo, attaché au métal, il faut que le groupe $NH_3.Cl$, détruit par la réaction, soit lié de la même manière.

En traitant un sel crocéo par l'acide chlorhydrique [2]), l'un, mais seulement l'un des deux groupes nitreux se sépare, étant déplacé par un atome de chlore. Il se forme ainsi un composé

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ Co.(NH_2)_4.Cl \\ .Cl \end{matrix},$$

le premier connu de ce genre, contenant deux radicaux électronégatifs différents liés au cobalt. Ce sel présente beaucoup de réactions remarquables. Je relaterai seulement qu'en se dissolvant dans l'eau il s'empare d'une molécule d'eau qui y

[1]) Zeitschr. anorg. Chem. **5**, p. 160 (1893).
[2]) Ibid. **7**, p 290 (1894).

demeure quand on transforme le sel en d'autres, et qui se retrouve dans tous les sels qui en dérivent. Ceux-ci sont donc aux sels xantho ordinaires précisément comme les sels aquopurpuréo aux sels purpuréo ordinaires.

De même qu'on a les sels

$$\begin{matrix} .Cl \\ Co.(NH_3)_4.X \\ .NH_3.X \end{matrix} \qquad \begin{matrix} .Cl \\ Co.(NH_3)_4.X \\ .OH_2.X \end{matrix}$$

purpuréo et aquopurpuréo

on a les sels

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ Co.(NH_3)_4.X \\ .NH_3.X \end{matrix} \qquad \begin{matrix} .NO_2 \\ Co.(NH_3)_4.X \\ .OH_2.X \end{matrix}$$

xantho et aquoxantho.

Que les deux X dans les sels aquoxantho soient attachés d'une manière toute différente l'un de l'autre, c'est ce qui ressort clairement du fait que ces sels, traités par de l'ammoniaque, donnent des sels basiques que voici: $Co.(NH_3)_4.Cl.\begin{matrix}.NO_2\\.OH_2.OH\end{matrix}$

A l'aide de ces sels aquoxantho j'ai pu facilement régénérer non seulement les sels crocéo, mais encore les sels xantho. Ces deux groupes de sels se forment dans les proportions théoriques, les premiers en chauffant les sels aquoxantho avec le nitrite de sodium et l'acide nitrique dilué, les derniers en les chauffant avec du sel ammoniac et de l'ammoniaque. Le rapport intime des sels crocéo et xantho est donc mis hors de doute.

Les métamorphoses des sels flavocobaltiques sont encore plus curieuses. D'abord c'est un fait digne de remarque qu'ils renferment, aussi bien que les sels crocéo, le groupe $(NH_3)_4$. En effet ces deux séries de sels se changent de la même manière en chlorure praséo. Si l'on dissout à froid un sel crocéo ou un sel flavo dans l'acide sulfurique concentré et qu'on fasse tomber goutte à goutte, dans les deux solutions bien

refroidies, de l'acide chlorhydrique concentré, jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus de gaz chlorhydrique, on trouve, après vingt-quatre heures, dans l'une et l'autre solution à peu près tout le cobalt déposé sous forme de chlorure praséo, pendant que la liqueur surnageante est à peu près décolorée. Au contraire, si l'on chauffe un sel crocéo ou un sel flavo avec de l'acide chlorhydrique concentré et qu'on cesse de chauffer au moment où l'on observe un vif dégagement de vapeurs rouges, les deux sels se comportent tout à fait différemment. Le sel crocéo n'échange que l'un des groupes nitreux contre du chlore en formant le chlorure chloronitro-tétramique $Co.(NH_3)_4.\begin{matrix}NO_2\\Cl\end{matrix}$, mentionné plus haut; le sel flavo les échange au contraire tous les deux en formant encore le chlorure praséo. D'après cela il y aurait peut-être lieu de supposer pour les chlorures xantho, isoxantho, crocéo et flavo la constitution que voici:

$.N{:}O_2$	$.O.N{:}O$	$.N{:}O_2$	$.O$ ——— $N{:}O$
$Co.(NH_3)_4.Cl$	$Co.(NH_3)_4.Cl$	$Co.(NH_3)_4.Cl$	$Co.(NH_3)_4.Cl$ ‖
$.NH_3.Cl$	$.NH_3.Cl$	$.N{:}O_2$	$.O$ ——— $N{:}O$
xantho	isoxantho	crocéo	flavo

Du moins, la manière dont se comportent les quatres sels paraît conforme à une telle conception.

Ensuite, par un étude plus détaillée des sels flavocobaltiques j'ai réussi à mettre en évidence la nature de divers composés ne renfermant que deux ou trois molécules d'ammoniaque pour un atome de cobalt, composés connus depuis assez longtemps, mais dont on ignorait entièrement la constitution et les rapports mutuels. Parmi ces composés O.-L. Erdmann[1]) avait en 1866 découvert le triamine-nitrite cobaltique, $Co(NH_3)_3(NO_2)_3$, et les sels diamine-nitrites cobaltiques $Co(NH_3)_2(NO_2)_4.M$ (M étant K, NH_4, Ag), tandis que M. F. Rose[2]) avait décrit

[1]) J. pr. Chem. **97**, p. 412.

[2]) Unters. über ammon. Kobaltverbind. p. 41 et suiv.

en 1871 le chlorure dichrocobaltique $Co(NH_3)_3Cl_3,H_2O$. Toutes ces combinaisons ont présenté les rapports les plus intimes avec les sels flavocobaltiques.

Les relations trouvées [1]) se comprendront aussi aisément que possible si l'on part des diamine-nitrites cobaltiques. En effet le sel d'ammonium de cette série se change immédiatement en nitrate flavo, si on le chauffe d'une manière convenable avec l'ammoniaque et avec le nitrate d'ammonium. On a en effet·

$$Co(NH_3)_2(NO_2)_4.NH_4 + 2NH_3 + NH_4NO_3 = (NO_2)_2.Co.(NH_3)_4.NO_3 + 2NH_4NO_2.$$

D'autre part le nitrate flavo, traité d'une manière convenable par l'acide nitreux, se transforme sinon en diamine-nitrite cobaltique d'ammonium, du moins en diamine-nitrite flavo:

$$2(NO_2)_2.Co.(NH_3)_4.NO_3 + 2HNO_2$$

nitrate flavo

$$= (NO_2)_2.Co.(NH_3)_4.(NO_2)_2.(NH_3)_2.Co.(NO_2)_2 + 2N_2 + 4H_2O.$$

De ces deux réactions il y a lieu de conclure que les diamine-nitrites cobaltiques ont en effet la constitution que voici:

$$\begin{matrix} .NO_2 \\ Co.NH_3.NH_3.NO_2.NO_2.M. \\ .NO_2 \end{matrix}$$

Il va sans dire qu'en admettant pour les sels flavo la formule plus détaillée (voir plus haut p. 25), on est conduit à admettre la formule analogue pour les diamine-nitrites. En effet on n'a jamais trouvé le moyen de passer de ceux-ci aux sels crocéo, tandis que les sels flavo et les diamine-nitrites se changent si facilement les uns dans les autres.

Or puisque, dans les diamine-nitrites, M peut être remplacé, non seulement par la quantité équivalente de divers

[1]) Zeitschr. anorg. Chem. **5**, p. 182—193 (1893); **7**, p. 299—316 (1894).

métaux, mais encore par des radicaux composés, semblables aux métaux, et que contiennent les sels métalammoniés, on trouve, ce que M. Gibbs[1]) a le premier mis en évidence, que les combinaisons ainsi formées sont en beaucoup de cas isomères. De plus les sels nitreux cobaltiques doubles, comme $Co(NO_2)_6M_3$, pouvant aussi échanger M contre les mêmes radicaux composés et donnant, eux aussi, des combinaisons isomères non seulement entre elles, mais aussi aux précédentes, on a effectivement:

Dérivés $(NO_2)_2.Co.(NH_3)_2.(NO_2)_2.M$:

1°. $Co.(NH_3)_6.[(NO_2)_2.(NH_3)_3.Co.(NO_2)_2]_3$
sel lutéo. $= 4Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.

2°. $(NO_2).Co.(NH_3)_5.[(NO_2)_2.(NH_3)_2.Co.(NO_2)_2]_2$
sels xantho et isoxantho. $= 3Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.

3°. $(NO_2)_2.Co(NH_3)_4.[(NO_2)_2.(NH_3)_2.Co.(NO_2)_2]$
sels crocéo et flavo. $= 2Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.

Dérivés $Co(NO_2)_6M_3$:

1°. $Co.(NH_3)_6.(NO_2)_6.Co$ $= 2Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.
sel lutéo.

2°. $[NO_2.Co.(NH_3)_5]_3.[(NO_2)_6.Co]_2$ $= 5Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.
sels xantho et isoxantho.

3°. $[(NO_2)_3.Co.(NH_3)_4]_3.(NO_2)_6.Co$ $= 4Co(NH_3)_3(NO_2)_3$.
sels crocéo et flavo.

Ces dix sels doubles isomères, dont M. Gibbs avait déjà décrit quelques-uns, mais pas assez en détail pour que l'on pût les identifier, je les ai analysés tous (sauf toutefois les sels isoxantho), et j'ai prouvé qu'ils contiennent en effet le radical du sel cobaltammonié en question et le résidu de l'acide complexe dont il s'agit[2]). Tous sont cristallins, couleur orange, peu solubles dans l'eau, et ressemblent sous ces rapports au

[1]) Proceed. Amer. Acad. **10**, p. 11; **11**, p. 31.
[2]) Zeitschr. anorg. Chem. **5**, p. 175—184; **7** p. 290.

triamine-nitrite cobaltique de Erdmann, mentionné plus haut, et dont la composition centésimale est la même. On était donc tenté de présumer que ce dernier composé était en effet identique à l'un ou à l'autre des sels doubles en question. Mais il n'en est rien. Le triamine-nitrite diffère de tous les sels mentionnés. Au contraire il présente des relations remarquables tant avec les diamine-nitrites qu'avec les sels flavo et aussi avec le chlorure dichrocobaltique de M. F. Rose.

En effet la manière la plus prompte de préparer le triamine-nitrite est de chauffer quelque temps le diamine-nitrite cobaltique d'ammonium avec l'ammoniaque[1]). Le dernier sel s'empare alors d'une molécule d'ammoniaque en abandonnant une molécule de nitrite d'ammonium, et par refroidissement le triamine-nitrite cobaltique se dépose à l'état pur:

$$(NO_2)_2.Co.(NH_3)_2.(NO_2)_2.NH_4 + NH_3$$
$$= (NO_2)_2.Co.(NH_3)_3.NO_2 + NH_4.NO_2.$$

D'autre part, si l'on chauffe le triamine-nitrite avec de l'ammoniaque et avec du nitrate d'ammonium, il s'empare lui aussi d'une molécule d'ammoniaque, abandonne du nitrite d'ammonium et forme le nitrate flavocobaltique:

$$(NO_3)_2.Co.(NH_3)_3.NO_2 + NH_3 + NH_4.NO_3$$
$$= (NO_2)_2.Co.(NH_3)_4.NO_3 + NH_4.NO_2.$$

Ainsi se trouve dédoublée la réaction mentionnée plus haut (p. 26), et par laquelle le diamine-nitrite d'ammonium se change en nitrate flavo, le triamine-nitrite servant d'intermédiaire entre le diamine-nitrite et le sel flavo. Les trois réactions s'effectuent à peu près dans les proportions théoriques[2]).

D'où l'on peut conclure que la constitution du triamine-nitrite est la suivante:

---

[1]) Zeitschr. anorg. Chem. **7**, p. 308.
[2]) Ibid. **7**, p. 313.

$$\begin{matrix} & .NO_2 & \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.NO_2. & & \\ & .NO_2 & \end{matrix}$$

La formule plus détaillée des sels flavo (voir plus haut p. 25) s'applique peut-être encore à ce composé.

Toutefois, avec cette constitution du sel on devait s'attendre à ce que l'un des groupes nitreux, savoir celui qui se trouve lié à l'ammoniaque, se prêtât bien aux doubles décompositions. Or, il n'en est rien. Le sel se comporte, comme un si grand nombre de nitrites, d'une manière anomale à l'égard des réactifs. Cependant, en le traitant d'une façon convenable par l'acide chlorhydrique à demi concentré[1]), j'ai réussi à remplacer l'un des trois groupes nitreux par du chlore et à préparer un chlorure

$$\begin{matrix} & .NO_2 & \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.Cl, & & \\ & .NO_2 & \end{matrix}$$

cristallisant en belles lames quadratiques couleur vermeil. Dans ce sel le chlore peut être remplacé aisément par d'autres résidus acides. On obtient ainsi une série de sels dinitro-triamine-cobaltiques, dont la plupart sont solubles dans l'eau. En ajoutant à ces solutions du nitrite sodique, il se sépare du triamine-nitrite à peu près dans les proportions théoriques[2]). On est donc en droit de conclure que ce sel est en réalité le nitrite de la série dinitro-diamine-cobaltique et que c'est seulement en qualité de nitrite qu'il se comporte d'une manière anomale à l'égard des réactifs. Il faut remarquer de plus que le chlorure de cette série, de même que le nitrite, se change en nitrate flavo, lorsqu'on le traite à chaud par l'ammoniaque et le nitrate d'ammonium[3]) (voir plus haut p. 28).

---

[1]) Zeitschr. anorg. Chem. **7**, p. 310.
[2]) Ibid. p. 312, 314, 315.
[3]) Ibid. p. 313.

Or les sels dinitro-diamine-cobaltiques, quand on les chauffe avec l'acide chlorhydrique concentré jusqu'à vif dégagement de gaz nitreux, se changent complètement en chlorure dichro-cobaltique de M. F. Rose [1]). On a en effet:

$$(NO_2)_2.Co.(NH_3)_3.NO_2 + 3\,HCl + H_2O = Co(NH_3)_3Cl_3,H_2O + 3\,HNO_2$$

$$(NO_2)_2.Co.(NH_3)_3.Cl + 2\,HCl + H_2O = Co(NH_3)_3Cl_3,H_2O + 2\,HNO_2.$$

D'autre part, si l'on traite le chlorure dichro par le nitrite sodique et l'acide acétique, il rend à peu près la quantité théorique du triamine-nitrite de Erdmann [2]). Il est donc hors de doute que l'arrangement des groupes ammoniacaux soit le même dans les trois composés en question. Pour le chlorure dichrocobaltique il se pourrait, d'après ce qui précède, que l'une ou l'autre des formules suivantes se trouvât constatée par des recherches ultérieures:

$$\begin{matrix} .OH_2.Cl \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.Cl \\ .Cl \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} .Cl \\ Co.NH_3.NH_3.NH_3.OH_2.Cl. \\ .Cl \end{matrix}$$

La question demande des recherches plus détaillées. Mais il faut remarquer, relativement à la seconde des formules précédentes, que l'on n'a jusqu'ici observé aucun cas où un groupe $NH_3.X$, non lié au métal, ait été remplacé par le groupe $OH_2.X$, et de plus il y a d'une telle conception des conséquences à tirer qui pour le moment me paraissent peu probables. En attendant, des recherches dont je suis occupé me donnent l'espoir d'éclaircir ce point, encore douteux.

Si l'on appelle bonne une hypothèse quand elle conduit à des faits nouveaux et presque inattendus et qu'elle est capable d'interpréter logiquement ces faits, il faut avouer que l'idée de

---

[1]) Zeitschr. anorg Chem. **5**, p. 193; **7**, p. 312.
[2]) Ibid. **5**, p. 191.

M. Blomstrand présente les caractères distinctifs d'une bonne hypothèse. Cependant toute hypothèse n'a qu'une durée limitée. Au contraire les rapports, les transformations, les relations des diverses séries les unes avec les autres sont des faits qui demeurent. Il faut donc que la nouvelle hypothèse qui viendra un jour remplacer celle de M. Blomstrand soit capable d'interpréter ces faits d'une manière plus simple et plus conforme au corps de doctrine de la science. C'est là une condition indispensable.

Selon toute probabilité il n'y a que peu de chimistes qui aient eu la patience de suivre mes recherches, prolongées pendant seize années. Voilà pourquoi j'ai cru utile d'écrire ce résumé qui, à part les détails, contient en peu de pages les étapes les plus essentielles de mes études sur le problème en question.

Copenhague 15 janvier 1895.

En romersk Indskrift fra Celeia i Noricum.

Ved

J. L. Ussing.

(Meddelt i Mødet den 11. Januar 1895.)

Den lille By Cilli i Steiermark, der er bekendt for sin smukke Beliggenhed ved Floden Sann, som falder i Sava, er en gammel romersk By og var i sin Tid en af de vigtigste Stæder i Noricum. Den hed Celeia eller, fra det Øjeblik, da Kejser Claudius gav den romersk Borgerret, Claudia Celeia. Et ret anseligt Antal romerske Indskrifter ere bevarede fra denne By og udgivne af Th. Mommsen i Corpus Inscriptionum Latinarum vol. III, p. II, n. 5154—5280. Efter 1873, da dette Bind udkom, er der kommet nogle enkelte til. Disse findes tilligemed de af hine, der endnu existere, udgivne i en ny Bog: Römische Inschriften in Cilli von Dr. G. Schön, Cilli 1894.

En af disse, Schön Nr. 41, turde have lidt mere end almindelig Interesse, ligesom den allerede ved det første Øjesyn viser sig som betydelig ældre og anseligere end de øvrige. Det er en Marmorsten, 1,05 Meter høj, 1,06 lang og 0,14 tyk. Den blev ifjor flyttet til Museet fra S. Danielskirken, hvor den efter Meddelelse af Dr. Thor Lange laa som Gulvplade i et Sidekapel med Skriften nedad. Efter Schöns Angivelse har den i sin Tid udgjort en Del af Alteret. Det er uden Tvivl for at anvendes der, at Stenen er bleven mishandlet. Den øverste Rand er hugget bort med en Meisel; det samme er Tilfældet med Randen til venstre og med den Lisén midt

paa Stenen, der adskilte de to Indskrifter; til højre mangler et større Stykke, vistnok kun lidet mindre end det bevarede. Stenen viser sig nemlig at være Fodstykke til to Statuer, som en Mand ved Navn L. Cassius Maximus har forlangt oprejste ved sit Testamente, og som hans Frigivne, der har arvet ham, derefter har ladet udføre. Hovedindskrifterne, som ere enslydende, staa ved Siden af hinanden; men den med mindre Bogstaver tilføjede Indskrift fra Arvingen staar under den anden Indskrift. Hvis denne havde været den sidste, havde Arvingens Indskrift staaet under dem begge; thi Symmetrien kræver, at den skal staa midt paa Monumentet. Der har altsaa været endnu en Hovedindskrift i det Stykke, der mangler til højre, og Fodstykket har ikke baaret to, men tre Statuer. Hvem den tredie Person har været, er det ørkesløst at gætte paa.

Indskriften lyder saaledes:

DIVAE . . LIAE	DOMITIA
L CASSIVS	L CASSI
CLA MAXIMUS	CLA MAX
>LEG·VI·FERR	. . . . .
T F I	T . .
	L CASSIVS EV
	FACIENDAS
Diuae Juliae	Domitia[e
L. Cassius	L. Cassi[us
Cla(udia) Maximus	Cla(udia) Max[imus
centurio legionis sextae ferratae	[centurio legionis sextae ferratae]
t(estamento) f(ieri) i(ussit)	t(estamento) [f(ieri) i(ussit)]
	L. Cassius Eu[tychus ?
	faciendas [curauit]

Her har altsaa staaet Statuer af to højbaarne Kvinder. Den ene, Diva Julia, er uden Tvivl Kejser Augusts Hustru Livia, der efter hans Død fik Navnet Julia som adopteret ind i hans Familie. Hun døde Aar 31, se Tacit. Ann. V, 1. Tillægs-

ordet Diva forbyder at tænke paa Augusts Datter eller paa hans Datterdatter, der begge døde i Skændsel og Landflygtighed Aar 14 og Aar 40. Ligesaa lidt kan man tænke paa Germanicus' Søster eller Datter, der vel havde faaet deres Tilnavn Livilla tilføjet.

Den anden, Domitia var en Datterdatter af Octavia og M. Antonius, gift med M. Valerius Messala, Moder til Messalina og Faster til Kejser Nero. Tacitus fortæller i Annal. XII, 64 f., hvorledes Agrippina i Aaret 54 fik hende anklaget for Højforræderi, saa hun nødtes til at tage sig selv af Dage.

Disse to Prinsesser har nu en vis L. Cassius Maximus af tribus Claudia ved sit Testamente paalagt sin Arving at oprejse Statuer for. T. F. I. betyder: testamento fieri iussit, se Wilmanns' Exempla Inscriptionum Latinarum n. 1438, 1298, 1301 o. a.

Den testamentariske Bestemmelse er udført af Arvingen, L. Cassius Eutychus, eller hvilket andet med Eu begyndende Tilnavn han har havt.

Hvilke Velgerninger L. Cassius Maximus har modtaget af de to fornemme Damer, eller i hvilket Forhold han har staaet til dem, angives ikke; men det maa have været en indbringende Bestilling, siden han kunde erhverve sig en saadan Formue, at der af Arven kunde rejses et saa anseligt Monument som det foreliggende. Han var fra først af en ringe Mand, og han naaede aldrig højere end til at blive Centurion. Han stod ved den 6te Legion, der bar Tilnavnet ferrata, se Orelli Inscr. Lat. n. 3368 og 3369. Denne Legion laa i Aaret 19 (se Tacit. Ann. II, 79) i Syrien, og har formodentlig altid ligget der; Omflytning af Legioner fandt jo kun Sted i Nødstilfælde. I Noricum var det, som Indskrifterne fra Antoninernes Tid og senere vise, legio II Italica, der var stationeret. L. Cassius synes da, efter at have forladt Krigstjenesten i Syrien, at være indtraadt i en anden Stilling i Noricum. Et noget lignende Exempel afgiver en anden Indskrift fra Celeia, Corp. Inscr. Lat. III, n. 5156 a, Schön n. 29, en Indskrift fra Septimius Severus' og hans Søn-

ners Tid, hvorpaa Getas Navn som sædvanlig er udkradset. En Centurion fra 10de Legion, der laa i Spanien, se Tacit. Hist. II, 58, har i Celeia oprejst et Alter for «Kejsernes uforanderlige Lykke»: Fortunae stabili, pro salute dominorum nostrorum, imperatorum L. Septimii Severi Pii Pertinacis et M. Aurelii Antonini Augustorum [et P. Septimii Getae Cæsaris] Ulpius Valerianus centurio legionis X geminae.

Spørge vi nu om, hvilken Stilling disse forhenværende Centurioner have indtaget her i Noricum, kunne vi ikke tænke os andet, end at de have været Forvaltere eller Bestyrere af den kejserlige Families Ejendomme der. Den kejserlige Privatejendom, patrimonium Cæsaris, forskellig fra Fiscus, var særdeles betydelig og fandtes rundt omkring i de kejserlige Provinser. Medens Provinserne selv og hvad der vedkom Fiscus bestyredes af Procuratores af Ridderstanden, bestyredes denne af plebejiske Procuratores, oftest maaske af Frigivne. Procurator patrimonii nævnes af Ulpian i Digest. XXX, 1, 39 § 9, samt i Indskrifter som Orelli-Henzen n. 6344 og 6346, en procurator a patrimonio smstds. n. 6345, en procurator usiacus (d. e. *οὐσιακός*) i Ægypten smstds. n. 6348, eller procurator Alexandriæ ad rationes patrimonii, Fabretti n. 198 og 482, paa Græsk *ἐπίτροπος δουκηνάριος Ἀλεξανδρείας τοῦ ἰδίου λόγου*, Corp. Inscr. Græc. n. 3751, eller blot *ἰδιώλογος*, Strab. XVII, 1, 12[1]). Naar Spartian i sin Levnedsbeskrivelse af Septimius Severus fortæller om denne Kejser, at han efter at have dræbt en stor Mængde af Clodius Albinus' Tilhængere og konfiskeret deres Formue efterlod sine Sønner saa store Rigdomme, som ingen Kejser tidligere, og saa tilføjer (Cap. 12) «tuncque primum privatarum rerum procuratio constituta est», maa dette vel forstaas om en fælles Overbestyrer, procurator rei privatæ; særskilte Bestyrere af de kejserlige Privatejendomme i de forskellige Provinser maa der altid have været.

[1]) Mere se Marquardt, Römische Staatsverwaltung II, S. 300.

Det var naturligvis ikke blot Kejserens Sønner, men ogsaa andre Medlemmer af den kejserlige Familie, som snart paa en, snart paa en anden Maade kom i Besiddelse af store Ejendomme i de kejserlige Provinser. Saaledes beretter Josephus (Bellum Iudaicum II, 9, 1 og Archæologia Iud. XVII, 18, 2, 2), at Herodes den Stores Søster Salome ved sin Død testamenterede sit hele Herskab til Kejserinden Livia eller Julia. Dette bestod af Staden Jamnia med det tilhørende Distrikt (τοπαρχία) og de for deres Dadelpalmer berømte Landskaber Phasaelis og Archelois. Det ligger nær at tænke sig, at den syriske Centurion har bestyret disse Ejendomme eller nogle af dem for Kejserinden, inden han blev forflyttet til en lignende Stilling i Noricum. Noricum havde længe været et uafhængigt Kongerige; Cæsar (Bell. Gall. I, 53) omtaler en Kong Voctio, hvis Søster var gift med Ariovist; men i Aaret 16 f. Chr. deltoge Norikerne i Pannoniernes Indfald i Istrien (Dio Cass. LIV, 20), og bleve derfor tugtede af Illyriens Prokonsul P. Silius, og endnu fuldstændigere det næste Aar af Tiberius og Drusus[1]). Fra den Tid af er Noricum en romersk Provins, men naturligvis en kejserlig. Velleius har Ret i at kalde den Provins, skønt Indskrifter endnu i det 3dje Aarhundrede til Erindring om Landets gamle Stilling kalde det regnum Noricum[2]). Det er muligt, at den overvundne Konge endnu, saa længe han levede, har faaet Lov til at beholde sin Rang og et tilsyneladende Herredømme; men han har aabenbart strax maattet bøde med store Afstaaelser, og ved hans Død er alt, hvad han raadede over, tilfaldet Kejseren. Det kan derfor ikke undre os at se Kejserinden og en anden Prinsesse i Besiddelse af store Ejendomme der.

---

[1]) Vellei. II, 39. Strab. IV, 6, 9.
[2]) Vellei. II, 109. Sueton. Tib. 16. Corp. Inscr. Lat. III, 4797, 4800, 4828.

Notes sur l'histoire des mathématiques.

Par

H.-G. Zeuthen.

Suite [1]).

(Présenté à la séance du 11 janvier 1895.)

IV. Sur les quadratures avant le calcul intégral, et en particulier sur celles de Fermat.

En langage mathématique, *réduire une question aux quadratures* cela veut dire simplement en ramener la solution à des intégrations de fonctions explicites. Cet emploi dans un sens purement analytique d'un terme géométrique nous est resté d'un temps où l'intégration n'était pas encore l'opération inverse de la différentiation.

Il n'est pas étonnant qu'à cette époque, où la géométrie était le seul organe d'opérations générales qui devaient embrasser jusqu'aux quantités incommensurables [2]), on se servît aussi d'une représentation géométrique des intégrales.

Nous définissons à présent les intégrales par l'équation

$$\int_a^b y\,dx = \lim.\ \Sigma y \Delta x\,,$$

où $y = f(x)$ représente une fonction de x. Sans se servir expressément des notions de l'infini et des limites, on savait

[1]) Voir aux p. 1 et 303 de l'année 1893 du Bulletin.

[2]) Voir ma 3e Note, ce Bulletin 1893, p. 330 et s.

depuis Archimède [1]) formuler exactement le problème de trouver la quantité que nous représentons par $\lim. \Sigma y \Delta x$, et l'on savait s'assurer par la méthode d'exhaustion, inventée par Eudoxe, qu'un résultat trouvé répondait bien à la question proposée. Le produit $y\Delta x$ se représente par le rectangle de côtés y et Δx. Les Δx devant être les parties d'un segment de droite, la juxtaposition des rectangles et la diminution à l'infini des parties Δx conduisent immédiatement à représenter l'intégrale par l'aire comprise entre l'axe des abscisses, les ordonnées $x = a$ et $x = b$ et la courbe $y = f(x)$.

Cependant l'usage général de cette aire pour représenter les intégrales ne remonte pas jusqu'à Archimède. Ce grand géomètre se servait d'une représentation plus analytique des formules

$$\int_0^x x\,dx = \frac{1}{2}x^2, \quad \int_0^x x^2 dx = \frac{1}{3}x^3.$$

Il avait en effet recours à l'expression de la somme et à celle de la somme des carrés des premiers nombres entiers. Il en déduit que

$$h + 2h + \ldots + (n-1)h < \frac{n^2}{2}h < h + 2h + \ldots + nh,$$

$$h^2 + (2h)^2 + \ldots + ((n-1)h)^2 < \frac{n^3}{3}h^2 < h^2 + (2h)^2 + \ldots + (nh)^2,$$

et il sait tirer de ces formules, dont il représente géométriquement les termes, le même profit que nous tirons des intégrations citées. La diversité des applications qu'il en fait, par exemple à la quadrature des spirales et à la cubature de segments de surfaces du second ordre, nous montre qu'il voit bien

---

[1]) Je renvoie à cet égard au 20e chapitre de mon traité des *sections coniques de l'antiquité*, publié d'abord en danois dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres* de Danemark, section des sciences, 6e série t. III, et ensuite en allemand (traduit par M. v. Fischer Benzon) sous le titre: *Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum*, Copenhague 1886 (Höst & fils).

la généralité de la question qu'on se pose en cherchant une intégrale. On peut en conclure qu'il voit aussi que les autres questions, telles que les quadratures de l'ellipse, de la parabole (nous pensons ici seulement à sa quadrature *mécanique* de cette courbe) et de la sphère, où il évite l'intégration par des transformations particulières ou par un emprunt à la mécanique, appartiennent au même genre de problèmes.

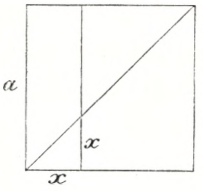
Nous croyons qu'il n'était pas superflu de rappeler ici l'uniformité et la simplicité des considérations qu'il applique à ces questions, parce qu'on oublie trop souvent ces propriétés de ses procédés à cause des complications qu'entraîne la méthode d'exhaustion. On peut voir par une démonstration de Pappus que les géomètres de l'antiquité étaient bien en possession de cette conception simple des questions qui correspond à notre expression $lim.\ \Sigma y \Delta x$. Pour réduire la détermination de l'aire d'une spirale d'Archimède à celle du volume d'un cône [1]), Pappus ramène la détermination de l'aire d'un secteur de cercle inscrit ou circonscrit à un secteur de la spirale à celle du volume d'un cylindre inscrit ou circonscrit à une tranche du cône.

Keppler, qui, le premier dans les temps modernes, a repris les intégrations, ne donne, lui non plus, aucune représentation générale de cette opération, qu'il applique à des questions assez différentes. C'est seulement Cavalieri qui formula d'une manière uniforme — quoique peu précise — le problème de trouver la somme d'une infinité de termes infiniment petits.

Soit donné un carré de côté a; décomposons-le en deux triangles par une de ses diagonales. Désignons par x le segment d'une parallèle aux deux côtés du carré qui est contenu dans l'un des triangles. Cavalieri dit qu'il cherche le rapport de *toutes les* puissances d'un certain degré (m) des

[1]) Pappus, éd. Hultsch p. 236—239.

segments (x) contenus dans le triangle à *toutes les* puissances du même degré des segments (a) interceptés sur les mêmes droites par les côtés opposés du carré.



Cette manière d'exprimer le rapport de l'intégrale $\int_0^a x^m dx$ à a^{m+1} rappelle un peu l'emploi qu'Archimède fait d'une progression arithmétique pour évaluer la même intégrale dans le cas où $m = 1$ ou 2. Quant à la rigueur, elle le cède de beaucoup à celle d'Archimède; mais en appliquant sa méthode d'une manière correcte aux cas de $m = 1, 2, 3, 4$, Cavalieri en montre l'utilité générale. En y remplaçant les puissances des segments x par une fonction quelconque de x, on aurait une représentation générale d'une intégrale.

Cavalieri reconnaît aussi très bien la diversité des applications qu'on peut faire des intégrales qu'il a trouvées. Il applique par exemple son expression de l'intégrale $\int_0^a x^2 dx$ à la quadrature de la parabole du second degré, à la cubature des cônes, et à une nouvelle quadrature de la spirale d'Archimède, sur laquelle nous aurons lieu de revenir.

La première de ces applications et les applications analogues des autres intégrales qu'il obtient font ressortir clairement l'identité des questions qui l'occupent avec les recherches sur la quadrature des paraboles et hyperboles de différents ordres qui commencent à la même époque d'occuper les plus éminents géomètres. Ces recherches ont laissé des traces dans nos cours actuels. On y rencontre, comme première application des intégrales définies, les quadratures de ces courbes, visiblement définies en vue de cette application. L'importance qu'ont eue ces courbes résulte du fait qu'originairement leur quadrature était la forme sous laquelle on cherchait à obtenir la valeur des intégrales $\int x^m dx$, m étant positif ou

négatif suivant que la courbe appartenait aux paraboles ou aux hyperboles. Cette manière de représenter les intégrales $\int x^m dx$ conduisait à s'occuper aussi des quadratures d'autres courbes, connues d'avance ou définies en vue d'y appliquer cette même opération, et à se servir de cette forme pour obtenir les mêmes avantages que nous cherchons en nous mettant en possession, dans nos cours, d'un certain nombre de fonctions intégrables.

Nous voilà conduits à la représentation des intégrations par les quadratures. Elle est beaucoup plus précise que celle de Cavalieri. Qu'elle fût géométrique, ce n'était pas un défaut à une époque où la géométrie était encore le langage officiel de la mathématique exacte et générale. Cette représentation n'a eu d'autre inconvénient que de faire oublier à plusieurs historiens qu'il s'agit ici, non seulement de telle ou telle application particulière des intégrations, mais du développement général de l'art d'intégrer. Du moins, M. Cantor semble-t-il s'être rendu coupable de cet oubli, ce qui l'a conduit à négliger une partie très essentielle des quadratures de Fermat, et à traiter de détours les applications qu'on faisait des quadratures. Nous reviendrons sur ce point.

C'est à Fermat qu'on doit la notion des paraboles de différents ordres ainsi que leur quadrature générale. On voit dans sa lettre à Roberval du 22 septembre 1636, où il appelle encore la parabole du 3e degré *une courbe comme la parabole* [1]), et dans sa dissertation sur la rectification des courbes (1660), où il parle des «*infinitæ parabolæ quas olim speculati sumus*» [2]), qu'il a inventé lui-même cette notion. Dans la lettre en question il communique à Roberval le résultat de la quadrature de la parabole cubique, intégration que Cavalieri d'ailleurs avait déjà effectuée dans sa Géométrie des indivisibles, publiée en 1635; mais ce n'est là pour

[1]) Fermat: *Varia Opera* p. 137.
[2]) *Varia Opera* p. 92; *Œuvres* de Fermat I, p. 216.

Fermat qu'un exemple de quadrature d'*infinies figures comprises de lignes courbes.* Ces lignes sont probablement les paraboles de tous les degrés entiers. Du moins une cubature qu'il y ajoute immédiatement a exigé aussi la quadrature des paraboles du quatrième degré. Roberval répond le 11 octobre 1636 dans le même sens, et raconte à Fermat qu'il a trouvé, lui aussi, la quadrature de toutes ces courbes, et il suppose que sa méthode ne diffère pas de celle de Fermat. Il dit avoir fait usage des inégalités [1])

$$1^m + 2^m + \ldots + n^m > \frac{n^{m+1}}{m+1} > 1^m + 2^m + \ldots + (n-1)^m.$$

Dans sa réponse du 4 novembre 1636 [2]) Fermat affirme la concordance présumée de leurs méthodes, mais il semble soupçonner que la démonstration de Roberval se borne en réalité aux cas de $m = 2$ et 3, où l'on savait déjà trouver exactement les sommes en question; mais il s'agit d'en connaître les valeurs pour toutes les valeurs de m. Il invite donc Roberval à *trouver la méthode générale pour voir,* dit-il, *si nous rencontrerons.*

En même temps Fermat déclare formellement que, de son côté, il est en possession de *tout ce qui se peut dire sur cette matière* et *l'offre* à Roberval. Malgré l'invitation qu'il lui fait de retrouver la méthode, ou peut-être pour rendre cette invitation plus facile à suivre, il lui communique déjà une proposition qui lui a servi à résoudre le problème. Elle contient la règle de formation des nombres figurés successifs. Si nous faisons usage de signes modernes, et si nous étendons les sommes Σ à toutes les valeurs entières de n depuis 1 jusqu'à n, cette règle consiste en ce que

---

[1]) Fermat: *Varia Opera* p. 140.
[2]) Ibid. p. 146.

$$\Sigma n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$\Sigma \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{2.3},$$

$$\Sigma \frac{n(n+1)(n+2)}{2.3} = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{2.3.4},$$

. . . . . .

Une fois trouvée, cette règle est très facile à vérifier *a posteriori*. Elle conduit presque immédiatement à des formules récurrentes servant à déterminer successivement les différentes sommes Σn^m. On est donc en état de reconstruire d'après la communication de Fermat la méthode dont il se servait pour obtenir l'aire des paraboles de tous les degrés entiers. Différente de celles dont se servait Archimède pour la parabole simple, elle est une extension des procédés qu'il employait ailleurs pour trouver les intégrales $\int x\,dx$ et $\int x^2 dx$.

L'indication de Fermat nous garantit donc que, pour des valeurs entières et positives de m, il était dès 1636 en possession d'une démonstration complète de la formule $\int_0^x x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}$; cependant ses allusions n'étaient pas alors aussi faciles à saisir qu'elles le seraient aujourd'hui. Du moins, un géomètre aussi habile que Roberval ne parvient-il, dans une lettre perdue [1] du 27 novembre, à établir que les expressions de Σn^4 et de Σn^5, et cela d'une manière que Fermat, dans sa réponse du 16 décembre [2], ne trouve pas bien propre à suggérer une règle générale. Ce premier procédé de Fermat pour carrer les paraboles de degrés entiers resta inconnu aux géomètres de Paris. Ceci résulte du fait que Pascal, qui en 1654 retrouva la proposition sur la formation des nombres figurés, a

[1] Cette lettre est-elle réellement perdue ou bien paraîtra-t-elle dans un des volumes attendus de la nouvelle édition des *Œuvres* de Fermat?

[2] *Varia Opera*, p. 148.

cru lire dans une lettre de Fermat que leurs découvertes de ces formules étaient contemporaines [1]).

Cependant les résultats que Fermat avait trouvés par la quadrature des paraboles ne pouvaient rester inconnus à Paris, où se formait à cette époque un centre de recherches mathématiques semblable à celui qui existait autrefois à Alexandrie, et où le magistrat de Toulouse, digne émule du grand Syracusain, dont il était à beaucoup d'égards le successeur immédiat, envoyait de temps en temps communication de ses découvertes, comme autrefois Archimède à Alexandrie. De Paris elles se répandaient chez les géomètres de toute l'Europe. Cette divulgation s'opérait pourtant beaucoup plus lentement qu'elle ne l'aurait fait si Fermat avait fait imprimer ses travaux. C'est seulement vers 1644 [2]) que Fermat communique les résultats de ses quadratures à Cavalieri par l'intermédiaire du P. Mersenne. Ce qui nous intéresse particulièrement dans cette communication, c'est qu'elle embrasse aussi les paraboles de degré fractionnaire, représentées par une équation de la forme $a^m y^n = b^n x^m$, c'est-à-dire la détermination des intégrales $\int_0^x x^{\frac{n}{m}} dx$, m et n étant positifs. Il est fort peu probable que, pour faire cette extension des quadratures des paraboles de degré entier, Fermat se soit contenté de l'induction hardie qu'on trouve plus tard dans l'*Arithmetica Infinitorum* de Wallis (1655). Sans doute Fermat peut s'être laissé guider dans ses recherches personnelles par des analogies de cette nature, mais il était trop l'élève des anciens, et trop peu admirateur des algorithmes, pour regarder comme une démonstration l'extension à des

[1]) M. Paul Tannery, qui a soutenu, dans le Bulletin des Sciences Mathématiques 2e série, t. VII, p. 118, la priorité absolue de Fermat pour cette proposition, parle aussi de l'application qu'en a faite son auteur à la quadrature des paraboles.

[2]) *Œuvres* p. 195.

valeurs fractionnaires ou négatives d'une formule démontrée seulement pour des valeurs entières et positives.

Il est donc presque certain que Fermat possédait en 1644 une démonstration des quadratures de toutes les paraboles. Serait-ce celle qu'il donne dans son Mémoire: *De Æquationum localium transmutatione et emendatione ad multimodam curvilineorum inter se vel cum rectilineis comparationem, cui annectitur proportionis geometricæ in quadrandis infinitis parabolis et hyperbolis usus* [1], dont la rédaction définitive n'a été faite qu'après 1657 [2]? On sait que dans le même Mémoire Fermat applique une méthode semblable à la quadrature exacte des hyperboles d'un degré quelconque, notion qu'il introduit au commencement de ce Mémoire, tandis que Wallis avait déjà essayé de trouver les résultats des intégrations en question par une induction semblable à celle dont dépend sa quadrature des paraboles de degré fractionnaire.

La méthode originale pour obtenir et démontrer exactement les quadratures de toutes les paraboles et de toutes les hyperboles qu'on trouve dans le Mémoire de Fermat que nous venons de citer est trop connue pour qu'il soit nécessaire d'en rendre compte en détail. Cependant, comme on n'en a pas toujours reconnu toute la simplicité et l'exactitude [3], il ne sera pas superflu d'en rappeler les principes.

Fermat commence par rappeler que dans ses intégrations Archimède fait usage de progressions arithmétiques. C'est ce qu'il a fait en fondant ses déterminations de $\int x\,dx$ et $\int x^2 dx$ sur les expressions de la somme et de la somme des carrés des nombres naturels, méthode que Fermat avait généralisée,

---

[1] *Varia Opera* p. 44—62; *Œuvres* I, p. 255—285.

[2] Voir la citation de la *Curva Schotenii*. *Varia Opera* p. 53, *Œuvres* p. 276.

[3] Cantor écrit t. II, p. 793: *Es lässt sich nicht verkennen, dass die Art, in welcher Fermat mit nahezu gleichen Elementen umspringt, eine sehr kühne ist.*

comme nous l'avons déjà vu. C'est seulement la quadrature de la parabole ordinaire qu'Archimède ramène à la sommation d'une progression géométrique ; mais cette quadrature n'est pas une intégration.

De son côté, Fermat fait dépendre, dans sa quadrature des paraboles générales, la détermination de l'intégrale $\int_0^x x^m dx$ de la sommation d'une progression géométrique. Il obtient cette intégrale en n'attribuant pas aux Δx, dans la somme $\Sigma x^m \Delta x$, dont elle est la valeur limite, des valeurs égales entre elles, mais en choisissant ces valeurs de manière que les termes de la somme, en nombre infini, forment une progression géométrique décroissante. Fermat rappelle l'expression exacte de la somme d'une telle progression.

Nous commencerons ici par sa quadrature des paraboles de degré fractionnaire, $m = \frac{p}{q}$; elle comprend évidemment celle des paraboles de degré entier, dont Fermat avait depuis longtemps trouvé le résultat d'une autre manière. Fermat décompose l'aire représentée par l'intégrale $\int_0^x x^{\frac{p}{q}} dx$ en des bandes limitées par les ordonnées correspondant aux abscisses suivantes :

$$x, \quad \alpha x, \quad \alpha^2 x, \quad \ldots$$

La raison constante α étant < 1, ces abscisses décroissent indéfiniment, jusqu'à zéro. Les bandes en question auront pour bases les différences Δx de ces abscisses, ou bien

$$(1-\alpha)x, \quad \alpha(1-\alpha)x, \quad \alpha^2(1-\alpha)x, \quad \ldots,$$

et pour hauteurs les ordonnées de la parabole $y = x^{\frac{p}{q}}$ [1]) :

$$x^{\frac{p}{q}}, \quad \alpha^{\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}}, \quad \alpha^{\frac{2p}{q}} x^{\frac{p}{q}}, \quad \ldots$$

---

[1]) Le paramètre n'étant qu'un facteur constant des éléments de l'intégrale, je le suppose égal à 1.

En substituant aux bandes les rectangles $y\Delta x$, on n'aura qu'à trouver la somme de la progression géométrique

$$(1-\alpha)x^{\frac{p+q}{q}},\quad (1-\alpha)\alpha^{\frac{p+q}{q}}x^{\frac{p+q}{q}},\quad (1-\alpha)\alpha^{2\frac{p+q}{q}}x^{\frac{p+q}{q}},\quad \ldots$$

Elle est égale à

$$\frac{1-\alpha}{1-\alpha^{\frac{p+q}{q}}}x^{\frac{p+q}{q}}.$$

Pour réduire cette somme de rectangles à l'aire parabolique cherchée, il faut chercher la valeur limite que prend cette somme dans le cas de bandes infiniment étroites, c'est-à-dire pour $\alpha = 1$. A cet effet Fermat remplace, à la manière des anciens, l'extraction de la racine $q^{\text{ième}}$ de α par $q-1$ moyennes géométriques, ce qui équivaut à remplacer α par β^q. Alors

$$\frac{1-\alpha}{1-\alpha^{\frac{p+q}{q}}} = \frac{1-\beta^q}{1-\beta^{p+q}} = \frac{(1-\beta)(1+\beta+\beta^2+\ldots+\beta^{q-1})}{(1-\beta)(1+\beta+\beta^2+\ldots+\beta^{p+q-1})},$$

expression dont la valeur limite pour $\beta = 1$ est évidemment égale à $\frac{q}{p+q}$ [1]).

Pour obtenir la quadrature analogue des hyperboles — par où commence le mémoire cité de Fermat — il suffit de limiter les bandes dans lesquelles on décompose l'aire cherchée $\int_x^\infty \frac{dx}{x^m}$ par les ordonnées correspondant aux abscisses, en nombre infini,

$$x,\quad \alpha x,\quad \alpha^2 x,\quad \ldots,$$

α étant > 1. Les rectangles $\frac{\Delta x}{x^m}$ formeront alors une progres-

---

[1]) Les segments *TS, SE, ER, RV, VB, quæ inter se, propter nostram methodum logarithmicam, censentur æqualia* (*Œuvres* I, p. 265; *Varia Opera* p. 48), ont précisément, si l'on fait usage de nos notations, les valeurs

$$x(1-\beta)\beta^4,\quad x(1-\beta)\beta^3,\quad x(1-\beta)\beta^2,\quad x(1-\beta)\beta,\quad x(1-\beta).$$

L'égalité des valeurs limites qu'ils prennent pour $\beta = 1$ est donc bien établie.

sion géométrique ayant pour premier terme $\frac{a-1}{x^{m-1}}$ et pour raison $\frac{1}{a^{m-1}}$. Sous la condition $m > 1$, la somme devient donc égale à

$$\frac{a^{m-1}}{x^{m-1}} \frac{a-1}{a^{m-1}-1},$$

dont on détermine la valeur limite pour $a = 1$, savoir $\frac{1}{(m-1)(x-1)}$, aussi facilement que dans le cas des paraboles.

Nous avons fait usage de signes modernes pour faire ressortir, aux yeux de lecteurs modernes, toute la simplicité de l'idée de Fermat et la généralité de sa méthode. Lui-même il se contente de la représentation géométrique des anciens, et il ne l'applique immédiatement qu'à l'hyperbole $y = \frac{a}{x^2}$ et aux paraboles $y^2 = ax$ et $y^3 = ax^2$; mais il désigne expressément les quadratures de ces courbes comme des exemples et il en tire les résultats les plus généraux. Il connaît donc bien la généralité de sa méthode, dont la simplicité a été assurément bien évidente pour lui. Elle se sera aussi présentée aux lecteurs de son temps, plus accoutumés à la représentation géométrique, mieux qu'elle ne le fait à nous autres modernes mathématiciens.

La quadrature de Fermat n'est pas immédiatement applicable aux hyperboles dont le degré est < 1; mais on sait que les degrés prennent des valeurs inverses par une interversion des deux axes coordonnés, interversion dont Fermat sait même faire des applications plus compliquées, comme nous le verrons dans ce qui suit. La seule hyperbole qui se dérobe à sa quadrature est donc l'hyperbole ordinaire, où $m = 1$; mais il fait observer que dans ce cas les bandes qui résultent de sa décomposition deviennent égales entre elles, propriété qui avait été déjà démontrée dans l'*Opus Geometricum* de Grégoire de Saint-Vincent (1647).

On s'étonnera peut-être qu'en faisant cette remarque Fermat n'exprime pas les aires hyperboliques au moyen des loga-

rithmes, qui ne lui étaient pas inconnus [1]). Quant à l'évaluation numérique des aires, un recours aux logarithmes, dont on possédait déjà des tables assez étendues, aurait certainement été un véritable avantage; mais cet avantage était moins évident dans un travail théorique. A cette époque on n'étudiait pas les fonctions, et la réduction d'une question géométrique à une expression logarithmique n'aurait pas été regardée comme une bonne solution. C'était, au contraire, l'expression des logarithmes au moyen des aires hyperboliques, et la réduction des questions sur les logarithmes à des questions relatives à une courbe aussi connue que l'hyperbole ordinaire, qui était utile pour l'étude exacte des logarithmes. C'est, par exemple, par cette voie que Lord Brouncker a trouvé la série qui représente *log* 2, et qu'il en a démontré la convergence.

Le titre même du travail de Fermat auquel nous avons emprunté ces quadratures des paraboles et des hyperboles montre qu'il a un but beaucoup plus général que ces quadratures particulières. En parlant des applications de la *transmutation* et de l'*émendation* des équations de courbes *ad multimodam curvilineorum inter se vel cum rectilineis comparationem*, il a en vue ce que, dans le langage du calcul intégral, nous appellerions la transformation et la réduction des intégrales à d'autres intégrales ou à des fonctions algébriques.

Les aires curvilignes auxquelles il sait réduire les quadratures de différentes courbes sont en première ligne les aires déjà trouvées des paraboles et des hyperboles à l'exception de l'hyperbole ordinaire; et grâce à ses quadratures de ces courbes il obtient alors une réduction à des aires rectilignes (intégration par des fonctions algébriques). Il ramène encore certaines quadratures soit à celle de l'hyperbole ordinaire, c'est-à-dire, en langage moderne, à des logarithmes, soit à la quadrature du cercle, c'est-à-dire à des fonctions circulaires. Nous ver-

[1]) Voir notre citation dans la note en bas de la p. 47.

rons d'importants exemples de ces réductions, et la place qu'il leur donne dans le titre de son mémoire montre qu'il voit clairement l'importance de ces réductions et des méthodes qui l'y conduisent.

Parmi ces méthodes nous n'avons pas besoin d'insister sur celle qui correspond à la décomposition suivante d'une intégrale:

$$\int (y_1 + y_2 + y_3 + \ldots)\, dx = \int y_1 dx + \int y_2 dx + \int y_3 dx + \ldots$$

Déjà Archimède savait s'en servir dans sa cubature des hyperboloïdes. Nous en venons tout de suite aux intégrations par parties, procédé dont Fermat fait un large emploi en y joignant un usage plus limité de l'intégration par substitution [1]).

Commençons par considérer la forme de ses intégrations par parties. Il y parvient par une simple interversion des deux coordonnées. Soit à déterminer une aire limitée par les deux axes coordonnés et par une courbe dont nous écrivons l'équation $y = \varphi(x)$, et désignons par a et b, respectivement, l'abscisse de son point d'intersection avec l'axe des x et l'ordonnée de son point d'intersection avec l'axe des y. On suppose de plus que dans l'intervalle de ces deux points les y décroissent en même temps que les x croissent. En égalant les deux expressions de cette aire, on aura

$$\int_0^a y\, dx = \int_0^b x\, dy. \qquad (1)$$

On obtient donc la même réduction des intégrales que celle qui résulterait d'une intégration par parties, et on obtiendrait la formule qui exprime complètement cette opération par un autre choix des limites ou des axes coordonnés. Fermat nous montre, à l'occasion du premier exemple où il en a besoin, qu'il sait obtenir les mêmes avantages par une décomposition des

[1]) *Œuvres* p. 271 et s.; *Varia Opera* p. 51 et s.

aires cherchées en des aires qui satisfont aux conditions indiquées [1]).

Cependant cette transformation n'est guère utile tant qu'on ne sait pas transformer ultérieurement la dernière intégrale par la différentiation de la fonction y. Il est vrai que Fermat avait déjà inventé les principes de la différentiation, et qu'il savait les appliquer à la détermination des *maxima* et *minima* et des *tangentes* [2]); mais à l'exception d'une application assez indirecte à la détermination des centres de gravité de certaines aires et de certains volumes, la connexion de ces principes avec la détermination des intégrales lui était inconnue. Fermat a donc besoin d'établir directement des résultats plus féconds que l'équation (1). Il en énonce alors la généralisation suivante

$$\int_0^a y^n dx = n \int_0^b y^{n-1} x dy. \qquad (2)$$

Il ne nous communique que très peu de choses sur sa déduction de cette dernière formule. Cependant pour $n = 2$ il en donne une interprétation stéréométrique qui laisse entrevoir comment il a trouvé le résultat dans ce cas particulier. Sa remarque que la réduction générale se fait avec la même facilité [3]) porte à supposer qu'il a trouvé la formule générale par une extension du même procédé.

Dans le cas de $n = 2$, il dit que la somme des solides $y^2 dx$ — qu'il décrit assez clairement dans le langage qui était à sa disposition — devient égale à la somme des solides $yx\,dy$ doublés. Il a pu trouver ce résultat en considérant les moitiés des premiers solides, obtenues en décomposant les bases carrées par les diagonales qui rencontrent l'axe des x. Le lieu de ces diagonales sera le plan qu'en introduisant un troisième

---

[1]) *Œuvres* p. 275; *Varia Opera* p. 52.

[2]) *Methodus ad disquirendam maximam et minimam.* *Œuvres* p. 133 et s.; *Varia Opera* p. 63 et s.

[3]) *Œuvres* I, p. 272. *Varia Opera* p. 51.

axe coordonné on représenterait par l'équation $z = y$. Alors le volume moitié de celui que représente l'intégrale $\int_0^a y^2\,dx$ sera égal à $\int_0^b z\,x\,dy = \int_0^b y\,x\,dy$, ce qu'il fallait démontrer.

Pour avoir de cette déduction une généralisation simple et pouvant être attribuée à Fermat, qui avait carré les paraboles de tous les degrés, il suffit d'y substituer $z = y^{n-1}$ à $z = y$. Alors y^n ou l'aire yz est n fois l'aire $\int_0^y z\,dy$, et le volume $\int_0^a y^n dx$ devient n fois le volume qu'en intervertissant les deux axes coordonnés on peut exprimer par l'intégrale $\int_0^b xz\,dy$ ou par $\int_0^b y^{n-1}x\,dy$.

Une chose contribue encore à rendre vraisemblable que, pour parvenir au résultat exprimé par la formule (2), Fermat a bien suivi cette voie, que nous avons jugée être la plus conforme à ses courtes indications: c'est l'identité de cette démonstration avec celle qu'a donnée Pascal du premier *Lemme général* de son *Traité des trilignes rectangles et de leurs onglets* (1659). Ce lemme est la généralisation du théorème de Fermat qu'on obtient en ne se bornant pas, dans la déduction que nous lui avons attribuée, au cas où $z = y^{n-1}$, mais en y substituant une fonction quelconque de y. Avec nos notations ce lemme s'écrirait

$$\int_0^b z\,x\,dy = \int_0^a dx \int_0^y z\,dy\ ,$$

où y et z sont des fonctions quelconques de x et y, représentées par des courbes; l'intégrale $\int_0^y z\,dy$ est représentée par une aire [1]).

---

[1]) Pascal: *Œuvres*, édition de 1779, t. V, p. 276; édition de 1872, III, p. 385. MM. Maximilien Marie et Cantor, dans leurs travaux historiques, rendent très bien compte de ce lemme; le premier auteur parle aussi des importantes applications qu'en fait Pascal; mais ils

Cette identité nous garantit du moins que nous ne nous sommes pas laissé tenter par les signes modernes, dont nous nous sommes servi pour plus de brièveté, d'attribuer à Fermat des pensées trop modernes. De quelque manière qu'il ait trouvé ses résultats, Fermat les énonce avec une sûreté qui montre bien qu'il les possède complètement. Nous allons voir qu'il savait très bien en profiter.

Fermat fait de la méthode exprimée par notre formule (2) une double application. Il donne à des intégrales connues la forme $\int y^n dx$ et en déduit les intégrales $\int xy^{n-1}dx$, ou inversement. Sa représentation des fonctions se faisant uniquement par des courbes, et celle des intégrales par des quadratures, chacun de ces deux procédés demande deux substitutions, que nous indiquerons ici en égalant à 1 la constante qu'introduit Fermat pour conserver l'homogénéité géométrique. Dans les représentations géométriques, les deux variables, considérées après chaque nouvelle substitution, sont toujours prises pour coordonnées rectangulaires.

Soit $z = \varphi(x)$ une courbe carrable. Si l'on pose $z = y^n$ (ou $z = xy^{n-1}$), n ayant une valeur convenable, et ensuite

---

ont le tort de ne pas mentionner que les plus essentielles de ces applications ont été faites aussi par Fermat. Au contraire, M. Brassine, dans un livre cité par M. Marie, et M. Tannery, dans la note en bas de la p. 271 des *Œuvres de Fermat*, t. 1, reconnaissent parfaitement l'identité essentielle de l'usage que fait Fermat du théorème exprimé par la formule (2) avec celui qu'on fait à présent de l'intégration par parties.

Ce serait une tâche très difficile que de retrouver les suggestions, plus ou moins directes, qui ont pu amener cette coïncidence dans l'invention d'une même méthode si féconde. Peut-être la suite de la nouvelle édition des Œuvres de Fermat contribuera-t-elle à faciliter cette investigation. Dans le cas contraire, il faudra sans doute se contenter de voir dans cette simultanéité une simple conséquence du fait que cette importante invention avait été préparée par les autres progrès réalisés dans la même direction. La priorité de la publication appartient en tout cas à Pascal, et, ne connaissant pas même la date de la rédaction du mémoire de Fermat, nous ne pouvons pas constater son indépendance du travail cité de Pascal.

$t = xy^{n-1}$ (ou $t = y^n$), l'équation $t = \psi(y)$ qu'on obtient par l'élimination de x et z représentera une nouvelle courbe carrable. L'application de ce procédé peut être repétée un nombre illimité de fois. Fermat sait ainsi déduire d'une seule quadrature (ou intégration) connue un nombre illimité de quadratures. A côté de ces procédés synthétiques, qui conduisent à de nouvelles quadratures, il applique inversement une méthode analytique à la recherche de la quadrature de courbes données (intégration de fonctions données). A cet effet il fait subir à la courbe $z = \varphi(x)$, dont la quadrature $(\int z\,dx)$ est inconnue, une série de transformations analogues à celles dont nous venons de rendre compte, jusqu'à ce qu'il trouve soit une courbe carrable algébriquement, soit une courbe, telle que le cercle, dont la quadrature peut être regardée comme connue.

Telle est la méthode générale de Fermat. Il donne expressément les applications qu'il en fait comme des exemples. Ces exemples servent toutefois à nous montrer l'étendue du domaine dans lequel Fermat a su utiliser sa méthode.

Pour bien comprendre le choix des substitutions qu'il applique à chaque exemple, il faut bien remarquer les bornes dans lesquelles ses méthodes sont enfermées, en comparaison de celles dont nous disposons à présent, et les difficultés particulières qui en résultent pour lui. Ses substitutions servent toujours à introduire une nouvelle variable dépendante dans la fonction à intégrer; mais elles ne portent pas sur la variable indépendante de l'intégrale. Il n'en peut être autrement, parce qu'en transformant la variable x de l'intégrale $\int z\,dx$ il faudrait savoir y introduire la nouvelle valeur de la différentielle dx. Seulement, dans la formule fondamentale (2) où $x = y^n$, il a su surmonter cette difficulté, non pas à cause de sa connaissance de la différentielle $d(y^n)$, mais à cause de sa connaissance de la quadrature $\int y^{n-1}dy$, ce que nous avons déjà montré. La substitution $x = \varphi(t,y)$, servant à remplacer la variable indépendante x d'une intégrale de la forme $\int y^n dx$ par

une nouvelle variable t, doit donc toujours être précédée d'une intégration par parties, de façon que la substitution s'applique à l'intégrale $\int xy^{n-1}dy$ où x n'est plus variable indépendante.

Dans le premier des exemples que donne Fermat, les aires dont il parle sont limitées par les axes coordonnés; nous pourrons donc les désigner par des intégrales définies. Comme, dans la plupart des autres exemples, la transformation des limites demanderait des indications particulières, et que Fermat n'en donne aucune, nous devons traduire ses quadratures par des intégrations indéfinies; mais — à une seule exception près — Fermat se borne à montrer la possibilité de résoudre ces questions plus générales que ne le serait l'évaluation d'intégrales définies par des limites simples.

Dans les trois premiers exemples, Fermat suppose connues des intégrales de la forme $\int y^n dx$ et en déduit des intégrales de la forme $\int xy^{n-1}dy$.

1°. Si $y^2 = a^2 - x^2$, on trouve immédiatement l'intégrale $\int_0^a y^2 dx$. La formule (2) montre que $\int_0^a xy\,dy$ en est la moitié. Fermat sait donc trouver $\int_0^a \sqrt{a^2-y^2}\,y\,dy$, ou bien, comme il le dit en évitant les irrationnelles, carrer la courbe $t^2 = a^2y^2 - y^4$.

2°. Si $y^3 = ax^2 - x^3$, on trouve immédiatement l'intégrale $\int y^3 dx$. On en déduit l'intégrale $\int xy^2 dy$, ou bien, en égalant xy^2 à a^2t, la quadrature de la courbe $a^6t^3 = a^5t^2y^2 - y^9$.

3°. Si $y^3 = \dfrac{a^5x - a^6}{x^3}$, on trouve immédiatement la valeur de $\int y^3 dx$, et ensuite, au moyen de la formule (2), celle de $\int y^2 x\,dy$, ou bien, en posant $y^2x = a^2t$, la quadrature de la courbe $t^3 + y^3 = aty$. Fermat reconnaît dans cette courbe celle dont Schooten venait d'étudier d'autres propriétés, et qu'à présent on désigne ordinairement sous le nom de *folium* de Descartes. Cette quadrature que Fermat obtient ici par une synthèse, il

est probable qu'il l'a originairement trouvée par l'analyse inverse de cette synthèse, c'est-à-dire en transformant la courbe $t^3+y^3=aty$ en $y^3=\frac{a^5x-a^6}{x^3}$ et l'intégrale $\int t\,dy$ en $\int y^2x\,dy$ au moyen de la substitution $a^2t=y^2x$, ce qui ramène l'intégration à celle de $\int y^3dx$. En effet, Fermat donne plus loin des applications de cette méthode analytique.

Fermat donne ensuite des exemples de la méthode inverse où l'intégrale $\int y^{n-1}x\,dy$ est connue et sert à la déduction de $\int y^n dx$. Nous omettons ceux de ses exemples qui ne sont que les inverses des deux premiers. Fermat indique ensuite en deux lignes une application fort intéressante de cette méthode [1]), en disant qu'elle permet de passer sans aucune peine des paraboles aux hyperboles, et réciproquement, *ut experientiâ constabit.* Afin de faire l'expérience à laquelle il nous invite, posons $y^r=xy^{n-1}$. L'intégrale $\int y^r dy$, qui représente la quadrature d'une parabole, sera égale à $\int xy^{n-1}dy$. La méthode de Fermat permet de passer de celle-ci à l'intégrale $\int y^n dx$, qui sera égale à $\int x^{\frac{n}{r+1-n}}dx$. Cette intégrale représentera la quadrature d'une nouvelle parabole si $n<r+1$ et celle d'une hyperbole si $n>r+1$. L'ordre de la nouvelle courbe ne sera entier que dans le cas où n est divisible par $r+1-n$. Il nous paraît difficile d'expliquer autrement la courte indication de Fermat; nous le voyons donc en possession d'un nouveau moyen de déduire les quadratures de toutes les paraboles et hyperboles (à l'exception de l'hyperbole ordinaire) de celles des paraboles d'ordre entier, qu'il connaissait depuis longtemps, connaissance dont dépend aussi la méthode traduite par notre formule (2). Il semble toutefois que Fermat se soit borné à reconnaître la possibilité de parvenir ainsi à ce résultat.

Dans les exemples suivants Fermat passe à des quadratures qui se réduisent par sa méthode à celle du cercle, ou

[1]) *Œuvres* I, p. 277. *Varia Opera* p. 53.

en langage moderne à des intégrales exprimables au moyen de π ou de fonctions circulaires. Un de ces exemples fournit la détermination complète de l'aire limitée par la courbe $y = \frac{a^3}{x^2+a^2}$ et par l'axe de x, qui en est l'asymptote, c'est-à-dire la démonstration de l'égalité $\int_0^\infty \frac{x^3}{x^2+a^2}\,dx = \frac{\pi a^2}{2}$. Pour parvenir à la solution de ce problème, qui lui avait été proposé *ab erudito geometrâ*, Fermat commence par appliquer l'analyse suivante à la quadrature $\int y\,dx$. Par la substitution $z^2 = ay$ cette intégrale se transforme en $\frac{1}{a}\int z^2 dx$; celle-ci dépend, d'après sa méthode, de l'intégrale $\int xz\,dz$, ou, si l'on pose $xz = at$, de l'intégrale $\int t\,dz$. Or on trouve, par l'élimination de x et y, $t^2 = a^2 - z^2$. L'intégrale $\int t\,dz$ représente donc un aire circulaire. On aura en particulier au moyen de ces substitutions

$$\int_0^\infty \frac{a^3}{x^2+a^2}\,dx = \frac{1}{a}\int_0^\infty z^2\,dx = \frac{2}{a}\int_0^a xz\,dz = 2\int_0^a t\,dz = \frac{\pi a^2}{2}.$$

Fermat a surmonté de plus grandes difficultés en appliquant sa méthode à la réduction successive des intégrales de la forme $\int (a^2-x^2)^{\frac{n}{2}}\,dx$ où n est un nombre impair. Sa réduction n'est pas toutefois identique à celle qu'on trouve dans les cours classiques de calcul intégral, et les remarques que nous avons déjà faites sur sa méthode expliquent la raison de cette différence. La méthode ordinaire de réduction exige en effet la différentiation de $(a^2-x^2)^{\frac{n}{2}}$. Il nous intéresse d'autant plus de savoir comment Fermat s'y prend pour parvenir au même but.

Si l'on suppose $y^2 = a^2 - x^2$, l'intégrale $\int y^3 dx$ se réduit, par la méthode de Fermat et par les substitutions successives $xy = at$ et $y^2 = az$, d'abord à $\int xy^2 dy$, puis à $\int ty\,dy$, ensuite à $\int y^2 dt$, et enfin à $\int z\,dt$. La courbe finale dont l'équation résulte

de l'élimination de x et y étant le cercle $t^2 + z^2 = az$, la dernière intégrale représente une aire circulaire. Fermat ajoute que pour des valeurs plus élevées du nombre impair n on aura besoin de répéter plusieurs fois la même réduction. C'est ce qu'on voit en appliquant exactement les mêmes substitutions. Alors on passera par les intégrales suivantes

$$\int y^n dx\,,\ \int x y^{n-1} dy\,,\ \int t y^{n-2} dy\,,\ \int y^{n-1} dt\,,\ \int z^{\frac{n-1}{2}} dt.$$

z étant égal à $\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - t^2}$, et $\frac{n-1}{2}$ à un entier plus petit que n, on arrive à des intégrales de la même nature mais plus simples que l'intégrale proposée. La réduction de Fermat marche même plus vite que la réduction ordinaire, qui ne fait que diminuer l'exposant n de deux unités, mais elle le cède à celle-ci quant à l'uniformité, qui a ici une grande valeur.

Le dernier exemple de Fermat va nous servir à montrer le grand nombre de transformations successives que peut nécessiter sa méthode en même temps que la puissance dont il fait preuve pour inventer les transformations qui conduisent au but. Il s'agit de trouver la quadrature de la courbe $y^2 = \frac{a^7 x - a^8}{x^6}$, ou bien l'intégrale $\int \frac{\sqrt{a - x}}{x^3} dx$, assez facile à déterminer par les méthodes modernes de substitution. Fermat préfère chercher l'intégrale $\int x\,dy$, que, grâce à sa méthode et aux substitutions successives

$$ax = z^2,\ yz = at = u^2,\ zu = av,\ au = vs,\ v^2 = ap = sq,\ s^2 = ar,$$

il exprime successivement au moyen de

$$\int z^2 dy,\ \int yz\,dz,\ \int t\,dz,\ \int u^2 dz,\ \int uz\,du,\ \int v\,du,\ \int u\,dv,\ \int vs\,dv,\ \int v^2 ds,$$
$$\int p\,ds,\ \int sq\,ds,\ \int s^2 dq,\ \int r\,dq.$$

L'équation en r et q qui résulte de l'équation donnée en x et y au moyen des substitutions successives est $q^2 = ar - r^2$. Fermat a donc réduit la quadrature demandée à celle du cercle; mais il est difficile de retrouver ici l'idée qui a guidé ses pas vers ce résultat exact.

Ces exemples montrent jusqu'à quel point Fermat connaissait l'utilité de sa méthode. Il savait l'appliquer également bien d'une manière synthétique à déduire de nouvelles classes de fonctions intégrables (courbes carrables) de celles qu'il connaissait déjà, et d'une manière analytique à réduire les quadratures qui lui étaient proposées, ou qu'il trouvait l'occasion de se proposer à lui-même, à des quadratures connues. Il embrassait donc toute une théorie des quadratures, telle qu'elle pouvait exister avant la découverte, due à Newton, de la connexion des opérations de différentiation et d'intégration. Dans cette théorie il fallait encore remplir les cadres par la spécification de courbes carrables, par l'exécution d'intégrations dont Fermat ne fait que démontrer la possibilité, par l'extension des principes d'intégration aux fonctions trigonométriques, etc. On doit à cet égard d'importantes contributions aux éminents contemporains de Fermat, contributions plus ou moins indépendantes des siennes, qui ne furent imprimées qu'en 1679 dans les *Varia Opera*.

Toutefois nous ne nous attacherons pas ici à suivre ce développement, et encore moins à étudier la question de l'originalité des différents auteurs; nous nous contenterons d'avoir appris à connaître comment les principes de ce développement furent créés par Fermat, du moins en très grande partie [1]). Nous pourrons d'autant mieux omettre ici les autres essais qui servirent de préparation au calcul intégral que M. Maximilien Marie a déjà rendu compte d'une manière très complète des contributions de Pascal, et que celles de Wallis sont encore mieux connues. Nous avons seulement quelques remarques à faire sur la nature des quadratures de ce dernier savant, dont l'*Arithmetica infinitorum*, publiée en 1655, est devenue ensuite la source

[1]) L'*Arithmetica infinitorum* de Wallis a pu conduire Fermat à s'occuper de la quadrature des hyperboles. Voir aussi la note aux p. 52—53.

principale de la connaissance des quadratures générales des paraboles et hyperboles, comme la *Geometria indivisibilium* de Cavalieri (1635) l'était déjà pour les principes généraux de l'intégration.

On sait que Wallis obtient les quadratures des paraboles de degré fractionnaire et — d'une manière moins complète — celle des hyperboles par ce qu'il appelle une interpolation, c'est-à-dire en réalité par une simple extension des résultats démontrés pour des exposants entiers et positifs. M. Reiff[1]) regarde cette espèce d'extensions comme caractéristique de cette époque. Selon moi c'est au contraire une innovation dont les élèves des anciens géomètres voyaient très bien la faiblesse logique; mais son utilité pour l'invention mathématique est évidente. Ces extensions conjecturales — qui allaient se multiplier dans la période suivante — sont les compagnes naturelles des algorithmes: elles sont dues aux algorithmes incomplets, et servent ensuite à généraliser ces mêmes algorithmes. Celle qui nous occupe ici a été préparée par le nouveau calcul algébrique. Descartes avait introduit l'usage des exposants pour exprimer les puissances d'une manière abrégée. Cette notation et les analogies de calcul que l'invention des logarithmes avait rendues manifestes devaient inviter à attribuer aussi aux exposants des valeurs fractionnaires ou négatives. Même sans introduire encore expressément ces valeurs dans les notations — ce qui est un progrès ultérieur dû à Newton — Wallis a parfaitement reconnu les analogies exprimées par la notation généralisée. Il s'est alors laissé tenter de généraliser d'une manière semblable, mais sans démonstration propre, les résultats des quadratures de paraboles de degré entier, résultats qu'il avait trouvés à peu près par le même procédé dont Fermat s'était servi en 1636. Le succès

[1]) Reiff: *Geschichte der unendlichen Reihen* p. 13.

de cette extension [1]) lui a ensuite donné la hardiesse d'appliquer la même méthode inductive à sa célèbre quadrature du cercle, ou bien à l'intégration $\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}\,dx$. L'audace qui lui a donné confiance dans ses ingénieux groupements de résultats connus et dans les hardies combinaisons qu'il a faites de ces résultats a été récompensée par la découverte de la formule qui porte son nom; mais cette formule, il n'a pu la contrôler que par sa concordance avec les approximations de π alors connues, tandis que la démonstration rigoureuse a demandé des recherches toutes différentes des siennes.

Le même procédé devait bientôt porter une autre fruit par la découverte de la formule générale du binôme due à Newton [2]). Newton nous apprend, en effet, lui-même qu'il l'a trouvée par une extension de celle qui a lieu pour les exposants entiers et positifs [3]); mais il était trop rigoureux géomètre et trop fidèle élève des anciens pour regarder cette extension comme une démonstration. Il a donc démontré les applications particulières qu'il en a faites par des procédés qui pourraient aussi servir à la vérification de la formule générale. Seulement l'exposé complet d'une telle démonstration aurait été très long et très pénible. Leibniz, ce maître des algorithmes, semble avoir eu plus de confiance en leur généralité, et moins de scrupules à en profiter sans démonstration directe. Il étend immédiatement la différentiation de x^n, connue pour les valeurs positives et entières de n, à des valeurs fractionnaires, comme l'avait fait Wallis dans les quadratures.

---

[1]) Il a pu contrôler, en partie, ce succès en regardant la parabole ordinaire comme étant de l'ordre $\frac{1}{2}$. Il ne semble pas alors avoir eu connaissance des quadratures que Fermat avait déjà communiquées de temps en temps aux géomètres parisiens.

[2]) Comme nous devons parler dans une Note subséquente de la fondation du calcul infinitésimal, nous omettons ici les renvois relatifs à Newton et à Leibniz.

[3]) Il y avait été conduit par un détour résultant du but originaire de ses recherches.

Cette espèce de conclusions, si utiles pour l'invention, était moins dangereuse tant qu'elle se bornait à des résultats dont on ne négligeait pas de chercher d'autres vérifications, comme nous le voyons par l'exemple de Newton; mais les innombrables résultats auxquels devait conduire bientôt la routine des algorithmes donnaient une grande tentation d'appliquer les mêmes conclusions au delà des limites où leur usage était justifié par des démonstrations rigoureuses, et même d'oublier le besoin de donner aux démonstrations la même généralité qu'aux résultats qu'on en tirait. Ce sont les travaux des successeurs de Newton et Leibniz, et le développement ultérieur des algorithmes, qui ont rendu nécessaire plus tard le retour aux principes rigoureux des anciens, principes qui avaient été encore ceux de Viète, de Fermat, d'Huygens et de Newton. Cette réforme a été préparée par Lagrange, Gauss et plusieurs autres géomètres, et effectuée par l'immense travail de Cauchy, qui avait pour tâche de ramener à ces principes les grands progrès réalisés depuis la découverte du calcul infinitésimal, et d'en faire la base bien assurée de nouveaux progrès [1]).

---

[1]) M. Reiff distingue dans sa *Geschichte der unendlichen Reihen* les trois périodes suivantes: 1° *Die Periode von Newton und Leibniz*; 2° *Die Periode der formalen Behandlungsweise*; 3° *Die Periode der exacten Behandlungsweise.* Les autres parties des mathématiques aussi présentent aux mêmes époques les mêmes phases que caractérisent si bien les dénominations des deux dernières périodes. Quant à la première, il me semble que M. Reiff en néglige trop dans son livre un caractère très essentiel au point de vue de la rigueur, savoir sa connexion intime avec la géométrie antique, beaucoup mieux connue alors par les géomètres qu'elle ne le fut dans la période suivante, et qu'elle ne l'est à présent. Les exemples d'une rigueur plus grande dans cette période que celle qui était ordinaire dans la période suivante ne sont donc pas fortuits. Il ne faut pas s'étonner en voyant Lord Brouncker discuter la convergence de la série servant à exprimer log 2. C'était alors un développement trop peu en usage pour qu'on ne s'assurât pas de sa justesse par une preuve, que plus tard la routine porta à négliger. En appliquant (comme Newton) sa série à une véritable évaluation numérique, Lord Brouncker avait besoin d'en connaître non seulement la convergence abstraite, mais aussi le degré de convergence. Il

Revenons aux quadratures qui précèdent la création du calcul infinitésimal. Il nous faut encore parler des applications qu'en ont faites Fermat et ses contemporains. C'est, en effet, avant tout en ayant égard à ces applications, identiques à une partie de celles qu'on fait à présent des intégrations, que nous avons pu regarder comme des intégrations les quadratures de courbes rapportées à des axes rectangulaires.

En première ligne se présentent les quadratures de courbes représentées à l'aide d'autres coordonnées, en particulier celles des spirales. Pour Fermat ces quadratures viennent immédiatement après celles des paraboles. Il imite à cet égard le grand Syracusain, qui donne les intégrations $\int_0^a x\,dx$ et $\int_0^a x^2 dx$ dans l'introduction de son livre sur les spirales, et qui exécute au moyen de la dernière la quadrature des secteurs de spirale d'une manière qui ressemble beaucoup à celle que nous exprimerions par les équations

$$s = \frac{1}{2}\int_0^\theta r^2 d\vartheta = \frac{a}{2}\int_0^r r^2 dr = \frac{a}{6} r^3.$$

Déjà en 1636, dans l'année même où il communiquait à Roberval ses quadratures des paraboles d'ordre entier, Fermat parle, dans une lettre du 3 juin adressée au

---

le fait en en renfermant le reste entre deux progressions géométriques de raisons $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$. La dernière progression est la même dont Archimède se sert dans sa quadrature de la parabole d'une manière absolument rigoureuse, et la convergence de ces deux progressions est une conséquence du critère — exact mais trop large — qu'Euclide énonce au commencement du 10e livre des Éléments, et qu'on peut énoncer ainsi: La valeur limite du produit $v_1 v_2 v_3 \ldots$ est égale à zéro si, à partir d'un certain facteur, $\frac{v_{n+1}}{v_n} \leqq \frac{1}{2}$. [Voir H.-G. Zeuthen: *Mathematikens Historie, Oldtid og Middelalder. Kjøbenhavn* 1893.] Newton cite expressément le critère d'Euclide et en tire le critère suivant de convergence d'une série: La série infinie $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$ est convergente si, à partir d'un certain terme, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leqq \frac{1}{2}$. [Newton: *Opuscula* I, p. 27; voir aussi Reiff p. 30—31.]

P. Mersenne [1]), d'un traité de *nouvelles hélices* (spirales), qu'il veut *dresser*, et il cite en exemple la spirale qui a pour équation $\frac{r^2}{a^2} = \frac{\vartheta}{2\pi}$. Il en énonce cette intéressante propriété qu'à l'exception de la première ses différentes spires sont égales entre elles. Dans sa lettre déjà citée du 4 novembre à Roberval il invite ce savant à prier le P. Mersenne de lui donner ses *nouvelles hélices* [2]). Mersenne avait donc alors déjà reçu le traité en question, où Fermat aura toutefois omis les démonstrations, assez pénibles selon sa première lettre, ce qui ne l'empêche pas de dire dans la seconde lettre qu'elles seront probablement aussi aisées à Roberval que celles du conoïde et des paraboles. On ne doit pas regarder ce propos comme une politesse un peu malicieuse; car Fermat l'explique en disant, dans sa lettre du 16 décembre à Roberval [3]), que la démonstration des quadratures des spirales est pareille à celle des nouvelles figures qu'il a carrées (les paraboles) ou cubées (certains conoïdes). Il a donc aussi carré les spirales des différents ordres au moyen des sommes des puissances semblables des nombres entiers que nous l'avons vu appliquer à sa première quadrature des paraboles des différents ordres. Bien qu'il n'ait pas encore réduit la première quadrature à la seconde, il a vu l'identité algébrique de ces deux questions. C'est sans doute sa connaissance de cette identité des aires qui l'a conduit plus tard à étendre aux paraboles et aux spirales de tous les ordres l'identité, découverte par Roberval et démontrée par Pascal, des arcs de la parabole et de la spirale ordinaires. Nous en parlerons tout à l'heure.

A une époque où l'on ne possédait pas la notion analytique des intégrales à laquelle se réduisent aujourd'hui les quadratures des paraboles et des spirales, la réduction de l'une à

---

[1]) *Varia Opera* p. 121.
[2]) Ibid. p. 147.
[3]) Ibid. p. 149.

l'autre était une ressource assez naturelle pour que nous comprenions qu'elle se soit imposée à plus d'un auteur. Nous ne partageons donc pas l'étonnement de M. Cantor quand il voit Cavalieri et Grégoire de Saint-Vincent se servir, l'un et l'autre, de la même réduction de la spirale d'Archimède à la parabole ordinaire, étonnement qui porte l'illustre historien à discuter avec beaucoup de soin la possibilité d'un plagiat [1]), sans se soucier toutefois de l'usage d'une transformation semblable, fait un peu plus tard par les trois géomètres français.

Celle de Cavalieri et Grégoire de Saint-Vincent diffère un peu de celle de Fermat. La transformation d'une spirale d'Archimède $\frac{r}{a} = \frac{\vartheta}{2\pi}$ en une parabole $\frac{x}{\pi a} = \left(\frac{y}{a}\right)^2$ dont se servent Pascal et Fermat s'exprimerait au moyen des équations $y = r$, $\frac{x}{\pi a} = \left(\frac{r}{a}\right)^2$ ou $x = \frac{r\vartheta}{2}$, et grâce à notre connaissance de l'analyse actuelle nous en voyons l'utilité en remarquant que la différentiation de ces formules conduirait à

$$dy = dr, \quad dx = r\,d\vartheta,$$

et par conséquent à

$$dx^2 + dy^2 = dr^2 + r^2 d\vartheta^2, \quad y\,dx = r^2 d\vartheta.$$

On comprend qu'une telle transformation, ainsi que la transformation analogue des spirales d'ordre supérieur, ait pu se présenter à Fermat, si, à l'instar d'Archimède, il a pris pour éléments de l'aire de la spirale les secteurs infiniment petits. Cavalieri en obtient une qui est encore plus simple en décomposant l'aire comprise entre la spirale et le cercle de rayon a en des bandes courbes au moyen des arcs de cercles $r\vartheta$. Une de ces bandes aura l'aire $r\vartheta . dr$. Si l'on pose $r = x$, $r\vartheta = y$, on déduira de l'équation de la spirale

[1]) Cantor II, p. 765—766 et 775—776.

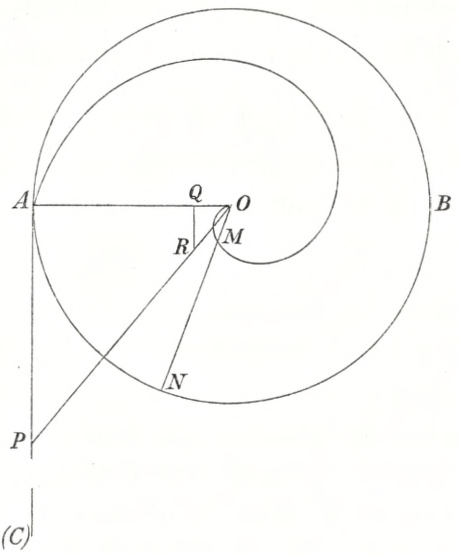
$$\frac{r}{a} = \frac{\vartheta}{2\pi}$$

que

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{r^2}{a^2} = \frac{r\vartheta}{2\pi a} = \frac{y}{2\pi a},$$

de façon que l'aire cherchée $\int_0^a r\vartheta\, dr$ devienne égale à l'aire $\int_0^a y\, dx$ limitée par la parabole dont nous venons de trouver l'équation et par les droites $y = 0$ et $x = a$.

La transformation ne se présente pas moins immédiatement si l'on remplace nos formules par la figure dont on se servait alors. Celle-ci correspond plus immédiatement à la forme



suivante de l'équation de la spirale $\frac{r}{a} = \frac{\vartheta a}{2\pi a}$. Soit $OA = a$, ANO un cercle de centre O, M un point de la spirale, ON le rayon passant par M. L'équation précédente s'écrira $\frac{OM}{OA} = \frac{\text{arc } AN}{\text{circ. } ANBA}$. La transformation résultera alors de la substitution au rapport des deux arcs du rapport des deux

droites. Soit AC perpendiculaire à OA, AC = circ. $ANBA$ ($= 2\pi a$) et $\frac{AP}{AC} = \frac{AN}{ANBA}$ ou AP = arc AN; alors la droite OP rencontrera évidemment l'ordonnée menée par le point Q dont l'abscisse $OQ = OM$ en un point R de la parabole de Cavalieri. Cette construction de la parabole qu'on trouve dans l'*Opus Geometricum* de Grégoire de Saint-Vincent[1]) se présente assez naturellement pour expliquer que ce savant ait pu, lui aussi, l'inventer sans avoir particulièrement en vue la quadrature de la parabole. Au contraire il regarde comme connues et la quadrature de la spirale et celle de la parabole, et la comparaison des résultats de ces deux quadratures ne se trouve qu'au milieu d'une série de plusieurs comparaisons semblables. La méthode de Grégoire de Saint-Vincent n'est pas une méthode de quadrature: par la démonstration de toutes les analogies des deux courbes, elle ressemble plutôt à une transformation géométrique moderne[2]).

Une autre classe de questions, savoir les rectifications de courbes, se réduit pour nous à des intégrations; elles devaient par conséquent se réduire à des quadratures à l'époque qui nous occupe. Je suis donc hors d'état de comprendre la critique à laquelle M. Cantor soumet cette dernière réduction. Il le fait même à plusieurs reprises, mais surtout à la p. 828 de son t. II, où il trouve surprenant que Wallis, après avoir établi le résultat que nous exprimerions par la formule

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 ,$$

tourne le dos à cette méthode pour avoir recours aux quadratures[3]), et à la p. 829, où il dit que Fermat, au même point

---

[1]) *Spiralis et parabolæ symbolizatio; Opus Geometricum* p. 664—702.

[2]) Grégoire ne se borne pas du reste aux analogies qui résultent de la transformation. Celle de sa proposition IX n'est que fortuite.

[3]) *Es ist wirklich auffallend, dass Wallis dieser die Aufgabe unmittelbar ins Auge fassenden Methode ..... selbst wieder den Rücken kehrt.*

de sa recherche, s'écarte, avec la même inconséquence que Wallis, de la voie où il s'était engagé [1]).

Il me semble qu'on pourrait avec autant de raison reprocher aux traités modernes, une fois établie la formule $ds^2 = dx^2 + dy^2$, de se servir d'une intégration pour exprimer l'arc au moyen des coordonnées de ses limites, et de renvoyer aux intégrations déjà exécutées pour trouver les expressions des arcs de courbes particulières.

Qu'est-ce donc que M. Cantor voudrait qu'eussent fait les auteurs dont nous parlons? M. Cantor répond en partie à cette question en renvoyant à la rectification de la cycloïde par Wren et en faisant remarquer que ce savant rattache immédiatement l'expression de l'arc aux recherches infinitésimales équivalant à une démonstration de la formule déjà citée; mais il n'est pas permis de demander la même chose lorsqu'il s'agit de courbes dont la rectification ne donne pas prise à des artifices géométriques semblables et dépend d'intégrations plus compliquées. Alors il faut bien en venir à exécuter l'intégration, sous une forme ou sous une autre, et, dans le cas où l'on connaît l'application de la même intégration à une quadrature, on aurait tort de négliger d'en faire ce nouvel usage. Or nous avons vu qu'on était déjà en possession d'un certain nombre d'intégrations sous forme de quadratures. La manière la plus générale d'exécuter les rectifications, c'était donc de les réduire à des quadratures.

Comme les remarques un peu surprenantes de M. Cantor ont contribué plus que toute autre chose à m'exciter à la présente étude, j'ai essayé de m'expliquer la raison du malentendu que je présume de sa part. Il semble que M. Cantor ait

---

[1]) *Sein erster Nachweis von der Möglichkeit einer Rectification ist im Character Wrens* (c'est-à-dire une démonstration de la formule $ds^2 = dx^2 + dy^2$), *seine Ausführung der Rectification verlässt die eingeschlagene Bahn wieder mit der gleichen Folgewidrigkeit, wie Wallis sie übte.*

poursuivi un autre but que les auteurs qu'il critique. Comme il cherchait avant tout les contributions directes au système de mathématiques que nous possédons aujourd'hui, la résolution du problème de la rectification a consisté surtout pour lui dans la découverte des formules $ds^2 = dx^2 + dy^2$ et $ds^2 = dr^2 + r^2 d\vartheta^2$, grâce auxquelles nous regardons le problème comme résolu, parce que nous sommes déjà en possession du calcul intégral, qui nous permet de profiter de ces formules. Pour les auteurs qui nous occupent il ne suffisait pas d'inventer ces formules — ce qui ne semble pas d'ailleurs leur avoir causé de très grandes difficultés. — Les formules n'avaient pour eux aucune valeur tant qu'ils n'étaient pas en état d'en montrer l'utilité par des applications. Il ne pouvait s'agir pour eux d'écrire un chapitre de l'analyse moderne; il s'agissait de trouver les longueurs de courbes déterminées ou, du moins, de les comparer entre elles.

Voilà ce que confirme l'étude de la géométrie du milieu du XVIIe siècle. Il est vrai que la première contribution directe à la théorie de la rectification des courbes que nous y rencontrons, celle qui se trouve dans l'*Arithmetica infinitorum* de Wallis [1]) (1655), a un caractère assez général. En effet, pour mesurer les arcs de paraboles et de spirales, Wallis inscrit dans ces arcs des polygones dont il détermine les côtés par les formules $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ et $\sqrt{\Delta r^2 + r^2 \Delta \vartheta^2}$; mais il ne s'agit ici que d'évaluations approchées, et Wallis n'en déduit aucun résultat positif. Pour cette raison ce passage n'a pas été bien apte à attirer l'attention de ses contemporains, et Wallis lui-même est le seul qui le rappelle dans une lettre à Huygens après la découverte de véritables rectifications par d'autres géomètres [2]).

Nous attirons ici en particulier l'attention sur une suite

---

[1]) Wallis *Opera* I, p. 380—381.

[2]) Ibid. p. 550.

de découvertes relatives à la détermination des arcs de courbes qui ont été faites de l'autre côté de la Manche, et dont l'origine du moins est absolument indépendante de toute connaissance des recherches de Wallis. En premier lieu vient la découverte, faite par Roberval entre 1643 et 1658 [1], de l'égalité déjà mentionnée des arcs d'une parabole ordinaire et d'une spirale d'Archimède. Selon Pascal il l'a prouvée *par les mouvements*. Connaissant la méthode des tangentes particulière à Roberval, on n'hésitera pas à supposer que son procédé a consisté en des décompositions de vitesses analogues à celles de l'élément ds en dx et dy ou en dr et $rd\vartheta$. On en doutera d'autant moins que ces décompositions conduisent immédiatement à l'égalité des éléments $\sqrt{dx^2+dy^2}$ de la parabole et $\sqrt{dr^2+r^2d\vartheta^2}$ de la spirale, ce que nous avons déjà fait remarquer. Néanmoins Pascal n'a pas tort de ne point regarder comme *absolument convaincante* une telle démonstration, quoiqu'il ait du reste dans le talent de son ami une confiance très bien fondée dans ce cas. Pascal ne demandait pas, comme on le fait aujourd'hui, une définition de la notion de longueur appliquée aux courbes; mais il a présenté cette question sous la forme que lui avait donnée Archimède en exprimant par des postulats [2] ce que c'était qu'une telle longueur. Grâce aux postulats d'Archimède, il renferme les longueurs en question entre deux limites qu'on peut rapprocher indéfiniment l'une de l'autre, et il a donné ainsi du théorème de Roberval une démonstration aussi rigoureuse que celles des anciens.

L'étude que Fermat avait déjà faite des paraboles et des spirales d'ordre supérieur dont nous avons parlé plus haut lui permettait d'étendre le théorème de Roberval à ces courbes

---

[1] Voir la lettre de M. Dettonville (Pascal) à M. A. D. D. S. du 10 décembre 1658. *Œuvres* de Pascal (éd. de 1779) V, p. 426 et s.

[2] *Archimedis Opera* (éd. Heiberg) t. I, p. 8. L'usage et la portée de ces postulats sont expliqués aux p. 154—155 de mes Leçons sur *Mathematikens Historie*.

plus compliquées. Son théorème général, qu'il a communiqué à Lalouvère, et que ce savant jésuite a publié au nom de Fermat en 1660[1]), peut être exprimé de la manière suivante dans le langage mathématique actuel: La longueur de la première spire (depuis $\vartheta = 0$ jusqu'à $\vartheta = 2\pi$) de la spirale

$$\left(\frac{r}{a}\right)^m = \left(\frac{\vartheta}{2\pi}\right)^n$$

est égale à la longueur de l'arc de la parabole

$$\left(\frac{y}{a}\right)^{m+n} = \left(\frac{x}{\frac{m}{m+n}2\pi a}\right)^n$$

depuis $y = 0$ jusqu'à $y = a$. Fermat ne démontre pas ce théorème, mais du renvoi qu'il fait à la démonstration du théorème particulier due à Pascal, il résulte que sa propre démonstration ne devait guère différer de la vérification que nous obtiendrions en posant

$$y = r, \quad \left(\frac{(m+n)x}{m.2\pi a}\right)^m = \left(\frac{\vartheta}{2\pi}\right)^{m+n},$$

ce qui conduit, grâce à l'équation de la spirale donnée, à

$$dy = dr, \quad dx = r\,d\vartheta.$$

La communication faite à Lalouvère par Fermat contient d'autres résultats remarquables sur la longueur des arcs de paraboles. Ces résultats qui devancent le théorème cité font même supposer qu'avant la démonstration de Pascal Fermat avait aussi commencé de s'occuper du problème de la rectification[2]). Il ne se borne pas à la comparaison des arcs de différentes courbes, mais il compare les arcs à des aires limitées par des courbes, ou bien il réduit la rectification à la

---

[1]) Fermat: *Œuvres* I, p. 207.

[2]) La partie de ces recherches qui a trait à la cycloïde doit dater d'une époque postérieure à 1658 parce que c'est seulement cette année-là qu'on apprit à connaître la rectification de cette courbe due à Wren; mais la circonstance que Fermat a su démontrer *sur-le-champ* (Pascal: *Histoire de la Roulette*) le résultat trouvé par Wren porte à croire qu'il était déjà familier avec les principes de la rectification des courbes.

quadrature. Il indique en particulier l'égalité des arcs de paraboles ordinaires avec des aires limitées par des hyperboles ordinaires, réduction qui devait dans les mathématiques d'alors tenir lieu d'une réduction à des fonctions logarithmiques.

Fermat ne se borne pas à constater que le rapport d'un arc s de la parabole $y^2 = px$ à l'ordonnée y est égal à celui de l'aire limitée par l'hyperbole $x^2 = y^2 + \frac{p^2}{4}$, les deux axes et la parallèle à l'axe des x menée par l'extrémité de l'ordonné y, au rectangle $\frac{p}{2}y$, ou bien que

$$s = \frac{2}{p}\int_0^y \sqrt{y^2 + \frac{p^2}{4}}\, dy\,;$$ [1])

il prouve encore sa familiarité avec la méthode par plusieurs autres applications. Il cherche par exemple les arcs d'une série de courbes commençant par la parabole ordinaire, et où les points correspondants ont la même abscisse x, tandis que dans chacune de ces courbes l'ordonnée (y_r) est égale à l'arc (s_{r-1}) de la courbe précédente. Fermat dit que le rapport de l'arc s_r d'une de ces courbes à l'arc de la première parabole qui correspond à l'abscisse rx est égal à celui des ordonnées qui correspondent dans la première parabole aux abscisses x et rx. Le mémoire contient encore une autre extension de la même nature.

Fermat étend même sa méthode à la recherche de l'aire $\left(2\pi\int_0^s x\,ds\right)$ de la surface engendrée par la révolution de l'arc s de la parabole $y^2 = px$ autour de l'axe des y. Il trouve cette aire égale à celle d'un cercle ayant pour rayon la diagonale

---

[1]) *Œuvres* I, p. 199 et s. Dans son *Horologium oscillatorium* 1673, Huygens revient sur la même comparaison.

d'un carré d'aire $\int_0^x \sqrt{x^2 + \frac{p}{4}x}\,dx$, c'est-à-dire que l'aire cherchée est égale à $2\pi\int_0^x \sqrt{x^2 + \frac{p}{4}x}\,dx$.

Dans un autre théorème Fermat déduit de la rectification de la cycloïde trouvée par Wren la détermination d'autres courbes transcendantes rectifiables, et même de surfaces de révolution carrables. Nous n'insisterons pas sur ce point, en ayant dit assez pour montrer qu'à l'époque où il trouva la première rectification algébrique d'une courbe algébrique Fermat était déjà en pleine possession des principes qui servent aujourd'hui à faire dépendre la rectification d'une intégration. C'est la découverte de cette rectification algébrique — dans laquelle il avait été précédé, à son insu, par Neil et van Heuraet — qui donna, à ses yeux et à ceux de ses contemporains, aux principes dont nous venons de parler leur véritable raison d'être ou du moins le caractère d'utilité le plus incontestable.

C'est la parabole semicubique $ay^2 = x^3$ que ces trois savants ont rectifiée. Fermat avait déjà autrefois [1]) pris la même courbe pour exemple de ses quadratures, et nous venons de le voir en possession des moyens d'en réduire la rectification à la quadrature d'une parabole ordinaire $\left(s = \int \sqrt{1 + \frac{9}{4}\frac{x}{a}}\,dx\right)$; mais jusqu'alors il n'avait pas prévu un résultat si simple de l'essai d'exécuter effectivement cette rectification.

On voit le prix que Fermat attache à cette découverte par le fait que, dérogeant à ses habitudes, il se met immédiatement à la publier avec des démonstrations complètes [2]). Et s'il

---

[1]) *Œuvres* I, p. 197.

[2]) *De linearum curvarum cum lineis rectis comparatione dissertatio geometrica.* *Œuvres* p. 211; *Varia Opera* p. 89.

y attache un tel prix, c'est à raison d'un préjugé qui avait commencé de prendre naissance, à savoir que la longueur d'une courbe algébrique ne pouvait jamais dépendre algébriquement des coordonnées de ses limites. Ce préjugé, qui est lui-même une preuve des efforts antérieurs faits pour rectifier les courbes, ne s'est pas borné originairement aux courbes algébriques; et cependant la rectification de la cycloïde par Wren avait montré à la prétendue règle une exception, qu'on expliquait en faisant remarquer que cette courbe (ou ses coordonnées) dépendait elle-même d'arcs de cercle. On apprend à connaître par la préface de Fermat ce préjugé partagé par Descartes[1]), Sluze et Pascal[2]).

Les démonstrations complètes que contient le mémoire de Fermat nous expliquent très bien la paresse dont Fermat s'accuse lui-même quant à l'exécution des démonstrations. Une véritable démonstration était pour lui, comme pour Pascal dans le mémoire déjà cité, une réduction aux principes d'Archimède, exécutée avec toute la rigueur qu'on exigeait dans l'antiquité, rigueur infiniment plus grande que celle dont on se contenta plus tard lorsqu'on y substitua la routine contractée par l'usage du calcul différentiel[3]). Pour exposer ses démonstrations, Fermat avait à sa disposition d'abord les figures géométriques comme les anciens, et ensuite le langage algébrique de son temps. Trop conservateur pour en employer les innovations contemporaines, il se contentait des notions de Viète.

Fermat était un esprit assez puissant pour saisir, retenir et combiner au moyen de ces modestes instruments tous les rapports mutuels des quantités que, dans ce qui précède, nous avons essayé de rendre clairs aux lecteurs au moyen de nota-

---

[1]) *Géométrie*, édition de 1886 p. 33.

[2]) Pascal: *Œuvres*, édition de 1779, c. V, p. 413.

[3]) Nous pouvons renvoyer à cet égard à l'*Esquisse de l'histoire du calcul infinitésimal* de M. Mansion, faisant suite à son Résumé du Cours d'Analyse infinitésimale.

tions empruntées à l'algèbre moderne et au calcul différentiel et intégral; mais une véritable démonstration, qui s'adressait à des esprits moins vigoureux, et où même une lacune facile à remplir était considérée comme une faute, devait comporter une multitude de détails dont on peut se passer à présent grâce aux principes une fois établis du calcul infinitésimal, mais qui rendraient très longue une démonstration faite dans le langage mathématique du XVIIe siècle. C'est ce que prouvent les démonstrations contenues dans son mémoire *De linearum curvarum*, etc. A en juger par celles-là, on comprend combien seraient longues les démonstrations des nombreux autres résultats de calcul infinitésimal dont nous avons rendu compte. En voyant l'exactitude des démonstrations du mémoire cité, on sent Fermat très capable de démontrer aussi rigoureusement les autres résultats, si, bien entendu, il en avait le loisir et la patience. Il est donc assez heureux que Fermat ignorât en 1660 que Neil et van Heuraet avaient déjà rectifié la même courbe, sans quoi il ne se serait pas donné la peine de faire une rédaction si complète, et qui jette aussi quelque jour sur ses autres recherches.

Connaissant le prix que Fermat attachait à la découverte d'une courbe algébrique rectifiable algébriquement, on ne s'étonne pas qu'il se soit empressé d'essayer d'en découvrir d'autres. Le désir d'en multiplier le nombre l'a même empêché de voir qu'une classe de courbes qu'il déduit des paraboles semi-cubiques $ay^2 = x^3$ ne diffère pas de ces paraboles: ce sont celles qu'il formait en prenant les arcs déjà trouvés pour ordonnées correspondant aux mêmes abscisses. Wallis ne laissa pas de faire cette observation. Au contraire la substitution des arcs aux abscisses correspondant aux mêmes ordonnées fournit un moyen, recommandé aussi par Fermat, de trouver réellement de nouvelles courbes rectifiables.

Peu d'années après, Huygens inventa un moyen de former une infinité de classes de courbes algébriques et rectifiables

algébriquement, savoir les développées des courbes algébriques. Celles dont Fermat connaissait ou recommandait la rectification sont les développées de paraboles et d'hyperboles ordinaires. Toutefois la méthode d'Huygens n'appartient pas à la période préparatoire au calcul intégral qui nous occupe ici.

Ayant vu par l'exemple des rectifications jusqu'à quel point les quadratures étaient pour Fermat, et pour une partie de ses contemporains, de véritables intégrations, qu'on savait appliquer aussi à d'autres questions géométriques, nous ne nous arrêterons ni aux quadratures de surfaces courbes de Fermat — auxquelles nous avons déjà fait allusion — ni à celles d'Huygens, ni aux nombreuses cubatures effectuées à la même époque. En ce qui concerne celles-ci, il faut convenir qu'elles ont été faites en partie par des études stéréométriques directes sans aucune réduction à des quadratures. Néanmoins on savait faire usage, là où il en était besoin, de la connexion des deux ordres de questions qui s'était déjà révélée par l'uniformité des méthodes qu'y appliquait Archimède. Nous occupant ici particulièrement de Fermat, nous nous bornerons à faire observer que, dans les mêmes lettres où il parle des quadratures de paraboles et de spirales de différents ordres, il revient à plusieurs reprises [1]) à la cubature d'un certain *conoïde*, celui qu'on obtient en faisant tourner un segment de parabole ordinaire limitée par une corde perpendiculaire à l'axe autour de cette corde. Il détermine le volume du segment de ce *conoïde* qui est limité par un plan perpendiculaire à son axe de rotation. Fermat donne une expression exacte du volume de ce segment; mais il n'explique pas comment il a trouvé ce résultat, qui dépend, sous une forme ou sous une autre, des intégrations $\int x^n dx$, intégrations qu'il représentait en même temps par les quadratures des paraboles.

[1]) *Varia Opera* pp. 132, 137 et 147, et pour le centre de gravité p. 146.

On croirait que Fermat a dû obtenir ses déterminations des centres de gravité des segments de paraboles et de paraboloïdes par les mêmes intégrations. On s'étonne donc de voir qu'il les fait dépendre de la différentiation, opération dont les premiers principes lui sont dus. Remarquons, avant d'en parler, qu'à cet égard Fermat se distinguait de ses contemporains. Il signale, en effet, expressément dans sa lettre à Roberval [1]) du 16 décembre 1636 ce caractère singulier de sa méthode, en disant qu'elle *ne suppose point la connoissance de la quadrature, ce qui vous semblera merveilleux jusques à ce que vous l'aurez veu.* Il en résulte qu'on savait à cette époque faire dépendre la détermination des centres de gravité des quadratures, qui étaient alors la forme d'intégration la plus connue. Avec plus ou moins de régularité et de conscience on aura fait cette réduction par des considérations semblables à celles qu'un peu plus tard Pascal a énoncées expressément, c'est-à-dire par une sommation de moments statiques.

Mais comment Fermat a-t-il pu résoudre par la différentiation une question dont la solution dépend en réalité de l'intégration? Cela n'étonnera pas moins un géomètre moderne que Roberval. Consultons donc à cet égard sa *Methodus ad disquirendam maximam et minimam* [2]) où il énonce la règle de différentiation et applique ce procédé: 1° à la recherche indiquée par le titre du mémoire; 2° à la détermination des tangentes, et 3° à celle des centres de gravité. La règle qui sert à la première de ces applications, et qu'il commence par énoncer, peut être exprimée dans le langage des mathématiques modernes de la manière suivante: Les valeurs de x qui rendent la fonction $f(x)$ *maxima* ou *minima* sont déterminées par l'équation

$$\lim \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = 0.$$

---

[1]) *Varia Opera* p. 149.
[2]) Ibid. p. 63; *Œuvres* I, p. 133.

Seulement, la fonction $f(x)$ étant rationnelle, la détermination de la valeur limite se fait simplement en divisant le numérateur par h et en remplaçant ensuite h par 0.

Sa détermination des tangentes se fait par celle du segment de l'axe des abscisses auquel on a donné plus tard le nom de sous-tangente. On pourrait dire qu'il en exprime la valeur par

$$y \lim \frac{h}{f(x+h)-f(x)},$$

$y = f(x)$ étant l'équation de la courbe; mais comme y n'est donné, en général, qu'implicitement par une équation entre x et y, Fermat, pour déterminer la sous-tangente, a recours à peu près aux mêmes calculs qui servent aujourd'hui à la détermination du quotient différentiel de la fonction donnée implicitement par l'équation. Sans introduire la notation de quotient différentiel, Fermat sait donc le former et l'appliquer aux deux sortes de questions indiquées ici.

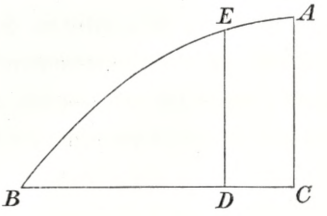
Fermat montre comment le même procédé peut servir à la détermination du centre de gravité, en l'appliquant à trouver celui d'un segment de paraboloïde de révolution. En considérant cet exemple, on voit qu'il fait l'hypothèse que ce centre de gravité doit diviser la hauteur du segment dans un rapport indépendant de cette hauteur. Dès lors il n'est plus étonnant qu'une différentiation suffise pour résoudre cette question, qui, d'après sa nature, dépend d'une intégration. La différentiation sert à la fois à vérifier l'hypothèse et à déterminer la valeur du rapport. Désignant par x la hauteur du segment de paraboloïde et par mx la distance du sommet du paraboloïde au centre de gravité, il faut déterminer le rapport m. Si l'on décompose, au moyen d'un plan parallèle à la base, le segment considéré en un nouveau segment et en une tranche de paraboloïde, le centre de gravité de celle-ci se trouvera à son intérieur, et celui du nouveau segment, d'après l'hypothèse, à la distance mh de celui du segment donné, h étant la hauteur de la tranche.

Il résulte donc de propositions connues de statique que le rapport de mh à $x - mx - h'$ (où $h' < h$) est égal à celui du volume de la tranche au volume du petit segment de paraboloïde, ou bien, puisque les volumes des segments de paraboloïde sont proportionnels aux carrés des hauteurs, que

$$\frac{mh}{x - mx - h'} = \frac{x^2 - (x-h)^2}{(x-h)^2}.$$

En divisant par h et en faisant $h = h' = 0$, on trouve que $m = \frac{2}{3}$.

On voit immédiatement que la même méthode est applicable aux segments de paraboles et de paraboloïdes de tous les ordres. La même hypothèse sur la division de la hauteur par le centre de gravité reste, en effet, légitime dans tous ces cas. Mais Fermat dit qu'il a obtenu aussi la détermination du centre de gravité du volume du corps qu'il appelle *son nouveau conoïde*, corps résultant de la rotation d'un demi-segment de parabole ordinaire ABC autour de l'ordonnée (demi-corde) BC qui le limite (AB est un arc de parabole, A son sommet, AC un segment de l'axe, et BC est perpendiculaire à AC).



Sur cette détermination Fermat se contente de dire qu'elle se fait par une méthode semblable [1]). Il n'est pas permis en tout cas d'y appliquer la même hypothèse qu'aux autres paraboloïdes et aux paraboles; mais il est probable qu'il a trouvé son résultat, qui est juste, en réduisant la détermination du centre de gravité cherché à celle des centres de gravité d'autres paraboloïdes. En effet, nous avons déjà dit que Fermat connaissait le volume, non seulement du conoïde total résultant de la rotation de ABC, mais aussi du segment de ce conoïde qui résulte de la rotation de EBD, la droite ED étant parallèle à

[1]) *Œuvres* I, p. 139.

l'axe AC de la parabole. Désignons par x la hauteur (BD) de ce segment, par p le paramètre de la parabole et par a la demi-corde BC. Alors l'expression du segment BDE du conoïde trouvée par Fermat peut s'écrire

$$\frac{\pi}{p^2}\left(\frac{4}{3}a^2x^3 - ax^4 + \frac{x^5}{5}\right).$$

Elle se compose de trois termes respectivement proportionnels à x^3, x^4 et x^5. Les centres de gravité des conoïdes dont les volumes s'expriment par ces trois termes seront, d'après la méthode appliquée par Fermat aux paraboloïdes ordinaires, aux distances $\frac{3}{4}x$, $\frac{4}{5}x$ et $\frac{5}{6}x$ du sommet. Le centre de gravité du volume résultant sera donc à la distance

$$\frac{a^2x^4 - \frac{4}{5}ax^5 + \frac{x^6}{6}}{\frac{4}{3}a^2x^3 - ax^4 + \frac{x^5}{5}}$$

du sommet B, distance qui pour $x = a$ est égale à $\frac{11}{16}a$.

Il serait très difficile de prévoir comment Fermat aurait exposé un tel raisonnement, s'il s'était donné la peine de le faire; mais on ne saurait guère s'en imaginer un autre grâce auquel il aurait pu appliquer sa méthode à la question qui nous occupe, et le fait est qu'il est arrivé à un résultat exact.

Études sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

Expériences faites au Laboratoire de physiologie de l'Université

par

Frits Tobiesen.

Docteur en médecine.

(Présenté dans la séance du 25 janvier 1895.)

§ 1. Introduction.
§ 2. Méthode suivie dans les expériences.
§ 3. Effet de la saignée sur la teneur spécifique du sang en oxygène.
§ 4. Teneur spécifique du sang en oxygène à l'état normal.
§ 5. Effet sur la teneur spécifique du sang en oxygène de l'inhalation d'un air riche en oxygène.
§ 6. Effet de divers procédés sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

§ 1. Introduction.

L'idée de teneur spécifique du sang en oxygène est due à M Bohr. Deux mémoires[1]) de ce savant publient les résultats qui l'ont conduit à conclure que la quantité d'oxygène, qu'absorbe l'hémoglobine par gramme de fer, n'est pas toujours la même, et pour évaluer le pouvoir qu'a le sang (ou l'hémoglobine) d'absorber l'oxygène, il établit la *teneur spécifique du sang* (ou de l'hémoglobine) *en oxygène*, expression par laquelle il entend la quantité d'oxygène qu'absorbe le sang (ou l'hémoglobine) par gramme de fer à 15° et à la pression de l'atmosphère.

[1]) Chr. Bohr: Sur les combinaisons de l'hémoglobine avec l'oxygène. Id.: Sur la teneur spécifique du sang en oxygène (Extrait du Bulletin de l'Académie Royale danoise des Sciences et des Lettres, Copenhague 1890.)

Comme l'a montré M. Bohr, la teneur spécifique du sang en oxygène varie dans le sang artériel des différents individus; elle n'est pas la même dans le sang artériel d'un même sujet et dans son sang veineux; car elle se trouve toujours plus petite dans le sang veineux que dans le sang artériel, et chez un même individu elle peut être modifiée diversement, diminuée ou augmentée, par des procédés différents.

Voici l'importance physiologique de la teneur spécifique du sang en oxygène. Elle sert de moyen à l'organisme pour régler dans les tissus la tension de l'oxygène, de sorte qu'en tout temps les cellules des tissus se trouvent dans les conditions les plus favorables. Pendant le passage du sang dans les vaisseaux capillaires, les cellules de ceux-ci consomment l'oxygène du plasma, ce qui y fait baisser la tension de l'oxygène; l'oxygène de l'hémoglobine — enfermé dans les globules sanguins en suspension dans le plasma et dont la grande surface les rend parfaitement aptes à dégager l'oxygène qui s'y trouve — va alors s'échapper dans le plasma en quantité telle que la tension de l'oxygène sera la même dans le plasma et dans les globules sanguins; mais il est naturel que, prise absolument, elle devienne plus petite qu'elle n'était à l'entrée du sang dans les capillaires: cette tension de l'oxygène baissera ultérieurement à mesure que l'oxygène du plasma sera consommé par les tissus cellulaires; il y aura encore une égalisation de la tension de l'oxygène dans les globules sanguins et le plasma, en ce que l'hémoglobine dégage son oxygène; mais la tension dans le plasma et, avec elle, la quantité d'oxygène qu'ont à consommer les cellules, diminueront beaucoup et, quand le sang sera près de quitter les vaisseaux capillaires, les cellules auront plus de peine à se procurer l'oxygène nécessaire. Cette baisse de la tension de l'oxygène peut trouver une compensation dans une diminution de la teneur spécifique du sang en oxygène; car il y a un rapport inverse entre la tension de l'oxygène du sang et la teneur spécifique du sang en

oxygène: plus cette teneur est considérable, moins est forte — toutes choses égales d'ailleurs — la tension de l'oxygène; moins la teneur est notable, plus l'oxygène augmente de tension. Par conséquent, toute diminution de la teneur spécifique du sang en oxygène causera une augmentation de tension dans l'oxygène du sang et, pour une certaine diminution de la teneur spécifique en oxygène, l'augmentation de la tension de l'oxygène aura une valeur telle que toute diminution de tension d'oxygène par la consommation des cellules peut être évitée.

Inversement, toute augmentation de la teneur spécifique du sang en oxygène entraînera une baisse dans la tension de l'oxygène des tissus, ce qui mettra les cellules dans des conditions moins favorables aux échanges respiratoires.

Le changement subi par la teneur spécifique du sang en oxygène peut être regardé comme l'effet d'une activité des cellules des tissus, celles-ci sécrétant, guidées par le besoin du moment, une substance dans le sang qui parcourt les capillaires. Par cette substance ainsi sécrétée par les cellules, la transformation de l'hémoglobine peut s'effectuer.

De ce qui précède, il ressort que plus la consommation d'oxygène par gramme d'hémoglobine est grande dans les tissus, plus la tension de l'oxygène dans le plasma du sang baissera, et moins les conditions respiratoires seront favorables pour les cellules.

La consommation de l'oxygène étant supposée la même, l'organisme peut, par deux moyens, éviter une diminution considérable de la tension de l'oxygène dans le plasma: 1° en augmentant la quantité d'hémoglobine passant par les tissus; 2° en causant une diminution de la teneur spécifique du sang en oxygène.

Dans les expériences faites par M. Bohr sur la teneur spécifique du sang en oxygène, cette teneur a été étudiée tant sur des sujets à l'état normal que sur des individus soumis à divers procédés tels que saignées, inhalation d'un air pauvre en

oxygène, intoxications. Une partie des expériences entreprises par moi a porté sur ces mêmes procédés. J'y ajoute des expériences sur l'effet de quelques nouveaux procédés sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

§ 2. Méthode suivie dans les expériences.

Les expériences qu'on citera plus tard, ont toutes été pratiquées sur l'organisme vivant. La grande majorité des animaux servant de sujets, étaient des chiens; une ou deux expériences ont été faites sur des veaux récemment nés.

On s'est procuré le sang artériel par une simple saignée artérielle. Le sang veineux ne pouvant être obtenu ainsi, on a eu recours à des procédés spéciaux.

Les échantillons de sang veineux ont tous été aspirés à l'aide de seringues à travers des sondes élastiques, qu'on introduisait dans les veines en question. Quant au ventricule droit, on y introduisit une longue sonde métallique par la veine jugulaire droite externe. Les échantillons de la veine cave furent aspirés par des sondes élastiques introduites par la veine cave inférieure, ce qui laissait au sang la liberté de passer par la veine le long de la sonde insérée. Dans plusieurs des expériences, on a simultanément pris des échantillons sur deux points de la veine cave, l'un des échantillons provenant du sommet de la veine cave après que la veine hépatique y avait mêlé son sang; l'autre échantillon venait du bas de la veine cave immédiatement au-dessus de la bifurcation, auquel cas on introduisait une sonde par chaque veine fémorale.

Pour être sûr que la sonde introduite dans le ventricule droit se trouvait réellement en place, on la relia, quand on présuma qu'elle était au point, à un manomètre à mercure, dont le mercure obéissait alors rhytmiquement à la systole du ventricule.

Ces mouvements ne pouvaient pas se confondre avec ceux produits dans le manomètre aussitôt après l'introduction de la sonde dans la veine jugulaire et dus à la réspiration.

Pour prévenir que, durant le temps qui devait nécessairement s'écouler entre l'introduction des sondes et la prise d'échantillons de sang, ce liquide se coagulât dans les sondes, celles-ci ne furent insérées que remplies d'une infusion de sangsues, dont on les humecta extérieurement. On fit alors l'aspiration pour prendre l'échantillon de sang, mais ce fut seulement après avoir laissé perdre à plusieurs reprises le sang aspiré, qu'on prit les échantillons proprement dits. En suivant cette méthode, on n'a pas eu de difficulté à prendre les échantillons, en sorte que, pour ainsi dire dans tous les cas, la simultanéité des échantillons a été parfaite.

Les échantillons de sang furent recueillis directement dans des flacons de verre stérilisés, où ils se défibrinèrent; on les filtra à travers un linge, et ceux qui ne devaient pas servir immédiatement, passèrent à l'instant sur la glace.

Pour déterminer la teneur spécifique en oxygène du sang, on fit alors une analyse quantitative du fer et une détermination absorptiométrique de la capacité respiratoire.

Le dosage du fer se fait avec 30—40 ^{cc} de sang. On incinère ce sang; on dissout le fer dans l'acide chlorhydrique et titre à l'hypermanganate de potasse la solution ainsi obtenue.

La détermination de la capacité respiratoire comprend trois opérations: l'aérage du sang en l'agitant dans l'air, l'évacuation des gaz du sang et l'analyse de ces gaz.

Pour se prêter à la comparaison, les échantillons doivent être tous secoués aux mêmes pression et température, ce qu'on a obtenu comme suit: L'agitation est faite par un moteur qui secoue les échantillons pendant qu'un courant d'air atmosphérique passe à travers les liquides. La quantité d'eau évaporée par le sang durant ce passage de l'air, a été trouvée des plus insignifiantes par des dosages avant et après l'agitation, et,

en tout cas, pour éviter l'erreur qui pourrait en résulter, on a fait passer, par un flacon laveur à l'eau distillée, l'air qui se rendait au sang.

La durée de l'agitation a été la même pour tous les échantillons de sang, savoir 20 minutes, temps plus que suffisant pour que le sang se sature d'oxygène. Comme le pouvoir qu'a l'hémoglobine, et par là même le sang, d'absorber l'oxygène, dépend de la température, celle-ci a été maintenue constamment à 15° durant l'agitation, car le matras dans lequel est secoué le sang, se meut pendant cette opération dans un bain-marie où l'eau est tenue à 15°. Alors on est sûr que dans les 20 minutes pendant lesquelles le sang a été secoué, il a pris la température de l'eau.

L'evacuation des gaz du sang se fait à l'aide d'une pompe à mercure, système Hagen. La description de cette pompe se trouve dans un mémoire antérieurement publié par le Laboratoire [1]).

L'analyse de l'air se fait dans l'appareil analyseur de M. Petterson, modifié par M. Bohr et dont l'avantage est de joindre une grande précision à la simplicité et à la commodité des manœuvres, en sorte qu'avec un peu d'exercice on peut en moins d'une demi-heure effectuer une analyse de gaz tout à fait exacte. Mais le principal avantage de cet appareil est de permettre un nombre tout à fait illimité d'analyses consécutives, sans avoir à relever chaque fois pression et température, ce relevé n'ayant lieu qu'à la première analyse; car l'appareil est construit de telle manière que les déterminations s'effectuent toutes à ces mêmes pression et température. Comme l'appareil n'est nulle part décrit sous la forme employée dans le Laboratoire, il sera décrit dans ce qui suit, et la marche de l'analyse

[1]) Chr. Bohr et S. Torup: Sur la teneur en oxygène des cristaux d'oxyhémoglobine, pag. 7. Extrait du *Bulletin*, etc., Copenhague 1890.

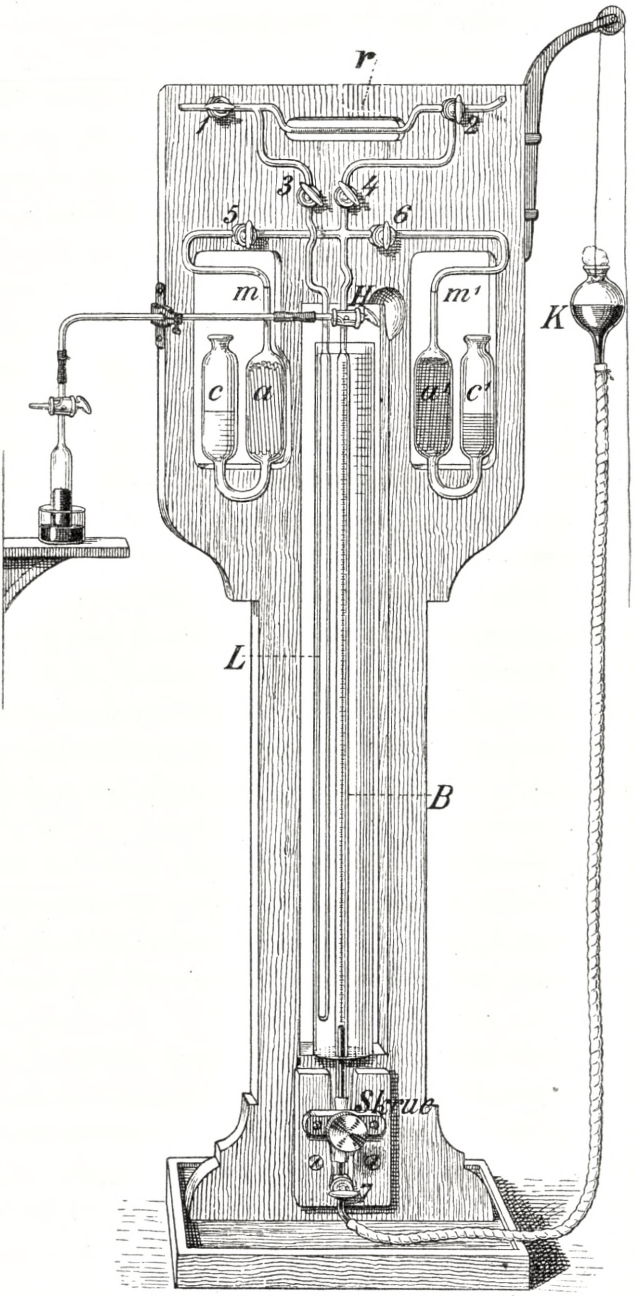
sera indiquée, ainsi que les manipulations nécessaires pour l'appliquer convenablement.

L'appareil sort des ateliers de la maison Franz Müller, successeur du Dr Geissler, à Bonn. Ci-joint (p. 88), un dessin représentant l'appareil, ainsi que les récipients où se recueille l'air évacué. Les lettres de renvoi du texte correspondent à celles du dessin.

L'air est mesuré dans une burette *B* faite avec beaucoup de soin et d'une capacité de 35cc. Le bas de la burette se relie par un boyau de caoutchouc très épais et à joints étanches avec un tube de verre portant un robinet *7*. A ce tube est fixé un long boyau de caoutchouc portant un réservoir de mercure *K*; ce dernier se soulevant, la burette s'emplit de mercure ; quand le réservoir redescend, la baisse du mercure cause une aspiration dans la burette. Le haut de la burette porte un robinet *H* à deux eaux. L'une des voies sert à relier la burette à une croix de verre soudée avec elle et dont on parlera plus tard. L'autre voie traverse l'axe longitudinal de la noix du robinet et, à l'aide d'un tube de verre recourbé (voir les détails du dessin), elle met la burette en communication avec l'air extérieur; c'est là le chemin que suit l'air à analyser, quand il se rend dans la burette.

Le tube descendant de la croix de verre, mène à la burette, ainsi qu'on l'a dit; le tube qui monte, porte un robinet *4*, d'où il remonte pour atteindre un robinet *2* à canal en T, qui permet de le relier soit avec l'atmosphère, soit avec le tube horizontal gradué *r*.

La branche gauche de la croix porte un robinet *5*, et se recourbe en descendant pour atteindre le réservoir *a*, qui contient, dans le but d'augmenter la surface, une quantité de tubes de verre placés debout, et sert à recevoir le liquide destiné à absorber l'oxygène et versé par le réservoir ouvert *c*. De la même manière la branche droite porte le robinet *6*, les réser-


r
1
2
3
4
5
6
m
H
m'
K
c
a
a'
c'
L
B
Skrue

voirs a_1 et c_1, qui contiennent une solution d'hydrate de potasse à 10 % pour absorber l'acide carbonique.

Comme on l'a dit, le tube horizontal r porte à droite le robinet *2*, à gauche le robinet *1*, ainsi que le tube descendant au robinet *3*. Le tube r contient une goutte d'huile de vaseline extrêmement mobile, et le tube descendant le relie avec un réservoir d'air L, d'ailleurs fermé. Ce dernier a une capacité d'environ 20^{cc}; il est installé auprès de la burette, et tous deux sont plongés dans un cylindre en verre où il y a de l'eau distillée, et dont le fond en caoutchouc est traversé par le bas de la burette.

Comme on l'a dit, l'absorption de l'acide carbonique se fait à l'aide d'une solution d'hydrate de potasse à 10 %, qu'on peut employer longtemps, sans la changer, tandis que le liquide qui absorbe l'oxygène, doit être fraîchement préparé et versé chaque fois qu'on se sert de l'appareil. Après l'opération, le liquide est enlevé des réservoirs c et a, qui doivent rester remplis de l'eau distillée. Le liquide à absorber l'oxygène, est une solution d'hypersulfite de sodium au titre d'environ 12 %, saturée de gaz sulfureux. Immédiatement avant de s'en servir, on secoue la solution mêlée de fines tournures de zinc, en la refroidisant constamment jusqu'à ce que tout dégagement de chaleur ait cessé.

Figurons-nous maintenant la burette à moitié remplie de l'air et reliée à la croix de verre, le robinet *2* en position telle qu'il relie cette croix seulement au tube horizontal, les robinets *7*, *6*, *5*, fermés, *4* étant ouvert. Alors tout mouvement du mercure dans la burette causera un déplacement de la goutte d'huile dans le tube r. De petits déplacements de cette goutte ne peuvent pas être produits par l'élévation et l'abaissement du réservoir de mercure, ces manœuvres causant un tel changement de pression, que l'air briserait aussitôt la goutte d'huile et s'échapperait de r en deçà ou au delà.

Les petits mouvements de la goutte doivent donc être produits à l'aide d'une vis (*Skrue*, voir figure) agissant sur le boyau en caoutchouc inséré au bas de la burette.

On met alors l'appareil en état et procède comme suit à l'analyse. On ouvre les robinets *1* et *3*; le robinet *2* relie la croix de verre avec l'atmosphère seule; *4* se ferme; on verse les liquides d'absorption et les amène par aspiration à se tenir dans les burettes aux niveaux m et m_1 marqués sur les tubes; les robinets *5* et *6* se ferment. Alors on remplit d'azote l'appareil entier en aspirant dans la burette l'air atmosphérique dont l'oxygène et l'acide carbonique sont absorbés de la manière indiquée plus loin dans le cours de l'analyse. On aspire une quantité d'air suffisante pour que, quelques centimètres cubes d'azote ayant franchi le robinet *2*, le robinet *4* étant ouvert, il en reste dans l'appareil environ 10^{cc}. On expulse l'excès d'azote par le robinet *2* qu'on tourne ensuite de façon que la burette soit reliée seulement avec le tube r. Alors on fait le relevé du baromètre, et à l'aide d'un agitateur on mélange soigneusement l'eau du réservoir afin d'y avoir partout la même température; on relève cette température en fermant le robinet *1* et notant la position de la goutte d'huile dans le tube r. On mesure alors le volume d'air que contient la burette, tout en laissant toujours ouverts les robinets *3* et *4* et veillant à ce que la goutte d'huile reste immobile. On a donc établi l'équilibre entre l'air de la burette et celui du réservoir L. Or, cet air étant à la pression atmosphérique et ayant la température de l'eau, on a mesuré le volume d'air contenu dans la burette précisément à ces pression et température, et tant qu'on n'ouvrira pas les robinets *1* et *2*, tous les relevés ultérieurs auront lieu à ces mêmes pression et température.

Après ce relevé, on ferme les robinets *3* et *4*, ce qu'il ne faut pas oublier; sinon, l'opération est manquée; car la goutte d'huile éclatera quand on va refouler par la pression du mercure l'air de la burette dans le réservoir a_1. Les robinets *3*

et *4* doivent se fermer avant que le robinet *6* ne s'ouvre; car, en cas contraire, il se produira, à partir de a_1, une aspiration qui fera également éclater la goutte d'huile. Après avoir prévenu ces dangers, on fait remonter le mercure assez haut dans la burette pour qu'il remplisse toute la chambre du robinet *H*, qu'on tourne alors de manière à relier la burette avec l'atmosphère. Le robinet *6* se ferme.

L'air à analyser est alors introduit, comme suit, dans la burette. Le réservoir où il est enfermé, se relie sans fuite à l'aide d'un boyau en caoutchouc, au tube de verre recourbé, et le robinet à deux eaux du réservoir prend la position qu'indique le dessin, l'autre passage étant préalablement rempli de mercure. Alors on élève le réservoir de mercure *K*, ce qui force l'air de la burette et quelques gouttes de mercure à franchir le passage axial de la noix du robinet du réservoir, après quoi l'on amène sur le devant l'autre voie du robinet, ce qui relie avec la burette l'air du réservoir. Si maintenant on abaisse *K*, l'air passe par aspiration dans la burette; sur quoi l'on tourne *H*, ce qui relie la burette à la croix de verre et a pour suite le retrait spontané de la petite goutte de mercure restée dans le forage du robinet. La pression à l'intérieur de la burette se nivelle à celle de l'atmosphère, quand on tient la surface du mercure dans le réservoir au niveau du ménisque de la burette, le robinet *7* restant ouvert. Là-dessus on ouvre avec précaution les robinets *3* et *4* (un à la fois) et l'on remet la goutte en position à l'aide de la vis; à l'aide de l'agitateur on rend homogène l'eau, et mesure le volume d'air quand la goutte est arrivée au repos. Ensuite on ferme *3* et *4*, et l'air passe en a_1, où son acide carbonique est absorbé; on le ramène par aspiration dans la burette, et fait une détermination après avoir ouvert *3* et *4*, *6* ayant été préalablement fermé. Après cela, on ferme de nouveau *3* et *4*, et l'air passe en *a*, où son oxygène est absorbé.

A l'inverse de l'acide carbonique, l'oxygène met du temps à s'absorber; il faut agiter l'air et le mêler en a, ce qui s'effectue par un va-et-vient dans la burette, et l'on doit veiller à ce que le liquide d'absorption ne dépasse pas le niveau marqué m. Au fur et à mesure que l'oxygène est absorbé, le mercure monte dans la burette. Si alors on trouve que, l'air ayant séjourné en a, le mercure de la burette ne change pas de niveau, l'on peut regarder l'oxygène comme absorbé. L'air qui est à droite du robinet *6*, contient pourtant encore de l'oxygène qui est resté de l'absorption de l'acide carbonique. Pour absorber et entraîner cet oxygène, on fait passer l'air de a dans la burette, ferme le robinet *5* et ouvre le robinet *6*, sur quoi l'air est refoulé en a_1, où l'on s'assure qu'il se mélange complètement avec l'air contenu dans le réservoir. Pour cela on élève et abaisse à plusieurs reprises le réservoir K. Finalement on fait passer cet air en a, où l'oxygène s'absorbe. En raison de la grande quantité d'azote, qui se mêle à la petite quantité d'air contenant de l'oxygène du réservoir a_1, on peut alors considérer comme désoxygéné l'air resté à droite du robinet *6*. En a, l'air est actuellement de l'azote pur additionné de vapeurs d'acide sulfureux, qu'on absorbe en faisant passer une dernière fois l'air en a_1. Cela fait, on transporte l'air dans la burette par aspiration et détermine le volume de cet air d'après le procédé précédemment indiqué.

Pour faire ensuite de nouvelles analyses, on fait passer en a_1 l'azote de la burette, ferme le robinet *6* et introduit l'air par le robinet H, et ainsi de suite.

Le maniement de l'appareil exige qu'à chaque instant on fasse grande attention et se souvienne de fermer les robinets dans l'ordre indiqué; autrement la goutte d'huile se brise et l'analyse est perdue. On manque également son analyse en laissant passer par aspiration dans la burette les liquides d'absorption, et cet accident est encore pire que le brisement de la goutte; car alors il faut soigneusement nettoyer burette,

mercure et tubes avant de les remettre en usage. Ce passage par aspiration se produit aisément si, avant chaque manipulation, l'on ne s'assure pas que les robinets *7*, *5* et *6* sont tournés comme ils doivent l'être, ce qu'on arrive à noter au bout de quelque temps d'exercice.

On doit encore remarquer que l'intérieur de la burette est humide, en sorte qu'il faut défalquer des déterminations la tension de la vapeur d'eau à la température du moment.

§ 3. Effet de la saignée sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

Dans les expériences faites antérieurement pour révéler le rôle que joue dans l'organisme la teneur spécifique en oxygène, on en trouve qui traitent de l'effet de la saignée. Elles ne renseignent que sur l'état du sang artériel après la saignée, sans faire aucunement connaître quelles sont après une saignée les relations mutuelles des sangs veineux et artériel sous le rapport de la teneur spécifique en oxygène. Elles ont eu pour résultat que toute saignée fait baisser la teneur spécifique du sang en oxygène.

Ces expériences ont été, tout comme les miennes, arrangées de deux manières différentes. D'après l'un des procédés on saigne le sujet et détermine la teneur spécifique en oxygène dans une partie du sang; puis, on laisse l'animal se remettre pendant un ou plusieurs jours, sur quoi on lui enlève un échantillon de sang, dont on détermine la teneur spécifique en oxygène. Durant l'intervalle, l'animal refera son volume de sang par résorption des liquides des tissus, ce qui suscitera un état oligocythémique, la régénération des globules sanguins ne faisant que commencer dans un laps aussi restreint.

Suivant l'autre procédé, commençant par saigner l'animal, on injectait dans les veines une solution de chlorure de sodium

à 0,7 %, chauffée à la température du corps et en quantité égale à celle du sang enlevé à l'animal. Une demi-heure après cette dilution du sang, l'on prenait un échantillon de sang et en déterminait la teneur spécifique en oxygène.

Le facteur actif de la saignée, c'est que, par une régénérescence rapide du plasma et lente des globules sanguins, cet état oligocythémique s'établissait. Les expériences sont faites pour étudier l'effet de cet état sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

Ci-dessous sont citées les expériences faites dans ce but. D'une part «veine cave» indique l'échantillon du sang provenant de l'extrémité supérieure de la veine cave inférieure, après que le sang du foie s'y est mêlé; «v. fémorale» représente l'échantillon pris à l'extrémité inférieure de ce vaisseau immédiatement au-dessus de la bifurcation du vaisseau.

Expériences 51—52.

Chien.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 386, ventricule droit 391.

24 heures après avoir enlevé à l'animal, par prise d'échantillons, 300^{cc} de sang, l'on prend de nouveaux échantillons.

O_2 par gramme de fer est maintenant dans:

artère 390, ventricule droit 369, veine cave 379.

Expériences 57—58.

Chien, poids 32 k^{os}, quantité de sang ($^1/_{13}$ du poids total) 2500^{cc}

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 419, ventric. droit 414, v. cave 429.

48 heures après une saignée de 300^{cc} nécessitée par la prise des échantillons,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 419, ventric. droit 401, v. cave 427.

Expériences 59—60.

Chien, poids 10 k^{os}, quantité de sang 770^{cc}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 387, ventric. droit 392, v. cave 398.

Après la saignée de 300^{cc}, nécessitée par la prise des échantillons, on injecte 300^{cc} de solution de chlorure de sodium à 0,7 %.

O_2 par gramme de fer est alors dans:

artère 389, ventric. droit 376, v. cave ».

Expérience 63.

Veau, poids 40 k^{os}; quantité de sang 3000^{cc}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 377, ventric. droit 379, v. cave 375;

L'animal perd 1200^{cc} de sang; injection intraveineuse de 800^{cc} de solution de chlorure de sodium à 0,7 %. Une demi-heure après,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 361, ventric. droit 358, v. cave 374.

Expériences 62—65.

Chien, poids 12 k^{os}, quantité de sang 920^{cc}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 388, ventric. droit 376.

On saigne l'animal de 400^{cc} de sang. 10 jours après,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 347, ventric. droit 330.

Expériences 68—69.

Chien, poids 50 k^{os}, quantité de sang 3900^{cc}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 397, ventric. droit 394, v. cave 418.

On saigne l'animal de 600^{cc} de sang. 48 heures après,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 383, ventr. dr. 378, v. cave 380, v. fémorale 383.

On saigne l'animal d'un total de 1700^{cc} de sang; injection intraveineuse de 1700^{cc} de solution de chlorure de sodium. Au bout d'une demi-heure,
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 352, ventr. dr. 360, v. cave 350, v. fémorale 387.

Expériences 74—75.
Chien, poids 21 k^{os}, quantité de sang 1600^{cc}.
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 395, ventric. droit 383, v. fémorale 394.

On saigne l'animal de 800^{cc} de sang; sur quoi injection intraveineuse de 700^{cc} de solution de chlorure de sodium; puis, nouvelle saignée de 400^{cc} et encore une injection intraveineuse de 500^{cc} de solution de chlorure de sodium. 24 heures après,
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 354, ventric. droit 359, v. fémorale 378.

Expériences 54—55.
Chien, poids 12 k^{os}, quantité de sang 920^{cc}.
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 382, ventric. droit 385, v. cave 380.

On saigne l'animal d'un total de 500^{cc} de sang; 24 heures après,
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 355, ventric. droit 393, v. cave 353.

Durant la prise de ces échantillons, l'animal agonise; les artères, vides de sang, sont contractées.

Or, en considérant les résultats de ces expériences, nous trouvons d'abord qu'ils concordent avec les résultats fournis par les expériences antérieures. Tantôt la teneur spécifique en oxygène du sang artériel a varié, tantôt elle est restée la même. Mais, si d'une part les expériences antérieures, où la teneur spécifique du sang artériel en oxygène n'a pas subi d'altération,

ne présentent aucun effet de la saignée[1]), cet effet se trouve dans les expériences présentes en considérant la teneur spécifique du sang en oxygène dans le ventricule droit. Alors on constate que la saignée fait varier de deux manières la teneur spécifique du sang en oxygène, et les expériences se scindent conséquemment en deux groupes.

Ou bien la diminution de la teneur spécifique en oxygène a lieu sous la forme indiquée par les trois expériences citées les premières, la teneur spécifique du sang artériel en oxygène se maintenant la même, tandis que dans le cœur droit elle baisse au point de faire croître la différence entre les teneurs spécifiques en oxygène respectives du sang artériel et du sang veineux; ou bien la diminution se produit comme dans les quatre dernières expériences, où les teneurs spécifiques en oxygène du sang artériel et du sang veineux diminuent toutes deux en même temps.

Cette différence dans le mode d'action de la saignée peut être regardée comme dépendant des différences de vitesse du sang. Comme on l'a exposé précédemment, l'organisme a deux moyens de contre-balancer la diminution de tension d'oxygène dans le sang qui passe les capillaires, et c'est important pour l'organisme; car la diminution de tension va mettre les tissus dans des conditions défavorables. Ces deux modes sont, soit d'abaisser la teneur spécifique du sang en oxygène, soit d'augmenter la quantité de sang qui passe dans les capillaires. Il va de soi qu'une variation dans la vitesse du sang durant les diverses expériences pourra susciter une différence dans l'action exercée par la saignée sur la teneur spécifique du sang en oxygène. Toutefois nous ne savons absolument rien sur la vitesse du sang durant l'état oligocythémique qui suit la saignée, les expériences de Volkmann[2]) et de Dittmar Finkler[3]), que

[1]) Bohr: Sur la teneur spécifique du sang en oxygène, p. 31.

[2]) Volkmann: Die Hæmodynamik, p. 197.

[3]) Dittmar Finkler: Archiv für die ges. Physiologie, vol 10, 1875, p. 369.

nous offre la bibliographie, ayant toutes eu lieu aussitôt après la saignée, alors que la quantité de sang n'était point encore restituée. Il semble évident que la vitesse du sang puisse varier selon que le sang a plus ou moins recouvré son volume et que par conséquent les vaisseaux sanguins sont plus ou moins contractés.

On doit donner un rang spécial dans les expériences aux numéros 54—55. Ici, la saignée a causé une diminution de la teneur spécifique en oxygène du sang artériel et de celle de la veine cave. Toutefois cet écart du résultat tient à l'anomalie extraordinaire des conditions dans lesquelles se trouvait l'animal; ce dernier agonisant tandis qu'on prenait les échantillons de sang et se trouvant extrêmement anémique, il ne faut donc pas s'étonner que la teneur spécifique en oxygène se présente d'une manière concordant peu avec la généralité.

§ 4. Teneur spécifique du sang en oxygène à l'état normal.

Les expériences antérieurement faites par M. Bohr sur la teneur spécifique du sang en oxygène dans l'organisme vivant n'ayant subi aucun procédé opératoire autre que la saignée, ont, comme il a été dit, donné pour résultats [1]) que la teneur spécifique en oxygène varie avec chaque individu et que le sang artériel est d'une teneur spécifique plus considérable que le sang veineux tiré de la partie périphérique de la veine cave inférieure. La question des variations de la teneur spécifique dans l'organisme vivant présentait donc encore diverses lacunes, et j'ai cherché à en combler quelques-unes en effectuant des déterminations simultanées de la teneur spécifique en oxygène dans le sang artériel et dans le sang sur différents points du système veineux.

[1]) Bohr, *loc. cit.*, p. 28.

Le tableau ci-dessous contient les résultats des expériences où le sujet n'a subi aucun traitement autre que la prise des échantillons nécessaires. La v. fémorale désigne comme ci-devant le sang veineux de la partie inférieure de la veine cave inférieure immédiatement au-dessus de la bifurcation.

N° de l'expérience.	O_2 par gramme de fer est dans:			
	artère	ventricule droit	v. cave	v. fémorale
76.	372	"	"	"
61.	375	"	373	"
77.	376	"	"	"
63.	377	379	375	"
64.	379	384	"	"
54.	382	385	390	"
67.	385	380	"	"
51.	386	391	"	"
59.	387	392	398	"
62.	388	376	"	"
73.	389	383	"	404
74.	395	383	"	394
72.	396	380	384	394
71.	396	"	"	388
68.	397	394	418	"
70.	400	"	"	"
57.	419	414	429	"

Ce tableau montre clairement que la teneur spécifique en oxygène du sang artériel, ainsi qu'on l'a trouvée précédemment, est variable et diffère suivant les divers individus.

En comparant le sang artériel avec le sang veineux de la veine cave et de la veine fémorale, nous trouvons qu'en certains cas la teneur spécifique en oxygène est la même dans les deux vaisseaux, et qu'en d'autres cas elle présente une

différence. Mais ici l'on doit tenir compte du fait que la différence entre les teneurs spécifiques en oxygène du sang artériel et du sang veineux étant presque nulle dans un grand nombre descas examinés, cela ne prouve pas du tout que ces deux sortes de sang ne diffèrent point sous le rapport de la teneur spécifique en oxygène, quand les sujets sont à l'état parfaitement normal et libres de leurs mouvements. La raison de cette différence faisant défaut pourrait être soit l'état anormal du sujet durant l'expérience, puisqu'il est parfaitement immobilisé et parfois sous l'influence de la morphine, soit l'introduction d'une sonde dans le ventricule droit durant nombre de ces expériences. On peut aisément concevoir que la présence d'une telle sonde puisse déranger le jeu des valvules du cœur et produire ainsi un ralentissement de la circulation, ce qui, comme on l'a dit plus haut, pourrait effacer une différence existant préalablement entre le sang artériel et le sang veineux sous le rapport de la teneur en oxygène. L'introduction de la sonde n'ayant pas eu lieu dans les expériences antérieures, on doit s'en souvenir en jugeant les résultats.

Toutefois, dans nombre d'expériences, il y a eu une différence palpable entre la teneur spécifique du sang artériel et veineux, et voici que ces expériences nous mettent à même d'étudier sur quel point des vaisseaux de l'organisme se fait ce changement de la teneur spécifique en oxygène. Or, on constate divers modes par lesquels se fait ce changement.

Dans les expériences 74 et 72, on voit le changement accompli dans les poumons; la teneur spécifique en oxygène étant, pour 74, 395, pour 72, 396 après le passage des poumons, et 383 et 380 avant ce passage. D'autre part, quelques-unes des expériences prouvent que le sang du cœur droit peut avoir la même teneur spécifique en oxygène que le sang artériel, tandis que, dans la partie périphérique du système veineux, on trouve une teneur spécifique en oxygène différente. Ces expériences sont les n°s 57, 68 et 73. Dans les expériences 68 et

57, le changement dans la teneur spécifique en oxygène, s'est effectué dans le cœur droit même, où la teneur spécifique en oxygène est 394 et 414, tandis que, dans la veine cave au-dessus de l'entrée de la veine hépatique, cette teneur est 418 et 429. Le changement est dû soit à l'introduction de sang d'une teneur spécifique faible et provenant de la veine cave supérieure, soit à l'effet de la lymphe, mélangée au sang à son entrée dans le cœur droit. Pour en arriver à justifier l'assertion que la lymphe peut exercer cette influence sur la teneur spécifique en oxygène, j'ai fait quelques expériences en dehors de l'organisme.

En introduisant une canule dans le canal thoracique d'un chien, je réussis à me procurer de la lymphe. A ce liquide j'ajoutai alors des échantillons de sang et des globules sanguins lavés dans l'appareil centrifuge. Le mélange séjourna trois heures à 37° pour donner à la lymphe le temps d'agir. Toutefois on constata que l'addition de la lymphe ne causait aucune modification dans la teneur spécifique en oxygène, sans que le caractère négatif de ces expériences exclue la possibilité d'une action exercée sur la teneur spécifique en oxygène par la lymphe dans l'organisme vivant.

Comme il est désirable de comprendre dans ce même ordre d'idées toutes les manières dont se passent les changements de la teneur spécifique en oxygène, on doit mentionner que la transition d'une forte teneur spécifique en oxygène dans la veine fémorale à une teneur faible — d'une valeur presque correspondante dans le cœur droit et l'artère — peut être l'effet de l'épanchement du sang de la veine hépatique. L'expérience que je puis présenter à l'appui de cette assertion, est une des expériences à saignée, n° 69, deuxième partie; ici, la teneur spécifique en oxygène du sang à la périphérie du système veineux est 387, mais après l'épanchement du sang de la veine hépatique, cette teneur est 350 en même temps que la teneur spécifique en oxygène du sang artériel est 352 et celle du sang

du cœur droit 360, en sorte que la diminution de la teneur spécifique en oxygène est manifestement due au sang de la veine hépatique.

§ 5. Effet de l'inhalation d'un air riche en oxygène sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

L'article de M. Bohr précédemment cité, contient des expériences relatives à l'action qu'exerce sur la teneur spécifique du sang en oxygène, la diminution de la pression partielle de l'oxygène dans l'air inhalé. Dans les quatre expériences où les sujets ont inspiré un air ne contenant que 8 % d'oxygène, on a constaté aussitôt une diminution des plus prononcées de la teneur spécifique du sang en oxygène après avoir fait respirer ledit mélange d'air à l'animal pendant une demi-heure environ. Dans deux des expériences on détermina simultanément la teneur spécifique en oxygène du sang veineux. On fut alors témoin d'un phénomène remarquable: la teneur spécifique du sang veineux en oxygène se maintint sans altération.

J'ai rattaché à ces expériences d'autres expériences faites par moi pour provoquer une modification de la teneur spécifique du sang en oxygène, en faisant respirer aux animaux un air riche en oxygène.

Voici ces expériences.

Expérience 65.
Chien, poids 12 k^{os}.
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 347, ventric. droit 330.

Durant 35 minutes le chien respire un air contenant 93 % d'oxygène; sur quoi, tout en continuant l'inhalation de cet air, on prend des échantillons de sang.
Alors O_2 par gramme de fer est dans:
artère 372, ventric. droit 358.

Expérience 70.

Chien, poids 11,5 k^{os}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 400.

Durant 41 minutes le chien respire l'air suroxygéné; après quoi l'on prend un échantillon de sang artériel, sans que l'animal cesse d'inhaler l'oxygène.

Alors O_2 par gramme de fer est dans:

artère 380.

On tire alors de l'animal 300^{cc} de sang, puis on lui fait une injection intraveineuse de 500^{cc} de solution de chlorure de sodium à 0,7 %. Au bout d'une demi-heure,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 357.

L'animal respire alors de l'oxygène durant 31 minutes, et alors on lui prend un échantillon de sang artériel.

O_2 par gramme de fer est à présent dans:

artère 377.

Expérience 71.

Chien, poids 16 k^{os}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 396, v. fémorale 388.

Le chien respire alors de l'oxygène durant 32 minutes, et on lui prend de nouveaux échantillons de sang.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 385, v. fémorale 386.

On fait alors une saignée de 450^{cc} et après une injection intraveineuse de 850^{cc} de solution de chlorure de sodium. 45 minutes après, on prend un échantillon de sang artériel.

O_2 par gramme de fer est alors dans:

artère 377.

On fait respirer de l'oxygène à l'animal pendant 11 minutes, et prend un échantillon de sang artériel.

O_2 par gramme de fer est dans:
artère 351.

Dans les expériences qu'on vient de citer, l'inhalation d'un air riche en oxygène est pratiquée sur des animaux n'ayant pas subi d'autre traitement que cette inhalation et une saignée. Dans les deux expériences suivantes, on a fait respirer aux animaux de l'oxygène comprimé. Les expériences furent conduites de telle sorte qu'ayant été trachéotomisés les sujets furent placés sous une forte cloche en fer où l'air fût comprimé. La canule trachéale fut reliée à une soupape à travers laquelle l'animal inspirait l'oxygène d'un spiromètre également installé sous la cloche et constamment plein d'oxygène. Avant de laisser respirer à l'animal l'air suroxygéné, on lui prenait un échantillon de sang artériel, et cette prise se renouvelait aussitôt que la compression avait cessé.

Expérience 76.
Chien, poids 8 k^{os}.
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 372.

Pendant 30 minutes, l'animal inspire un air d'environ 93 % d'oxygène sous une pression de 2,6 atm.; on relâche la pression en 8 minutes et prend ensuite un échantillon de sang artériel.

O_2 par gramme de fer est alors dans:
artère 371.

Expérience 77.
Chien, poids 10,8 k^{os}.
O_2 par gramme de fer est dans:
artère 376.

Pendant 30 minutes, l'animal inspire un air d'environ 93 % d'oxygène à la pression de 2,3 atm. Relâche en 8 minutes, sur quoi l'on prend un échantillon de sang artériel.

O_2 par gramme de fer est dans:
artère 373.

Considérons d'abord les expériences où l'animal a inspiré un air riche en oxygène à la pression atmosphérique, et où il a subi, outre l'inhalation d'oxygène, une saignée, soit nécessitée par la prise d'échantillons de sang, soit faite ensuite. Comme on l'a dit plus haut, l'organisme se trouve, après la saignée, dans des états qui diffèrent selon que le volume du sang est ou n'est pas rétabli, et l'on doit tenir compte de cette différence en jugeant les résultats des expériences.

Un regard jeté sur les chiffres des expériences prouve que l'inhalation d'oxygène agit sur la teneur spécifique du sang en oxygène, mais d'une manière qui échappe à toute règle; la teneur spécifique en oxygène va tantôt en augmentant, tantôt en diminuant, quand l'oxygène est inspiré, et l'on ne peut trouver aucune loi pour ces variations.

L'effet constaté est réellement dû à l'inhalation, et point à la saignée: c'est évident, car la saignée fait toujours diminuer la teneur spécifique en oxygène, et sans l'injection de solution de chlorure de sodium faite ultérieurement, la saignée n'agit pas dans des temps aussi courts que ceux des cas présents.

Dans les expériences 65 et 70 nous avons des exemples de la manière différente dont l'inhalation de l'oxygène influe sur la teneur spécifique en oxygène chez les divers sujets; nous avons deux individus, ayant l'un et l'autre subi une saignée considérable et se trouvant dans les mêmes conditions par rapport à la restitution du volume sanguin. Or, chez l'un de ces sujets, l'inhalation d'oxygène produit une augmentation de la teneur spécifique du sang en oxygène, chez l'autre une diminution.

Deux expériences présentent des déterminations simultanées de la teneur spécifique des sangs veineux et artériel après l'inhalation d'oxygène. Dans l'un des cas, la teneur spécifique

en oxygène du sang du cœur droit est comparée avec celle du sang artériel; on voit alors que des deux côtés il y a augmentation, bien que celle du ventricule droit donne un léger excès. Dans l'autre cas, le sang artériel est comparé avec le sang de la partie inférieure de la veine cave inférieure; la différence de teneur spécifique en oxygène s'aplanit, mais l'effet est si petit qu'on ne peut rien conclure de cette expérience seule.

L'expérience 70 mérite d'être relevée comme accentuant les changements qu'on peut produire dans la teneur du sang en oxygène dans l'organisme vivant. Dans l'espace de deux heures, la teneur spécifique du sang artériel en oxygène oscille entre 400 et 357, commençant par diminuer, quand l'oxygène est inspiré; elle diminue ultérieurement par la saignée, mais est remontée par l'inhalation renouvelée d'air suroxygéné, contrairement à la première inhalation, qui avait provoqué une diminution.

Dans les deux dernières expériences citées, l'animal servant de sujet inspira un air contenant 93,3 % d'oxygène à 2,6 atm., et 2,3 atm. de pression, c.-à-d., de l'oxygène pur à la pression de 2,4 atm. et 2,1 atm. Durant l'expérience, la respiration des animaux devint irrégulière, tantôt paisible et profonde, tantôt précipitée et superficielle. Les deux animaux eurent quelques crampes cloniques dans l'arrière-train. Dans l'un et l'autre cas, le relâchement de la pression se fit en 8 minutes, sans que, durant cette manœuvre ou plus tard, les animaux présentassent des symptômes pathologiques notables.

Comme on le verra, l'inhalation d'oxygène comprimé n'eut point d'influence sur la teneur spécifique du sang en oxygène, et le résultat ainsi obtenu est hors de doute. Car on pourrait s'imaginer qu'un résultat positif causé par ladite inhalation d'oxygène, fut masqué par d'autres influences. Ces influences pourraient émaner, soit de la saignée qui accompagne l'expérience, soit de la relâche de compression. Or, il est certain

que la saignée est trop peu considérable pour avoir cette l'influence: c'est plutôt le relâchement de la compression qu'il faut suspecter. Mais alors il serait inconcevable que dans les deux expériences cette détente eût eu pour effet d'effacer tout à fait l'action de l'inhalation d'oxygène, comme c'est arrivé ici; il est beaucoup plus naturel d'accepter les chiffres tels quels et déclarer le procédé sans effet sur la teneur spécifique.

Nous venons de voir que l'inhalation d'oxygène influe de diverses manières sur la teneur spécifique du sang en oxygène. Partant de là, je me suis vu porter à étudier le mode d'action de cette inhalation sur la quantité d'oxygène absorbée par l'organisme. Dans cette intention j'ai fait deux expériences sur deux chiens, tant avant qu'après la section du bulbe.

Voici la méthode employée dans ces expériences. L'animal, préalablement trachéotomisé, respire par une soupape reliée à deux gazomètres servant, l'un pour l'inspiration, l'autre pour l'expiration, et indiquant chacun les volumes gazeux qui les traversent. Pour qu'on puisse extraire des échantillons de cet air, les conduits entre la soupape et les gazomètres portent chacun un tube en T sur lequel est fixé un réservoir de mercure. Or, en abaissant doucement ce dernier à l'aide d'un mouvement d'horlogerie, d'un bout à l'autre de l'expérience de respiration, l'on peut se procurer un échantillon de toute la masse gazeuse qui, durant l'expérience, est entrée ou sortie. Les échantillons obtenus ainsi, sont traités dans l'appareil Petterson pour l'analyse des gaz, ce qui permet de calculer, concurremment avec les indications des gazomètres, la quantité d'oxygène absorbée et la quantité d'acide carbonique expiré.

La respiration artificielle après la section du bulbe se fait par insufflation d'air dans les poumons de l'animal à l'aide d'un injecteur qu'actionne un moteur, et par un appareil électrique agissant de concert avec l'injecteur, pour que l'inspiration et l'expiration se fassent chacune à travers son propre gazomètre.

Les chiens servant de sujets dans les expériences, étaient au régime ordinaire. Avant de faire respirer à l'animal l'air riche en oxygène, on lui avait fait respirer ce même air durant au moins dix minutes, et, de même, c'est cet air qu'il respirait durant les intervalles des expériences consécutives.

Dans ce qui suit, on cite les expériences; dans la colonne «O_2 par kilo et par heure pour l'expérience entière» on trouve la cote moyenne d'absorption de l'oxygène par kilo et par heure dans les diverses expériences respiratoires.

Expérience I; jeune chien, 11 k^{os}.

Numéro de l'expérience de respiration.	Durée de l'expérience de respiration.	L'air inspiré contenant O_2.	O_2 par kilo et par heure.	O_2 par kilo et par heure pour l'expérience entière.	CO_2 par kilo et par heure.	$\frac{CO_2}{O_2}$	Durée de l'inhalation d'oxygène.
1.	10 min.	20,96 %	0,422	0,405	0,423	1,021	
2.	"	"	0,388		0,283	0,729	
3.	"	95,84 %	0,793	1,218	0,433	0,546	59 min.
4.	"	93,61 %	1,153		0,357	0,310	
5.	"	92,84 %	1,708		0,412	0,241	
			Section du bulbe.				
6.	12 min.	20,96 %	0,468	0,468	0,285	0,609	
7.	10 min.	95,67 %	0,729	0,667	0,355	0,487	38 min.
8.	"	91,18 %	0,605		0,338	0,558	

Expérience II; vieux chien, 8,2 k^{os}.

1.	10 min.	20,96 %	0,489	0,545	0,439	0,898	
2.	"	"	0,600		0,483	0,806	
3.	"	90,79 %	0,762	0,760	0,399	0,524	72 min.
4.	"	90,96 %	0,638		0,423	0,662	
5.	"	91,44 %	0,880		0,527	0,599	
			Section du bulbe.				
6.	10 min.	20,96 %	0,550	0,550	0,429	0,782	
7.	11 min.	90,45 %	0,262	0,265	3,379	1,391	60 min.
8.	10 min.	90,91 %	0,267		0,306	1,146	

Les quantités d'air sont indiquées en litres.

De ces expériences il ressort que la quantité d'oxygène absorbée par l'organisme durant l'inhalation d'un air suroxygéné, peut varier. Tandis que dans l'expérience I l'on trouve une augmentation prononcée de la quantité d'oxygène absorbée durant l'inhalation, l'augmentation présentée par l'expérience II est fort insignifiante, et, par exemple, on verra que les expériences 1 et 2 de respiration dans l'air atmosphérique divergent l'une de l'autre pour l'intensité de l'absorption d'oxygène plus que ne le font l'expérience 2 (air atmosphérique) et l'expérience 4 (air riche en oxygène). Ces expériences montrent également que l'augmentation de l'absorption de l'oxygène dépend du système nerveux; car dans l'expérience I elle est réduite, dans l'expérience II elle cesse et même fait place à une moins grande absorption d'oxygène, quand la section du bulbe suspend l'activité du centre respiratoire.

La littérature présente des expériences faites par divers savants et ayant pour objet l'influence de l'inhalation d'air suroxygéné sur l'intensité de l'absorption de l'oxygène. Regnault et Reiset[1]), employant l'appareil Regnault, firent respirer à des animaux un air riche en oxygène. La durée des expériences fut de 21—23 heures. Ces savants trouvèrent que la composition de l'air inspiré n'influait pas sur la quantité d'oxygène absorbée.

P. Bert[2]) expérimenta sur des rats et des grenouilles. Il fit l'examen sous le rapport de l'intensité d'absorption de l'oxygène, lorsque pendant longtemps l'air d'inspiration fut suroxygéné, et il en vint à constater que le degré d'absorption de l'oxygène était une fonction de la composition de l'air inspiré. M. de Saint-Martin[3]), cherchant à expliquer cette contra-

---

[1]) Regnault et Reiset: Annales de chimie et de physique, 3e série, tom. 26, p. 496.

[2]) P. Bert: La pression barométrique, p. 839—32.

[3]) De Saint-Martin: Annales de chimie et de physique, 6e série, tom. 3, p. 264.

diction entre les résultats de Regnault et Reiset et ceux de P. Bert, fit avec l'appareil Regnault, légèrement modifié, des expériences qui durèrent de 6 à 24 heures et confirmèrent sensiblement les indications de Regnault et Reiset.

Or les résultats obtenus par ces savants, dont les expériences étaient de longue haleine, ne sauraient être comparés avec les résultats de mes expériences, dont la durée fut si courte.

M. Lukjanow[1]), opérant sur une série de mammifères différents, ainsi que sur des pigeons, a fait un très grand nombre d'expériences sur l'absorption de l'oxygène, quand l'air inspiré est suroxygéné. Il employa une variante de l'appareil Regnault-Reiset. Pour éviter les inégalités que l'alimentation pourrait susciter dans les conditions des expériences, les sujets furent tenus à jeun le jour même de l'expérience. On expérimenta avec de l'air soit à 20—30 % d'oxygène, soit à 80—90 %. Pour écarter les erreurs provenant de ce que l'animal inhalait d'abord un air assez pauvre en oxygène et plus tard un air plus riche en ce gaz, on commença l'expérience avec un air ayant tantôt l'une, tantôt l'autre de ces compositions, et parfois on introduisit une troisième expérience avec le mélange employé au commencement. C'est cette série de déterminations qu'il groupe en une expérience durant de cinq à huit heures, y compris le temps absorbé par le changement de l'air dans l'appareil, mais il n'indique pas le temps de chaque détermination.

Les résultats obtenus par M. Lukjanow confirment ceux de mes deux expériences. Il trouve que dans l'air suroxygéné l'absorption de ce gaz varie fortement: tantôt elle est plus considérable que quand l'air a la teneur de l'atmosphère en oxygène, tantôt elle est la même, et tantôt plus faible que dans ce cas.

---

[1]) Lukjanow: Zeitschrift f. physiol. Chemie, vol. 8, 1884, p. 324.

MM. Frédéricq[1]) et Speck[2]) ont fait aussi des recherches sur la quantité d'oxygène absorbée dans un air suroxygéné. Ils sont arrivés au résultat que cette quantité n'est pas modifiée par l'augmentation de l'oxygène inspiré; c'est seulement durant les premières minutes où l'animal respire l'air suroxygéné, que s'accroît la dose d'oxygène absorbée. Ils expliquent cet accroissement par la nécessité de saturer d'oxygène les liquides du corps sous la pression augmentée de l'oxygène. L'inexactitude de cette explication est prouvée par le fait que durant l'inhalation d'un air riche en oxygène, l'absorption plus forte de ce gaz n'est pas un phénomène constant; car, suivant M. Lukjanow, on n'a constaté aucun changement dans l'absorption de l'oxygène, quand ce gaz abonde dans l'air; il l'a même trouvée diminuée, ce qui doit également ressortir de l'expérience II, après la section du bulbe. D'autre part, ladite explication paraît inacceptable à qui compare les doses d'oxygène absorbées dans l'air suroxygéné, avec celles qu'exige la saturation des liquides du corps sous la pression augmentée de l'oxygène.

En admettant que le corps de l'animal contienne 70 % d'eau et en regardant comme oxygène pur l'air inspiré, nous trouvons la quantité d'oxygène nécessaire pour saturer d'oxygène pur à une atmosphère de pression les liquides d'un kilogramme de l'animal: $700 \cdot 0{,}024 = 16{,}8^{cc}$, pourvu que les liquides de l'organisme absorbent l'oxygène comme de l'eau pure, et le coefficient d'absorption de l'eau étant de 0,024. La valeur atteignant au nombre trouvé en raison de la saturation de l'hémoglobine à une pression d'oxygène de 760^{mm} est négligeable.

Or, nous voyons que l'excès d'oxygène absorbé dans l'air suroxygéné est par kilo et par heure, dans l'expérience I, plus de 800^{cc}, et M. Lukjanow trouve des excès d'oxygène par kilo et par heure de 450^{cc} (expérience XXIV), 366^{cc} (expérience

[1]) Frédéricq: Comptes rendus, tom. 99, p. 1124.
[2]) Speck: Physiologie des menschl. Athmens. Leipzig 1892, p. 100.

XXVI), 337cc (expérience XVII) et d'autres moins considérables. Des faits cités ainsi, il ressortirait sans doute que la raison de l'excès d'absorption n'est point celle qui a été indiquée.

§ 6. Effet de divers procédés sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

Comme on l'a dit, les conditions dans lesquelles s'effectuent les échanges respiratoires peuvent être modifiées de trois manières: 1° par une variation des échanges de tout l'organisme; 2° par une variation de la quantité d'hémoglobine passant par les tissus durant l'unité de temps; 3° par un changement que subit la teneur spécifique du sang en oxygène.

On devait donc s'attendre à voir une modification de la vitesse avec laquelle circule le sang et de l'échelle à laquelle se font les échanges de l'organisme, provoquer un changement dans la teneur spécifique du sang en oxygène.

Dans les expériences suivantes, on a produit les modifications de ladite échelle et de la vitesse de circulation à l'aide d'un travail musculaire, et en provoquant un état fiévreux, ainsi qu'en attaquant le nerf pneumogastrique.

Expérience 62.

Chien; poids 12 kos.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 388, ventric. droit 376.

Alors, durant dix minutes, on produit dans l'arrière-train de l'animal un fort tétanos à l'aide de l'appareil du Bois-Reymond, après quoi, en prolongeant le tétanos, on prend encore des échantillons de sang.

O_2 par gramme de fer est alors dans:

artère 386, ventric. droit 376.

Expérience 64.

Chien; poids 20 k^{os}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 379, ventric. droit 384.

Les deux pneumogastriques sont alors coupés et, de 125 qu'il était auparavant, le pouls monte à 200.

O_2 par gramme de fer est à présent dans:

artère 383, ventric. droit 384.

On irrite alors les extrémités périphériques des pneumogastriques et le pouls passe à 100.

O_2 par gramme de fer est alors dans:

artère 385, ventric. droit 374.

Expérience 72.

Chien; poids 50 k^{os}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 396, ventr. dr. 380, v. cave 384, v. fémor. 394.

Alors on injecte dans une veine 60^{cc} d'une macération de levure de bière, sur quoi la température monte en deux heures de 38°,5 à 40°,9. On prend des échantillons de sang, où

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 394, ventr. dr. 410, v. cave 393, v. fémor. 392.

Expérience 73.

Chien; poids 35 k^{os}.

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 380, ventric. droit 399, v. fémor 393.

Puis injection intraveineuse de 45^{cc} de macération de levure; sur quoi, hausse de la température de 38° à 40° en deux heures. Dans les échantillons de sang tirés maintenant,

O_2 par gramme de fer est dans:

artère 380, ventric. droit 399, v. fémor. 393.

Dans l'expérience 62, l'influence du travail musculaire sur la teneur spécifique du sang en oxygène, a été étudiée. Comme on le voit, elle a donné un résultat négatif qui n'a rien de si étonnant, quand on se souvient des procédés, trouvés antérieurement nécessaires pour provoquer un changement dans la teneur spécifique, par exemple, de fortes saignées et de longues inhalations d'un air suroxygéné. On peut donc aisément comprendre que sans aucune modification de la teneur spécifique en oxygène, l'organisme puisse subir ces légères opérations-ci. Le travail musculaire qui forcera l'organisme à modifier la teneur spécifique en oxygène, doit être de longue durée et fatigant, comme, par exemple, quand on pourchasse l'animal jusqu'à ce qu'il s'affaisse. Dans le laboratoire on pourrait effectuer ce travail forcé à l'aide d'une cage tournante de lourde construction où l'animal travaillerait pendant des heures; mais malheureusement je n'ai pas pu entreprendre de telles expériences.

Dans l'expérience 69, on a cherché à modifier la teneur spécifique en oxygène, en faisant varier la vitesse de circulation du sang: les nombres prouvent qu'on n'y a pas réussi.

Dans les deux expériences 72 et 73, on a étudié l'effet de la fièvre sur la teneur spécifique du sang en oxygène.

Pour provoquer la fièvre, on a employé une macération de levure de bière dans de l'eau. Cette méthode est due à M. Roussy[1]). Par l'injection intraveineuse de cette macération préalablement purgée des cellules de levure, il a constamment suscité un état fiévreux chez les animaux servant de sujets.

De cette macération de levure active, il a également réussi à extraire à l'état de pureté le principe actif.

Par des expériences calorimétriques faites avec le calorimètre d'Arsonval, M. Roussy a également prouvé que dans

[1]) Roussy: Archives de physiologie normale et pathologique, 5e série, tom. II, p. 358.

cet état fiévreux la production de chaleur a augmenté; il a aussi prouvé que cet accroissement de la chaleur produite est due à une augmentation des échanges de l'organisme; car il constata que la quantité d'acide carbonique éliminée et celle de l'azote excrété par l'urine avaient augmenté.

La macération de levure employée dans les expériences en question se fit en remuant 500 grammes de levure de brasserie dans de l'eau distillée stérilisée, jusqu'à formation d'une bouillie claire, qu'on maintint à 37° durant 24 heures; sur quoi l'on enleva les cellules de levure aussi complètement que possible, par l'appareil centrifuge et à l'aide de filtres. Le liquide ainsi préparé était brunâtre, et opalisait.

Or, les expériences prouvent qu'en provoquant la fièvre chez les animaux, on a réussi à modifier la teneur spécifique du sang en oxygène. Car, tandis que dans les deux cas la teneur spécifique dans les échantillons pris au début est d'une valeur moins considérable dans le cœur droit et s'accroît vers la périphérie du système veineux, l'état fiévreux nous présente de tout autres conditions, la teneur spécifique du cœur droit s'étant fortement accrue, tandis que les autres régions vasculaires, spécialement les artères, ne présentent aucune variation considérable.

L'effet constaté est dû aux cellules de l'organisme, et ne dépend pas de ce que le liquide injecté réagit sur l'hémoglobine du sang. Cela ressort clairement de l'expérience 72; car ici l'action s'est produite uniquement dans le sang du cœur droit, tandis que dans tous les autres endroits la teneur spécifique en oxygène est restée sans altération.

Finalement ces expériences nous montrent que le poumon a fait baisser la teneur spécifique du sang en oxygène. En dehors de ces expériences, nous ne rencontrons cette action du poumon que dans l'expérience 55, où l'animal agonisait durant la prise des échantillons; c.-à-d. que l'action du poumon, faisant diminuer la teneur spécifique du sang en oxygène,

ne s'est révélée que dans des conditions où l'organisme se trouvait en un état fortement pathologique, tandis que, dans les autres expériences, l'influence du poumon sur la teneur spécifique du sang en oxygène a constamment été de faire augmenter cette teneur. Tout comme les autres organes le poumon peut donc, suivant les conditions imposées par l'état des choses, modifier la teneur spécifique du sang en oxygène, aussi bien dans un sens que dans l'autre.

Overleveringen af Euklids Optik. [1]

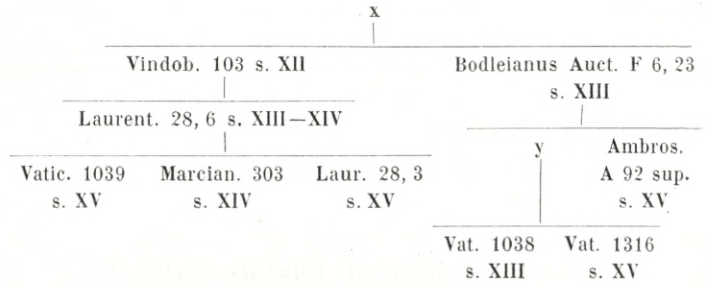
Af

J. L. Heiberg.

(Meddelt i Mødet den 8. Februar 1895.)

Man har længe været tilbøjelig til at anse den under Euklids Navn overleverede Optik for uægte, og det kan ikke nægtes, at den i den tidligere alene bekendte Redaktion ikke kan staa for den Maalestok af Stringens og Nøjagtighed, som Euklid selv ved sine Elementer har lært os at anlægge. Men 1882 offenliggjorde jeg i mine «Litterargeschichtliche Studien über Euklid» en indtil da ubekendt Redaktion, som jeg havde fundet i et Wienerhaandskrift, og søgte at paavise, at der ingen Grund var til at frakende Euklid Optiken i denne Form trods et Par for os forunderlige Sætninger deri. Til denne Anskuelse har de faa sluttet sig, som siden har givet sig af med Spørgsmaalet. Jeg har siden fundet 8 Haandskrifter til af samme Redaktion, men de hjælper os ikke synderligt videre. De grupperer sig saaledes:

[1] Ovenstaaende er i det væsentlige et Udtog af Fortalen til VII. Bind af min og Prof. Menges Udgave af Euklid, hvortil jeg maa henvise den, der ønsker en nærmere Begrundelse af Enkelthederne. Her har jeg blot villet trække de store Linier op, for saa vidt de har almindeligere Interesse enten med Hensyn til Methoden eller Overleveringshistorien i det hele.



At Laur. 28, 6 er en Kopi af Vindob., godtgøres ved, at en Randbemærkning, som i Vindob. bagefter med en anden Haand er bleven omgivet af et Scholion, i Laur. staar paa samme Sted inde i dette, som om den hørte med i dets Context; først bagefter er Skriveren bleven opmærksom paa den overrevne Sammenhæng, har streget Randbemærkningens Ord ud og skrevet dem til igen udenfor Scholiet.

Et Par Skrivfejl i Laur. 28, 6 genfindes i Vat. 1039 og Marc. 303, som altsaa maa afhænge af den, direkte eller maaske snarere gennem et fælles Mellemled.

Laur. 28, 3, som forøvrigt er et fortrinligt Hds. fra X. Aarh., har været i en meget ynkelig Forfatning; hele Slutningen, der bl. a. indeholder Optiken, er i XV. Aarh. suppleret til Erstatning for de af Tiden ødelagte Blade, og denne Del er taget fra Laur. 28, 6 med slavisk Nøjagtighed.

Vat. 1038 og 1316 har en Del Fejl, som finder deres Forklaring i Bodl.'s Skriftkarakter, saaledes den idelige Forvexling af ν og γ, som i Bodl. er næsten ganske ens, det hyppige $\vartheta\omega$ for $\vartheta\omega\sigma\alpha\nu$, som i Bodl. skrives ϑ^{ω}, o. s. v. Da Ordene $\tau\tilde{\eta}$ $\ddot{o}\psi\varepsilon\iota$ $\dot{\eta}\lambda\acute{\iota}o\upsilon$ S. 30, 17, som Bodl. har, mangler i begge, og da 1316 ikke kan være afskreven efter 1038, maa vi antage et fælles (nu tabt) Mellemled (y). 1038 er af særlig Betydning derved, at Bodl., som er af det skøre saak. Bombycin (rigtigere: orientalsk Papir, da det ikke særligt er lavet af Bomuld, som man tidligere antog), nu er itureven, ormædt og ulæselig paa

mange Steder, og hele Slutningen fra S. 60, 17 afreven og gaaet til Grunde.

Ambros. bestaar af Stumper af 5 forskellige Hdss., deriblandt 4 Blade af Optiken, som viser de samme Læsemaader og Fejl som Bodl. Haandskriftets Art oplyser, hvad en samtidig Levnedsbeskrivelse af det ambrosianske Bibliotheks Stifter Cardinal F. Borromeo fortæller om ham, at han i sin Kærlighed til Bøger lod opkøbe i Rom de Stumper af Haandskrifter, der laa og flød som Makulatur i Butikker og Værksteder.

Til Konstitution af Texten har vi altsaa kun Vindob. og Bodl. (subsidiært, hvor den mangler eller er ulæselig, dens Afkom). De har i Hovedsagen samme Text, saa at de godt kan antages for Søstre, men Vindob. er at foretrække, ikke blot fordi den maaske er noget ældre, men ogsaa fordi Bodl. aabenbart er interpoleret. Saaledes har S. 6, 26, hvor Sammenhængen kræver δέ, Vindob. δή, en meget hyppig Forvexling, men Bodl. οὖν; S. 36, 16 har Vindob. εὐθεῖαν ἕξει, hvilket ingen Mening giver, Bodl. εὐθεῖά ἐστιν, som giver en glat Sammenhæng, men ikke siger netop, hvad Meningen kræver, og aldrig kunde blive forvansket til εὐθεῖαν ἕξει; der skal staa εὐθεῖα δόξει; S. 40, 18 har Vind. ἐφ' ἣν διεστήκασιν, som er et usædvanligt Udtryk, men siger, hvad der skal siges (»den Linie, som Øjnene begrænser ved deres indbyrdes Afstand»), medens ἐφ' ἧς δ., som Bodl. har, blot siger, at Øjnene ligger paa Linien, men ikke, at de begrænser den, hvorpaa det netop kommer an. At saaledes det præcise Udtryk er ofret for et grammatisk glattere, er et sikkert Kendetegn paa Interpolation.

Derved bliver ogsaa ellers gode Læsemaader i Bodl. mistænkelige, og Texten bliver at bygge op paa Vindob. med forsigtig Benyttelse af Bodl.

Vor Overlevering gaar altsaa ikke længere tilbage end til XII. Aarh., medens de fleste andre græske Mathematikeres Text hviler paa Hdss. fra IX—XI. Aarh., en Forskel, der bliver meget følelig derved, at IX—XI. Aarh. er en literær Blom-

stringstid, hvor der var Efterspørgsel nok til, at professionelle Afskrivere kunde leve deraf; Haandskrifterne fra denne Periode røber ved deres skønne regelmæssige Skrift den øvede Haand, og disse Skrivere har ingen anden Interesse end tro og nøjagtigt at gengive det Haandskrift, de havde for sig; de lærde og filologisk dannede Bestillere har sikkert stillet store Fordringer i den Retning. Fra Slutningen af det XI. Aarhundrede forfalder derimod det literære Liv; hvem der vil eje en sjeldnere Forfatter, er i Reglen henvist til selv at afskrive Texten, og Hdss. fra den følgende Tid bekræfter i en paafaldende Grad Sætningen docti male pingunt. Den stiliserede Skrift afløses af flygtige og snørklede Kragetæer, som hidtil kun havde været taalte i private Optegnelser, og, hvad der var værre, disse lærde Afskrivere, som var ligegyldige for Formen, men havde Interesse for og beherskede Indholdet, bragtes let til bevidst eller ubevidst at korrigere, hvad der forelaa for dem, stundum rigtigt, stundum galt.

Det kan derfor ikke undre, at den i Vindob. + Bodl. foreliggende Text er meget mangelfuld. Den skæmmes baade af komplet meningsløse Steder, der er saa defekte eller saa grundigt korrumperede, at ethvert Forsøg paa en Restitution bliver et løst Gætteri, som ikke hører hjemme i en kritisk editio princeps, og af større og mindre Interpolationer.

Den mest indgribende af disse har det sin Interesse at paavise udførligere for at give en Forestilling om Arten.

I 34. Sætning bevises, at alle Diametre i en Cirkel ses ligestore, naar Øjet anbringes enten paa en Vinkelret i Centrum eller i en Afstand fra dette = Radius. Derpaa tilføjes S. 64, 4 ff. Beviset for, at ogsaa uden de nævnte Betingelser de Diametre, der danner ligestore Vinkler med den rette Linie mellem Centrum og Øjet, ses ligestore, hvilket aldeles ikke hører hjemme i denne Sætning, der efter Protasis omhandler Betingelserne for alle Diametrenes Ligestorhed, og desuden bevises igen i Sætn. 35, hvor det er paa sin Plads. I Sætn. 35, som beviser,

at Diametrene ses uligestore, naar de nævnte Betingelser ikke er opfyldte, og i Lighed med Elem. III, 7—8 undersøger, hvilke der ses størst og hvilke mindst (her kommer saa det ligestore Diameterpar naturligt ind som Grænsebestemmelse), er der saa af Hensyn til Interpolationen i 34 tilføjet S. 64, 25 *μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα*, hvilken Tilføjelse mangler i Pappos' Citat af denne Sætning og heller ikke i og for sig er ganske korrekt, da der altid er to Diametre, som danner ligestore Vinkler med den rette Linie mellem Centrum og Øjet. Dette har saa yderligere nødvendiggjort Tilføjelsen S. 64, 27 *πρὸς ἃς ποιεῖ ἀνίσους γωνίας*, som mangler ikke blot hos Pappos, men ogsaa i den yngre Redaktion, hvorfra de to andre Interpolationer stammer (i den mangler saa konsekvent Gentagelsen af S. 64, 4 ff. i Sætn. 35, S. 76, 12 ff.).

I Vindob. er denne Redaktion af Optiken forenet med Elem. I—XV og den ældre Redaktion af Phaenomena. Men hvornaar dette Korpus er dannet, kan ikke siges med Sikkerhed, da Bodl. er defekt, og vi intet ved om, hvad Laur. 28, 3 oprindeligt indeholdt. Det er meget muligt, at det først er sammenstillet i Vindob. Derfor kunde maaske tale, at Scholierne til denne Redaktion, som ikke findes i Bodl., aabenbart er forfattede af selve Vindob.'s Afskriver; det viser deres uordenlige Form i Hds. med talrige Overstregninger og Ændringer samt deres næsten absolute Frihed for Afskriverfejl.

Denne Form af Euklids Optik citerer og kommenterer Pappos VI, 80 ff., og i XIII. Aarh., hvor den, som Vindob., Bodl. og Laur. 28, 6 viser, var ret bekendt, optager Georgios Pachymeres den omtrent ordret i sin Encyklopædi (den er endnu ikke udgiven, men Pachymeres har ikke havt bedre Hdss. end vi).

Langt mere udbredt var imidlertid en anden Redaktion, som foreligger i 34 Haandskrifter, hvis Slægtregister paa uvæsenlige Undtagelser nær kan opstilles ganske exakt.

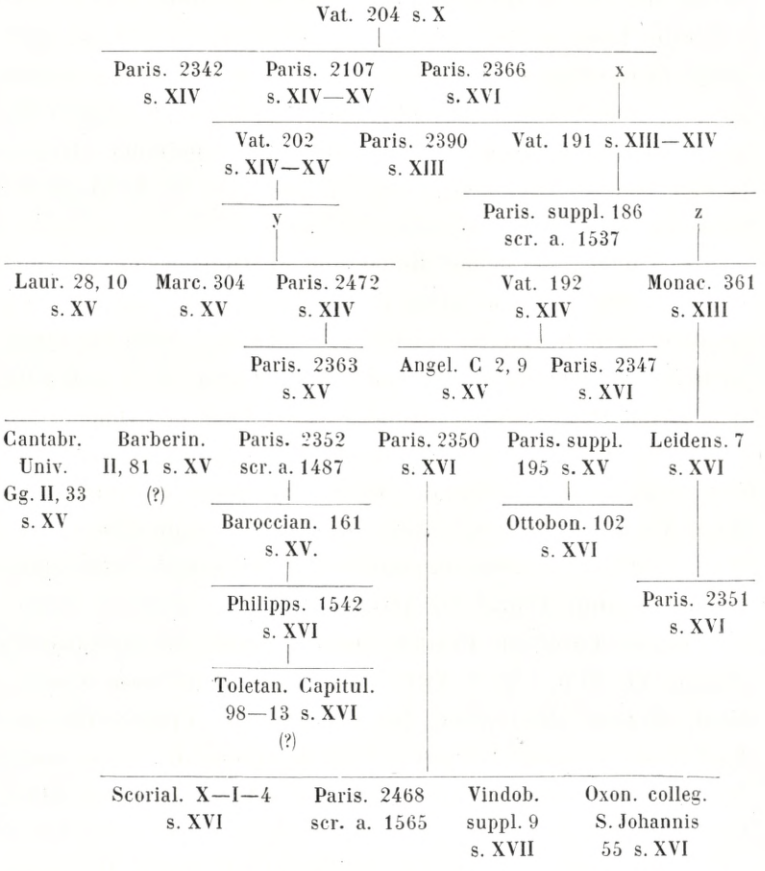
Foruden de Hdss., hvis Herkomst i det nedenfor meddelte

Stemma er betegnet som tvivlsom paa Grund af mit Materiales Ufuldstændighed, er endnu følgende at nævne, som jeg ikke kan indordne i det:

Ambros. A 101 sup. s. XV, som synes beslægtet med Vat. 202,

Vindob. 120, som kun indeholder et Fragment, afskrevet efter et eller andet af de interpolerede Haandskrifter,

Cantabrig. Univ. Nn. III, 8 s. XVI, afhængig af Vat. 191.



Hvor højt Vat. 204 staar over de andre, viser S. 146, 16, hvor der alm. læses: *τὴν ἐπιζευγνύουσαν τό τε μέσον τοῦ λύχνου καὶ τὴν ἐντομὴν τοῦ πτυχίου κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν οὖσαν*,

hvilket ingen Mening giver, da Linien mellem Lysgiverens Midtpunkt og Pladens Indsnit altid maa være ret, og man heller ikke kan sige, at Forbindelseslinien «ligger ad en ret Linie»; der mangler aabenbart Angivelsen af et tredie Punkt, som ligger i en ret Linie med de to nævnte. Vat. 204 har *καί* istedetfor *κατά*, og heraf faar man ved en yderst ubetydelig Rettelse (*Γ* for *Τ*): *καὶ τὴν αὐγὴν* (det belyste Punkt paa den anden Tavle) *εὐθεῖαν οὖσαν*, nøjagtigt hvad Meningen kræver. I Sætn. 10 og 11 har Vat. 204 bevaret den oprindelige korte Form for Beviset, som man senere har fundet ufyldestgørende og ændret, og ogsaa paa en Række andre Steder er den fri for de fleste andre Haandskrifters Interpolationer; saaledes har den S. 148, 9 rigtigt *πολλάκις*, som i de andre er rettet til *πολλά*, fordi man (med Urette) savnede et styrende Ord til den partitive Genetiv *τῶν σπανίως γραφομένων γραμμάτων*.

Nærmest ved Vat. 204 staar Paris. 2342, som paa de fleste Punkter er fri for Interpolationer, men heller ikke paa noget Punkt giver væsentlig bedre Læsemaader end Vat. 204, bortset fra enkelte Smaarettelser, som man godt kan tiltro Afskriveren selv. Det er nemlig skrevet af en sagkyndig, som nøje har kendt den mathematiske Terminologi og ikke har betænkt sig paa at rette (Apollonios' Conica, som ogsaa staar i Hds., har han saaledes systematisk gennemkorrigeret). Det stammer fra Athos og hører til en Række Hdss. af mathematisk-naturvidenskabeligt Indhold (Aristoteles og hans Kommentatorer), som er lavet tilrette der i XIV. Aarh. til Forelæsningsbrug efter et ganske bestemt Princip, med ganske samme Papir, Blæk og Skriftkarakter (s. Apollonios II S. LXIX og Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1892 S. 73). Ogsaa Eutokios' Kommentar til Apollonios er i Paris. 2342 afskrevet efter Vat. 204, som altsaa i XIV. Aarh. maa have været i et af Athosklostrene. Ved Siden af det har 2342, der forøvrigt viser sin lærde Karakter derved, at der oftere i Randen er tilføjet Varianter fra de interpolerede Hdss. med Tilføjelsen *ἐν ἄλλῳ*, kun Betydning paa et enkelt

Sted (S. 166, 20 ff.), hvor et større Stykke er udraderet i Vat. 204. Dette Haandskrift er nemlig af en ganske ung Haand rettet og grovt interpoleret paa mange Steder dels paa fri Haand dels efter de ringere Haandskrifter, for det meste heldigvis saaledes, at den oprindelige Læsemaade endnu er tydelig. Da en Del af disse vilkaarlige Rettelser er tilskrevne i Paris. 2342 med en yngre Haand, er de vistnok foretagne paa Athos. De er optagne i Pariss. 2107 og 2366, som derved dokumenterer deres Afhængighed af Vat. 204; Paris. 2366 er skrevet af Johannes Hydruntinus, som i Vatikanets Regnskaber opføres som restaurator librorum og altsaa havde let Adgang til Vat. 204; han har ogsaa afskrevet Apollonios et Par Gange efter Vatikanerhdss.

Vat. 191 og Paris. 2390 viser sig som Kopier af Vat. 204 ved flere karakteristiske Fejl; saaledes har de S. 214, 11 *A* for *Λ*, fordi *A* i Vat. 204 tilfældigt er lidt mislykket paa dette Sted og ligner *Λ*. S. 194, 19 har de begge bevaret det sjeldne Kompendium $\overline{=}$ (*παραλλήλου*), som Vat. 204 kun har dette ene Sted. At der imidlertid ligger et fælles Mellemled mellem dem og Vat. 204, fremgaar foruden af de talrige fælles Interpolationer ogsaa af S. 212, 3, hvor Vat. 204 urigtigt har *γωνίας* for *εὐθείας*, de to andre *εὐθείας γωνίας*, altsaa Fejl og Korrektur ved Siden af hinanden.

Fra det samme, nu tabte Mellemled stammer ogsaa Vat. 202, som de fælles Interpolationer beviser. Det og dets Gruppe indeholder kun Optiken, medens de fleste andre Hdss. tillige indeholder Katoptriken. Gruppens indbyrdes Forhold fremgaar af nogle fælles Skrivfejl, hvis Oprindelse forklares ved tilfældige Omstændigheder i Vat. 202, som f. Ex. *ὁρᾶται* S. 148, 7 for det rigtige *ἑωρᾶτο*, som i Vat. 202 staar saaledes, at *ἑ* slutter og *ω* begynder en Linie. Med Undtagelse af Paris. 2363, der ved den latterlige Skrivfejl *θηρίων* for *θυρίδων* S. 144, 5 røber sig som Copi af Paris. 2472, synes de ikke at kunne afhænge af

hinanden; vi nødes saa til at ansætte et Mellemled mellem dem og Vat. 202.

Paris. suppl. 186 har S. 226, 18 ἐκ for ἐπί, fordi i Vat. 191 -πί er glemt i Slutningen af en Linie; den stammer altsaa direkte fra denne. Den er ogsaa skreven i Rom.

Vat. 192 og Monac. 361 har S. 314, 1 istedenfor *A* det ganske meningsløse *AE*. Grunden dertil er, at i Vat. 191 Ordene ἐπὶ τὸ *A* staar lige udfor *E* paa den første Figur S. 311, saaledes at det for en flygtig Betragtning ser ud, som om *E* hørte med til Texten. De maa altsaa afhænge af Vat. 191; men da det er usandsynligt, at to Afskrivere uafhængigt af hinanden skulde begaa samme Tankeløshed, maa vi indskyde en fælles Original, hvori hin Fejl ved Afskrivning efter Vat. 191 oprindeligt maa være begaaet. Dette er ogsaa nødvendigt af andre Grunde; saaledes mangler S. 288, 8 τρίγωνα, som findes i Vat. 191, baade i Vat. 192 og Monac. 361. De er begge stærkt korrigerede og interpolerede.

Det samme *AE* S. 314, 1 findes ogsaa i Angel. C 2, 9, Scorial. X—1—4, Pariss. 2347, 2350, 2352, Philipps. 1542, Oxon. Coll. S. Joh. 55, Cantabr. Univ. Gg II, 33 (og Nn III, 8), hvorved deres Afhængighed er givet. I Paris. suppl. 195 er *AE* rettet til det rigtige (ligesaa i Paris. 2350); Paris. 2351 indeholder ikke Stedet; de andre herhenhørende Hdss. har jeg ikke undersøgt paa dette Sted, fordi jeg har haft dem i Hænde, inden jeg var bleven opmærksom derpaa; men at de hører til Familien, er sikkert ved andre Skrivfejl.

I Monac. 361 er S. 190, 14 Ordene ὅλου τοῦ ædt væk af en Orm; hvor de mangler, som i Paris. 2350, 2352, suppl. 195, har vi altsaa med en Efterkommer af Monac. 361 at gøre.

Af de talrige Exemplarer af denne Familie, som altsaa ganske kan lades ude af Betragtning, skal jeg kun omtale enkelte nærmere.

Baroccian. 161, der nu er i det bodleianske Bibliothek i Oxford, stammer fra Venedig og indeholder nogle Randbemærk-

ninger om andre venetianske Hdss. At den er afskreven efter Paris. 2352 (efter Subskriptionen skreven 1487 af Johannes Rhosos, som ved den Tid var i Venedig), fremgaar af Skrivfejlen *θραμάτων* S. 148, 16, som er opstaaet ved, at *ε* i *θεαμάτων* er noget misdannet i Paris. 2352. Samme Fejl findes i Philipps. 1542, der nu er havnet i Berlin efter en omskiftelsesrig Tilværelse; Grundstokken af denne Samling har Guillaume Pellicier ladet kopiere i Venedig, hvor han var Frants I's Gesandt. Philipps. 1542 er forøvrigt med en senere Haand gjort i Stand til Trykning med Anvisninger for Sætteren, Henvisninger til editio princeps o. l., men Hensigten er ikke bleven udført.

Paris. 2350 er skreven af Petrus Vergetius, en Neveu af den bekjendte Afskriver Angelus Vergetius, som derefter har gennemgaaet hele Hds. og rettet det paa den mest hensynsløse Maade, tildels med Benyttelse af Paris. 2351, hvis Skrivfejl han jævnligt har optaget som Forbedringer. Som Exempler paa hans vilkaarlige Ændringer skal jeg anføre, at han S. 194, 19 har forandret det sjeldne og for den senere Tids Afskrivere ubekendte Kompendium ≔ (*παραλλήλου*) til *τοῦ* og S. 160, 24, hvor Ordene *εἰ δὲ μετεωρότερον* er udeladt ved en Fejltagelse, har rettet *κέοιτο* til *λέγοιτο* og i Randen tilføjet: *λείπει· εἰ δὲ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ.* Angelus Vergetius har saa selv efter den rettede 2350 afskrevet Paris. 2468, hvori han har optaget de fleste af Rettelserne. Han har overhovedet givet sig meget af med Optiken; Paris. suppl. 186 er ogsaa skrevet af ham, ligesaa Ambros. I 84 inf., der indeholder Scholierne til Optiken. Denne Beskæftigelse med Optiken har forledt Vergetius til et Falskneri, som Paul Tannery (Archives des Missions 3e série XIII) har opklaret. 1657 udgav R. Bartholin i Paris under Heliodors Navn to Bøger Optik, hvoraf 2. Bog er en næsten ordret Gentagelse af den gamle Redaktion af Euklids Optik med vore Haandskrifters Fejl. Denne Form af Heliodors Optik foreligger kun i Barberin. I, 131 og I, 20, begge skrevne af Vergetius, og er af ham lavet sammen af 1) de 13 Kapitler Optik, som er

overleverede under Heliodors eller Damians Navn og stammer fra den romerske Kejsertid (Tiber nævnes deri og Heron er benyttet), 2) et lille Stykke Optik, som i Hdss. er opbevaret dels sammen med Heron dels med Euklid, 3) de sidste Kapitler af Pachymeres' Geometri, hvor han, som nævnt, havde optaget Euklids Optik i den gamle Redaktion. Angelus Vergetius kommer derved, som man allerede af andre Grunde har formodet, i Klasse med Falsknere som Constantinus Palaeocappa og Jacob Diassorinus, som ved Bibliotheket i Fontainebleau under Vergetius' Auspicier drev den Trafik at pynte ændrede og interpolerede Kompilationer af kendte Forfattere med ny Navne for saaledes at gøre bedre Forretninger hos Bogsamlere, end om de havde sat deres egne Navne paa (se herom Pulch Hermes XVII S. 177 ff., L. Cohn i Philologische Abhandlungen Martin Hertz dargebracht S. 123 ff.; alt er endnu langtfra paavist). Man kommer til at tænke paa Juvenals omnia novit Graeculus esuriens.

For den yngre Redaktion er altsaa Vat. 204 eneste Kilde. Den indeholder (foruden Eutokios' Kommentar til Apollonios, Euklids Data med Marinus' Indledning, en Samling Scholier til Elementerne) den Cyclus af astronomiske Skrifter — deriblandt Euklids Optik og den uægte Katoptrik —, som sammenfattes under Navnet *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος* (sc. *τόπος*) i Modsætning til *ἡ μεγάλη σύνταξις* af Ptolemaios. Denne Titel findes først hos Scholiasten til Pappos, som ved Begyndelsen af VI. Bog har tilføjet: *περιέχει τὸ ϛ̄ τῶν πάππου ἀποριῶν λύσεις τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένῳ*, medens det hos Pappos selv i Begyndelsen af VI. Bog, hvori han gennemgaar de fleste og vigtigste af Skrifterne i Cyklusen, kun hedder: *πολλοὶ τῶν τὸν ἀστρονομούμενον τόπον διδασκόντων ἀμελέστερον τῶν προτάσεων ἀκούοντες τὰ μὲν προστιθέασιν ὡς ἀναγκαῖα, τὰ δὲ παραλείπουσιν.* Af Pappos kan altsaa sluttes, at der paa hans

Tid ved Undervisningen i Astronomi (i Alexandria) havde dannet sig en fast Kreds af Skrifter, som foredroges som Indledning til Ptolemaios. Nu foreligger den yngre Redaktion af Optiken kun som Led i den samme (noget udvidede) Kanon. Det er altsaa sandsynligt, at den (ligesom Katoptriken og den yngre Redaktion af Phainomena) er lavet tilrette netop for at optages i *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος*. Den indledes med en Fortale, hvori der i tredie Person uden Navns Nævnelse afvexlende i Præsens og Imperfektum refereres, hvad «han» plejede at forudskikke ved Behandlingen af Optiken, altsaa et Kollegiehefte efter en Forelæsning. At den foredragende ikke, som de interpolerede Hdss. angiver, er Euklid, er indlysende; Angelus Vergetius har i en Randbemærkning formodet, at det er Theon, og alt taler for, at han har truffet det rette. Vi har set, at Pappos har den gamle Redaktion; men paa den anden Side citerer Nemesius (c. 400) Fortalen, saa at den ny Redaktion maa henføres til IV. Aarh., netop Tiden for Theons Virksomhed som Lærer i Alexandria. Han har udgivet baade Elementerne og Data med en Del Ændringer. Naar hans Bearbejdelse af Elementerne væsentlig gaar ud paa at tydeliggøre Euklids Fremstilling ved Tilføjelser, medens han forkorter Optiken, finder det sin naturlige Forklaring i Værkernes forskellige Bestemmelse; Elementerne var en Lærebog for Begyndere, *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος* for viderekomne; det galdt at indskrænke Omfanget af det store Korpus, maaske ogsaa for at faa Plads til de ny Tillæg som f. Ex. Katoptriken.

I Vat. 204 har vi altsaa *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος* i den Form, hvori den blev fixeret af Theon, og hvori den dannede Grundlaget for Byzantinernes Studier (Theodoros Metochita i Sathas *Μεσαιων. βιβλιοθ.* I p. *ρδ*). Et Vidnesbyrd om disse har vi i Scholierne i Vat. 204, som ikke kan være originale i dette Hds., da der er flere Fejl foranledigede ved Forvexling af Kompendier. De stammer vistnok fra den Renaissance i det byzantinske Universitetsliv, som skyldes Leon i IX. Aarh. (se Vidensk.

Selsk. Oversigter 1887, S. 88 ff.) Til denne Kerne kommer der i de yngre Hdss. (XIII—XIV—XV. Aarh.) efterhaanden nogle andre, som giver os et Begreb om Tidens Viden og Studier, i Forbindelse med de stadigt tiltagende Interpolationer.

Til Araberne kom Optiken tidligt med de andre libri intermedii, som *ὁ μικρὸς ἀστρονομ.* hedder hos dem, og blev flere Gange oversat. Hvilken af Redaktionerne de havde, er mig ikke bekendt. I den latinske Oversættelse af Alhazens (Ibn al Haithams) Optik og hos den af ham afhængige Vitelo spores vel Euklids Indflydelse i Almindelighed, men ingen enkelt Sætning kan siges at være laant direkte fra ham. I de mange middelalderlige latinske Hdss. af Optiken i Oversættelse har jeg ikke fundet sikre Spor af arabiske Mellemled, saa at det indtil videre er tvivlsomt, om de arabiske Oversættelser er blevet oversatte paa Latin.

Derimod foreligger der en latinsk Oversættelse fra XIII. Aarh., som aabenbart er gjort efter Græsk og efter den ældre Redaktion. De talrige Hdss. (af hvilke jeg har udgivet Dresdensis Db 86) afviger stærkt fra hinanden og er forvanskede ved en Mængde uvedkommende Tilsætninger. Oversætterens græske Kilde har ikke staaet over vore Hdss.; den staar Bodl. nærmere end Vindob. Ogsaa af vore Scholier er der sikre Spor. I nogle Hdss. er der bevaret Rester af en dobbelt Oversættelse eller Bearbejdelse, en friere (maaske under arabisk Indflydelse?) og en mere ordret. Af Henr. Aristippus' Fortale til hans Oversættelse af Platons Phædon (Rose, Hermes I S. 388 ff.), hvor han foreholder en bortdragende engelsk Ven, hvilke literære Herligheder han forlader i Syditalien, ved vi, at man hos Normannerne i Syditalien i XIII. Aarh. havde Euklids Optik paa Græsk. Der er derfor al Sandsynlighed for, at denne latinske Oversættelse stammer fra disse Kredse, især da den hele ordrette Gengivelse af det græske nøje ligner andre Produkter sammesteds fra. Oversætteren har kunnet ganske godt Græsk, men enkelte Misforstaaelser har han dog gjort sig skyldig i,

som naar han gengiver ἐπεζεύχθω ved coniungantur eller ὁποτερασοῦν ved utralibet ergo; et Sted har han forvexlet ἥ og ἤ. Hans græske Haandskrift var skrevet med Kompendier; deraf kommer Fejl som τὸ *M* sectionem (Forvexling af τὸ $\bar{\mu}$ og το$\bar{\mu}$) eller *M* quidem ($\bar{\mu}$ læst som $\hat{\mu}$).

Denne Oversættelse er eneraadende i Middelalderen. Den citeres først hos de engelske Fysikere Roger Baco, der ogsaa kender den dobbelte Form, hvori den foreligger i flere Hdss., og Johs. Peckham; den er sikkert kommen til England ved Forbindelsen med de syditalienske Stammefrænder. Det eneste Spor af den yngre Redaktion, et Citat hos Vincentius Bellovacensis af Theons Fortale (under Euklids Navn), kan være taget fra Nemesius, hvoraf der existerer en middelalderlig Oversættelse; at det er gaaet saaledes til, bekræftes ved, at baade Vincentius og Nemesius experimenterer med en «lille Mønt», hvor Theon nævner en «Naal»; Vincentius maa saa selv have indsat Euklids Navn, da Nemesius kun taler om «Optikere» i Almindelighed.

I Renaissancen bliver saa den yngre Redaktion, hvoraf der jo forelaa langt flere Hdss., næsten eneraadende. Den første, der udgav nogle Fragmenter i Oversættelse, var Georg Valla; han har, som Fejlene hos ham viser, benyttet Monac. 361. Kort efter udgav Venetianeren Bartholomeus Zambertus en fuldstændig Oversættelse paa Grundlag af Leidensis 7, som han egenhændigt har afskrevet efter Monac. 361, der maa have hørt hjemme i Venedig; hans Beskrivelse af det Hds., han afskrev, som ødelagt «tineis et carie» passer udmærket paa Monac. 361.

Den første Udgave af den græske Text besørgede Petrus Ramus' Discipel Johannes Pena Paris 1557. Han har benyttet Paris. 2350 og optaget de fleste af Vergetius' Ændringer; men desuden har han paa egen Haand indføjet en Mængde temmelig lange Tilsætninger, som ikke findes i noget Haandskrift, og optaget nogle Scholier i Texten ligesom Vergetius. Forholdsvis uskyldig er en Tilføjelse som denne efter Definitionerne: ταῦτα

μὲν οὖν ὑποκείσθω ἡμῖν, ἐξ ὧν τὰ ἑξῆς θεωρήματα δειχθήσεται. Mere ondartet er det derimod, naar der med Titlen *ἐκ τῶν τοῦ Πάππου* interpoleres et Stykke, som intet har med Pappos at gøre.

Af Penas Udgave afhænger Dasypodius' og Gregorius', af denne Schneiders.

Det er dette mangedobbelte Lag af Interpolationer og vilkaarlige Forandringer, som den ny Udgave har sat sig som Maal at fjerne, saa at foruden den middelalderlige latinske Oversættelse i det mindste i én af dens Former og en Samling af de hidtil for største Delen utrykte Scholier nu ogsaa begge Redaktioner foreligger i den renest mulige Skikkelse efter de virkelige Kilder.

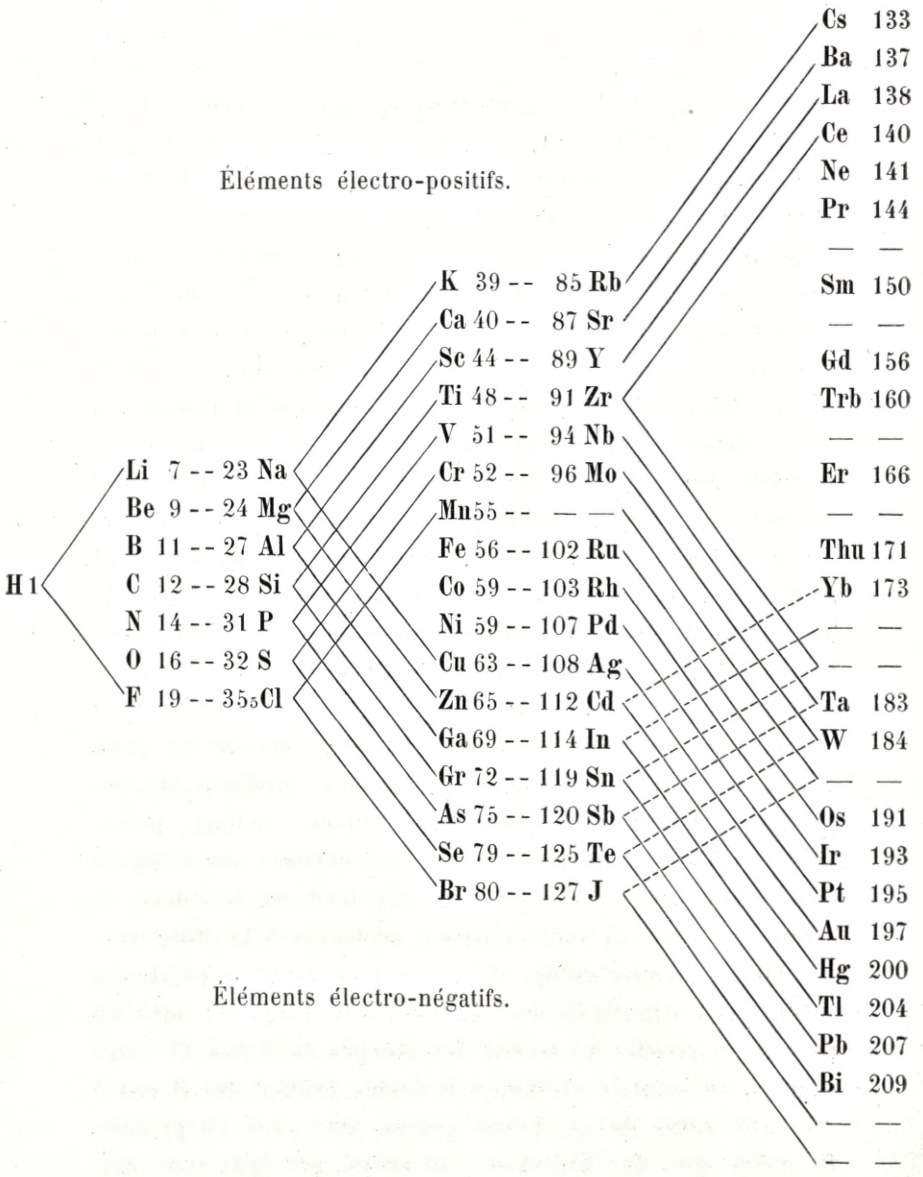
Classification des corps simples.

Par

Julius Thomsen.

(Présenté dans la séance du 22 mars 1895.)

Il y a 26 ans que M. Mendeleiew et feu Lothar Meyer ont démontré que les propriétés chimiques et physiques les plus importantes des corps simples pouvaient se concevoir comme fonction périodique de la grandeur de leurs poids atomiques. Depuis lors on a cherché à grouper les corps simples en suivant un ordre tel que cette périodicité pût en ressortir aussi nettement que possible. Tel que Mendeleiew et, comme lui, Lothar Meyer dressèrent leur premier tableau des corps simples groupés d'après la grandeur de leurs poids atomiques, ces corps y étaient répartis en groupes de sept éléments (parfois de dix), et le tableau contenait onze de ces groupes. Toutefois on constata bientôt que cette division tranchée ne répondait pas suffisamment à la périodicité cherchée; aussi modifia-t-on le tableau de manière à lui faire contenir deux groupes de sept éléments chacun (savoir, du lithium au chlore) et cinq groupes de dix-sept éléments chacun. Mais cette forme, elle aussi, ne saurait satisfaire complètement aux exigences; car le tableau n'est pas convenablement agencé pour contenir les éléments des nombreux corps terreux assez rares qui semblent présenter un groupe d'éléments analogues et ne diffèrent que peu quant à la grandeur de leurs poids atomiques.


Éléments électro-positifs.
H 1
Li 7 -- 23 Na
Be 9 -- 24 Mg
B 11 -- 27 Al
C 12 -- 28 Si
N 14 -- 31 P
O 16 -- 32 S
F 19 -- 35,5 Cl
K 39 -- 85 Rb
Ca 40 -- 87 Sr
Sc 44 -- 89 Y
Ti 48 -- 91 Zr
V 51 -- 94 Nb
Cr 52 -- 96 Mo
Mn 55 -- — —
Fe 56 -- 102 Ru
Co 59 -- 103 Rh
Ni 59 -- 107 Pd
Cu 63 -- 108 Ag
Zn 65 -- 112 Cd
Ga 69 -- 114 In
Gr 72 -- 119 Sn
As 75 -- 120 Sb
Se 79 -- 125 Te
Br 80 -- 127 J
Cs 133
Ba 137
La 138
Ce 140
Ne 141
Pr 144
— —
Sm 150
— —
Gd 156
Trb 160
— —
Er 166
— —
Thu 171
Yb 173
— —
— —
Ta 183
W 184
— —
Os 191
Ir 193
Pt 195
Au 197
Hg 200
Tl 204
Pb 207
Bi 209
— —
— —
Éléments électro-négatifs.

La classification que j'emploie pour les corps simples et qu'on retrouve ci-dessus, me paraît au contraire plus satisfaisante et en même temps plus homogène que les tableaux présentés jusqu'ici. Comme le montre le tableau, la majorité des corps simples (l'hydrogène excepté, comme formant le point de départ) se divise en trois groupes principaux, dont le premier contient deux séries, chacune de sept éléments; le deuxième groupe aussi a deux séries de dix-sept éléments chacune, et le troisième une série de 31 éléments; à quoi le cours du temps fera probablement rattacher une autre série de corps simples, tout aussi grand et dont jusqu'à présent l'on n'a découvert que deux éléments (thorium et uranium).

Le tableau donne d'une manière synoptique la filiation des corps simples. Les éléments fortement électro-positifs se trouvent partout à l'une des extrémités de chaque série (savoir le haut du tableau), tandis que les corps simples fortement électro-négatifs occupent l'autre extrémité de la série (le bas du tableau). Le caractère électrique des éléments, et avec lui leur caractère chimique, présente donc de série à série, dans ses variations, les mêmes analogies que leurs places dans le tableau.

L'hydrogène forme le point de départ; c'est de lui qu'on va, d'une part, aux éléments monovalents fortement électro-positifs et analogues à l'hydrogène: lithium, sodium, potassium, rubidium et cæsium, et, du côté opposé, aux éléments monovalents électro-négatifs, tels que le fluor, le chlore, le brome et l'iode, qui sont également analogues à l'hydrogène.

Or, le premier groupe de 2 fois 7 éléments, répond tout à fait à la juxtaposition dont on s'est servi jusqu'ici; mais en passant du premier au second des groupes de 2 fois 17 corps simples, on constate clairement la double relation des éléments des deux séries de ce dernier groupe avec ceux du premier. De même que, de l'hydrogène, on arrive, par deux voies diamétralement opposées, à des corps analogues tant électro-

positifs qu'électro-négatifs, de même on passe du sodium, soit aux métaux alcalins qui lui sont analogues, potassium, rubidium et cæsium, soit au métaux pesants, cuivre, argent et or. De même, le magnésium ouvre la voie, tant aux métaux alcalino-terreux, calcium, strontium, baryum, qu'aux métaux lourds, zinc, cadmium, mercure, et ainsi de suite.

La principale différence entre la classification que j'ai choisie et les autres, se trouve toutefois dans le troisième groupe de corps simples, qui dans le tableau ne figure qu'avec une série assez complète (l'autre série de ce groupe n'ayant de connu, comme on l'a dit, que deux éléments, le thorium et l'uranium). La série en question comprend tous les corps simples depuis le cæsium, qui sous le rapport électro-positif forme un bout de la chaîne, jusqu'au bismuth rangé parmi les corps électro-négatifs, et qui ont leurs poids atomiques entre 133 et 209. Les deux derniers éléments de la série sont inconnus; mais cette série en arrivera assez sûrement à contenir les 31 éléments indiqués dans le tableau.

De même qu'en passant du premier au second groupe on constate une filiation dans le sens soit électro-positif, soit électro-négatif, de même aussi ce phénomène se retrouve quand on passe du second au troisième groupe; mais ce dernier contient beaucoup de corps simples qu'on n'a pas complètement étudiés, ce qui limite la possibilité d'établir cette double relation de parenté. On voit par le tableau comment les lignes pleines partent du zirconium dans deux directions opposées menant, l'une au cérium, qui a pour poids atomique 140, l'autre à un corps simple encore indéterminé, dont le poids atomique sera 180. Entre ces deux extrêmes s'insère alors la majeure partie des éléments qui ont des relations réciproques et répondent aux corps terreux rares. Les lignes ponctuées indiquent les analogies d'un caractère moins saillant, par exemple, du cadmium à l'ytterbium (par les sulfates), du wolfram au tellure, au sélène et au soufre (par le sulfate $RSO_4 . 7aq$), etc.

Le tableau contient tous les corps simples et leurs poids atomiques compris dans le tableau publié par F.-W. Clarke dans «The Journal of the American chemical Society, vol. XVI, n° 3, march 1894». Le tableau présente les poids atomiques en nombres arrondis; car les nombres entiers suffisent à guider le lecteur. Je termine en signalant un curieux détail, savoir que les diverses séries présentent respectivement les nombres des corps simples 1, 7, 17 et 31, et ces nombres paraissent se relier entre eux par la solidarité que voici:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 3+1+3 \\ 5+3+1+3+5 \\ 7+5+3+1+3+5+7 \end{array}$$

N'y a-t-il dans cette relation qu'un pur hasard? C'est à l'avenir de le montrer; mais je n'en ai pas moins voulu relever la possibilité d'une cause plus intime.

Om den sandsynlige Forekomst af en Gruppe uvirksomme Grundstoffer.

Af

Julius Thomsen.

(Meddelt i Mødet den 19. April 1895.)

Opdagelsen af Grundstoffet «Argon» og Fremkomsten af nogle mindre Meddelelser fra Lecoq de Boisbaudran[1]) og Sedgwick[2]), som vedrøre samme Emne, ere Anledningen til, at jeg her fremkommer med nogle Tanker, som allerede i Aar og Dag have sysselsat mig, men som jeg ikke hidtil har villet offentliggøre for ikke at belemre Videnskaben med Hypotheser, som vanskelig kunne kontrolleres ved Erfaringen; men da nu Spørgsmaalet om en ny Gruppe af Grundstoffer staar paa Dagsordenen, har jeg ikke troet længere at burde tilbageholde mine Tanker desangaaende.

I Grundstoffernes periodiske System iagttager man, som bekendt, en Ændring af Elementernes Valens, efterhaanden som Atomvægten stiger; i hver Række begynder Valensen med 1, stiger da efterhaanden til et Maximum (4 eller højere) og vender dernæst atter tilbage til 1 for Rækkens sidste Led.

Med den stigende Atomvægt forandres tillige Stoffets elektrokemiske Karakter; hver Række begynder med et stærkt

[1]) Compt. rendus **120**, 361 (Febr. 1895).
[2]) Chem. Centralb. 1895. I, 818 (efter Chem. News **71**, 139).

elektropositivt Element og slutter med et stærkt elektronegativt, medens de mellemliggende Elementer danne en jævn Overgang imellem disse Yderled.

Efter det stærkt elektronegative Element i en Række følger altsaa umiddelbart det stærkt elektropositive Element i den følgende Række. Dette er et paafaldende Fænomen; thi medens den elektrokemiske Karakter forandrer sig jævnt fra positiv til negativ indenfor Rækkens Grænser, sker et pludseligt Spring fra stærkt negativ til stærkt positiv, naar Atomvægten stiger med de faa Enheder, som udgør Forskellen imellem Atomvægten for det sidste Led i en Række og det første i den derpaa følgende.

Saafremt Grundstoffernes kemiske Karakter overhovedet bør anses som en Funktion af Atomvægten, — og derom bør man næppe tvivle, — maa en saadan Funktion ogsaa følge de almindelige Regler for samme. Nu foregaar ved kontinuerlige periodiske Funktioner Overgangen fra positiv til negativ eller omvendt enten gennem Nul eller gennem Uendelig, i det første Tilfælde er Overgangen jævn, i det sidste pludselig. Det første Tilfælde svarer til den jævne Overgang fra positiv til negativ indenfor hver Rækkes Grænser, som Ordningen af Elementerne efter Atomvægtenes Størrelse fremviser, det sidste Tilfælde derimod til det pludselige Spring fra negativ til positiv ved Overgangen fra en Række til den følgende.

Det ligger derfor meget nær at antage, at Overgangen fra den ene Række til den næste dannes af et Element, hvis elektrokemiske Karakter er $\pm\infty$, d. v. s. at det er elektrokemisk indifferent. Valensen for et saadant Element maatte da blive Nul, d. v. s. det danner ingen stabile Forbindelser; og dette inaktive Element vilde da danne et naturligt Overgangsled imellem de tvende paa hinanden følgende monovalente Elementer, det ene elektronegativt, det andet elektropositivt, som ere Slutnings- og Begyndelsesled for to paa hinanden følgende Rækker.

Antager man nu, at Overgangen imellem de forskellige

Rækker Grundstoffer i det periodiske System, saaledes som jeg har ordnet det i min Afhandling «Classification des corps simples»[1], dannes af saadanne inaktive Elementer, saa følger umiddelbart, at deres Atomvægte maa blive 4, 20, 36, 84, 132, 212 og 292, og det periodiske System maatte da faa følgende 7 Rækker Elementer:

I.	Brint	**0**	1	**4**
II.	Lithium-Fluor . . .	**4**-7-9-11-12-14-16-19-**20**		
III.	Natrium-Chlor . . .	**20**-23-24-27-28-31-32-35-**36**		
IV.	Kalium-Brom . . .	**36**-39-40	79-80-**84**	
V.	Rubidium-Jod . . .	**84**-85-87	125-127-**132**	
VI.	Cæsium	**132**-133-137		**212**
VII.	—	**212**		**292**

I den 4. til 8. Række, som indeholde henholdsvis 17 og 31 Led (se min ovennævnte Afhandling) ere kun de første og sidste Led angivne i Tabellen, da det vil være tilstrækkeligt til Orientering; i den sidste Række ere hidtil, som bekendt, kun to Grundstoffer (Thorium og Uranium) opdagede.

I denne Form frembyder nu det periodiske System nye Momenter for theoretiske Betragtninger. Gaar man saaledes ud fra Hypothesen om Materiens Enhed, som trods alle Angreb paa samme dog ikke kan fortrænges fra Naturforskernes Tanker, saa finder man, at de hypothetiske inaktive Elementer maa være opstaaede ved en saadan regelmæssig og sluttet Gruppering af Uratomerne, at de derved opstaaede Molekuler ikke frembyde Ligevægten forstyrrende Angrebspunkter for kemisk virkende Stoffers Indvirkning; de ville derfor ikke kunne danne stabile Forbindelser, men følge kun Gravitationens almindelige Love. Det ligger derfor ogsaa nær at antage, at disse Elementers Atomvægte vise simple Talforhold, og Tabellen viser Multipla af 4.

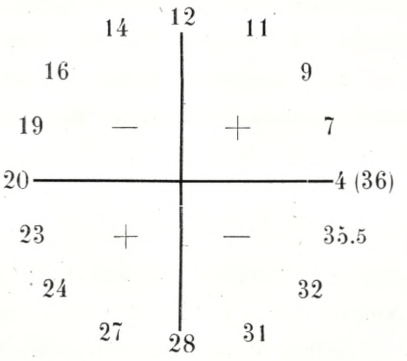
[1]) Kgl. Danske. Vid. Sels. Forh. Oversigterne 1895, s. 132 fl.

Naar et saadant inaktivt Elements Atomvægt forøges eller formindskes, modtager derved Elementet kemiske og elektriske Egenskaber, og det saaledes, at en Forøgelse af Atomets Masse giver et elektropositivt Element, en Formindskelse af samme derimod et elektronegativt Element; den elektrokemiske Karakter fremtræder ved denne første Ændring af det inaktive Grundstofs Masse med den største Intensitet. Ved denne Forøgelse eller Formindskelse af Atomets Masse fremtræder tillige Evnen til at danne kemiske Forbindelser, Atomet bliver monovalent eller polyvalent, alt efter Størrelsen af den Ændring, som Atomvægten undergaar, indtil denne har naaet Halvdelen af Intervallet imellem Atomvægten for de to inaktive Elementer, som afslutte hver Række. Naar Ændringen af Atomets Masse yderligere voxer, aftager atter Valensen, indtil den gennem **1** danner Overgangen til det inaktive Element, som adskiller Rækkerne. Dette vil altsaa være Forholdets almindelige Karakter; Egenskaberne danne paa denne Maade en kontinuerlig Funktion af Atomvægten; men den opstillede Gruppering giver endvidere Antydninger med Hensyn til Formen af det mathematiske Udtryk for denne Forbindelse imellem Grundstoffernes Egenskaber og deres Atomvægt.

Forandringen af Elementernes elektrokemiske Karakter, dels jævnt igennem Nul, dels pludselig igennem $-\infty$ og $+\infty$, ligesom Valensens Tiltagen og Aftagen, fra Nul til et Maximum og derfra tilbage til Nul, alt eftersom Atomvægten stiger, fører uvilkaarlig Tanken paa de trigonometriske eller elliptiske Funktioner; thi ogsaa ved disse finder, som bekendt, det Forhold Sted, at Værdierne voxe og aftage og forandre Karakter med stigende Størrelse af Buen eller Vinklen.

Naar man f. Ex. indtegner Elementerne af den første Gruppe, fra Lithium til Klor, paa en Kreds, hvis Omkreds er 32, idet man gaar ud fra 4 som er Atomvægten for det første inaktive Element, saa fremkommer omstaaende Billede af Grupperingen, i hvilket Grundstofferne ere betegnede ved deres

Atomvægt. Man ser da strax, at Grundstofferne i den 1. og den 3. Kvadrant ere elektropositive, i den 2. og 4. Kvadrant elektronegative, og endvidere, at den stærkeste elektrokemiske Karakter findes hos de Elementer, som slutte sig til Kredsens



vandrette Diameter, d v. s. til de inaktive Elementer (4, 20 og 36) i det foreliggende Exempel altsaa Lithium og Klor, Natrium og Fluor, medens Kulstof og Silicium med ubestemt elektrokemisk Karakter slutte sig til den lodrette Diameter. Dette Forhold minder strax om Funktionen cotang. x; betegner man nemlig Atomvægten med a, kan den elektrokemiske Karakter, e, for samtlige Elementer i denne Gruppe udtrykkes ved

$$e = \text{cotang.} \frac{a-4}{16}\pi,$$

idet det selvfølgelig ikke er Meningen derved at angive den absolute Størrelse af Elementernes elektriske Karakter, men kun at vise, hvorledes denne i sine Hovedtræk er afhængig af Atomvægten.

Med Atomvægten forandrer sig nu ogsaa Elementets Valens; fra Nul voxer den i 1. Kvadrant indtil et Maximum (i det foreliggende Tilfælde til 4), vender igennem den 2. Kvadrant tilbage til Nul, opnaar atter i Slutningen af 3. Kvadrant sit Maximum,

og vender saa i 4. Kvadrant tilbage til Nul. Denne gentagne Stigen og Falden af Elementernes Valens, efterhaanden som Atomvægten gennemløber den hele Gruppe fra 4 til 36, finder ogsaa sit Udtryk ved de i Kvadranterne indskrevne + og —. Med Hensyn til den mathematiske Form for Valensens Afhængighed af Atomvægten, kan der i den givne Udvikling ogsaa findes Antydninger. Et saadant Forhold som det nysomtalte, vilde nemlig i den simpleste Form kunne udtrykkes ved $m\,(\sin.\,x)^2$, naar m betegner Valensens Maximum, altsaa i det foreliggende Tilfælde 4. Man kan derfor antage, at Formlen

$$v = 4\,.f.\left(\sin.\frac{a-4}{16}\pi\right)^2$$

hvor f betegner en Funktion af Kvadratet paa Sinus, som maatte blive Nul for a lig 4 eller 20 og 4 for a lig 12 eller 28, vilde paa en simpel Maade vise Valensens Stigen og Falden med Atomvægtens Tiltagen fra 4 til 36.

I den anden Hovedgruppe af Elementer med Atomvægte fra 36 til 132 (Kalium til Jod) genfindes jo de samme almindelige Forhold imellem Atomvægten og Stoffernes Egenskaber, og der er ingen Tvivl om, at ogsaa Forholdet i denne Gruppe maa kunne finde sit Udtryk i de ovennævnte Formler, kun maa selvfølgelig Konstanterne være andre, Maximum for Valensen bør maaske sættes noget højere, og Vinklen bør betegnes ved $\frac{a-36}{48}\pi$, og muligvis vilde en Gruppering paa Omkredsen af en Ellipse bedst svare til Forholdene. Og paa lignende Maade maatte det da gaa med den 3. Hovedgruppe af Elementer med Atomvægt fra 132—292, af hvilke endnu kun den første Halvdel delvis er bekendt. Med Hensyn til den første lille Gruppe med Atomvægt Nul til 4, kan man med Føje antage, at der foruden Brint ikke findes noget Grundstof i samme, eftersom Atomvægten for det første inaktive Element er 4, og den derved fremtrædende Forskel i Atomvægten stemmer med, hvad der findes i de andre Rækker.

Ved Antagelsen af, at der findes de omtalte inaktive Elementer med Atomvægt 4, 20, 36, 84, 132, 212 og 292, hvis elektrokemiske Karakter er Indifferentisme, og hvis Valens er Nul, vil den af mig angivne Gruppering af Elementerne lade Periodiciteten i Elementernes Egenskaber fremtræde som en kontinuerlig Funktion af Atomvægten; men samtidig vil man da ogsaa kunne iagttage Aarsagen til, at hver Gruppe kommer til at indeholde 2 Rækker Elementer; thi hver Gruppe svarer til de fire Kvadranter i den kredsformige Ordning af de i samme indeholdte Elementer. Jeg tror derfor at kunne haabe, at det periodiske System for Grundstofferne ved den her omhandlede Udvidelse har modtaget en Skikkelse, som vil kunne lette en fremtidig virkelig mathematisk Behandling af Problemet om Afhængighedsforholdet imellem Grundstoffernes Atomvægt og deres almindelige Egenskaber.

Midtgruppen paa Parthenonsfrisen.

Af

J. L. Ussing.

(Meddelt i Mødet den 3die Mai 1895.)

Phidias' Tanke at smykke Parthenons Cellafrise med et sammenhængende Festoptog er saa simpel og naturlig, at vi genfinde den paa mange Steder og til mange Tider, oftest vistnok uden mindste Tanke om Efterligning af Parthenonsfrisen. Man kunde anføre det Ydre af Thorvaldsens Museum, men større kunsthistorisk Betydning har det at anføre de gamle kristelige Basiliker, hvor man ser de lange Rækker af hellige Mænd og Kvinder i hvide Klæder bevæge sig fra begge Sider hele Langhuset igennem henimod Koret, i hvis Apsis Frelseren selv troner. Men der er den Forskel, at i det sidstnævnte Tilfælde findes Dekorationen i det Indre af Bygningen, saa at den kan oversees paa en Gang; Parthenonsfrisen sidder udvendig, saa at man kun kan se een Side ad Gangen. Dog har Kunstneren ikke villet, at den skulde undvære sit Midtpunkt, og dette maatte naturligvis findes over Templets Hovedindgang, paa Østsiden af Templet. Her sidde Guderne, til hvis Ære dette Festoptog foretages, Halvdelen vendt imod det fra Nordsiden og Halvdelen imod det fra Sydsiden kommende Tog. Ved enhver Fest eller Ofring tænkes den Gud, til hvis Ære Festen holdes, at komme personlig til Stede, usynlig, men derfor ikke mindre virkelig. Kunstneren maatte selvfølgelig gøre dem synlige

ligesom Guden inde i Templet, der staar i al sin Majestæt lige overfor de tilbedende. Han fandt i denne Henseende ogsaa et Fingerpeg i den ved flere Fester brugelige Skik at fremsætte Stole eller Bænke og Borde for de Guder, man indbød til at komme og hvis Nærværelse man ventede, de saakaldte Theoxenier eller Lectisternier.

Romernes Lectisternia bleve optagne fra Grækenland, ifølge sikker Overlevering første Gang Aar 399 f. Kr. Da en pestagtig Sygdom hærgede Folket, raadspurgte man de Sibyllinske Bøger, og efter deres Bud forsonede man 3 Gudepar, Apollo og Latona, Diana og Hercules, Mercurius og Neptun, ved en flere Dages Fest, hvor man fremsatte pragtfuldt opredte Løjbænke for dem med rigt dækkede Borde foran [1]). Der var en Løjbænk for hvert Par. I den ældste Tid sad man til Bords, ligesom vi gøre det. Saaledes altid hos Homer, og endnu paa en bekendt Vase med røde Figurer i den strenge Stil, Sosias' Skaal, se vi Guderne siddende med Skaale i Hænderne [2]). Men i det 6te Aarhundrede, som det synes, udbredte sig baade i Grækenland og i Italien den Skik, at Mændene laa til Bords, og dette holdt sig hele Oldtiden igennem, naar undtages enkelte afsides og tarvelige Egne, hvor den gamle Skik bevaredes, som paa Kreta [3]). Ikkun Kvinderne (at sige anstændige Kvinder) og Børn sad. De Bænke (κλίναι, lecti), der hertil brugtes, og som vi se fremstillede paa utallige Afbildninger med deres Tæpper og Hovedpuder, vare bestemte til to Personer; i Nødstilfælde kunde ogsaa en tredie faa Plads. Dette er saa konstant, at man angav Spisesalenes Størrelse efter, hvor mange Løjbænke

[1]) Livius V, 13, 6: Duumviri sacris faciundis, lectisternio tunc primum in urbe Romana facto, per dies octo Apollinem Latonamque, Dianam et Herculem, Mercurium atque Neptunum tribus quam amplissime tum apparari poterant, stratis lectis placavere.

[2]) C. O. Müller, Denkmäler d. alten Kunst I, pl. XLV. Denkmäler des Kaiserl. deutsch. archäol. Instituts I, Taf. 9—10.

[3]) Athenæus IV, p. 143 e.

de rummede[1]). De fra Horats og andre Forfattere, ligesom og fra Pompeii bekendte Triclinier, der bestaa af 3 sammenstillede Bænke, hver til 3 Personer, og et Bord i Midten, tilhøre en noget senere Tid.

Lectisternierne vare i Begyndelsen sjældne i Rom og holdtes kun, naar der var en særlig Anledning dertil. Annalerne anførte, hver Gang dette var sket. Hos Livius læse vi, at det skete 3die Gang Aar 364, 4de Gang 348, 5te Gang 326, altid for de samme Guder[2]); men i 218 anordnes Lectisterniet ogsaa særlig for Juventas, og det næste Aar fremstillede man 6 pragtfulde Løjbænke, en for Jupiter og Juno, en for Neptun og Minerva, en for Mars og Venus, en for Apollo og Diana, en for Vulcan og Vesta, en for Mercur og Ceres. Ved den førstnævnte Lejlighed, i 218, tilføjer Livius, at hele Folket fik Befaling til at anstille lignende Fester allevegne, hvor der var beredt Plads dertil, per omnia pulvinaria[3]). Der fandtes altsaa mange saadanne Pulvinaria i Rom, og de fandtes ogsaa udenfor Rom, som i Cære, i Lanuvium ved Junos Tempel, i Tusculum ved Castors[4]). Ogsaa Divus Julius fik sit Pulvinar[5]); overhovedet maa vel Tilstedeværelsen af et saadant snarere betragtes som Regel end som Undtagelse.

Af den Maade, hvorpaa disse Lectisternier omtales, maa man slutte, at Guderne kun tænktes usynlig til Stede; Løjbænkene vare tomme, undtagen for saa vidt som der var henlagt Kranse eller Diademer paa Gudernes Pladser[6]). Men efterhaanden nøjedes den tiltagende Realisme og Skuelyst ikke dermed; man vilde se Guderne selv, og livagtige Billeder af dem bleve lagte paa Bænkene, Voxmasker med virkelige Klæder

---

[1]) Som paa Ptolemæos Philopators Nilskib, Athen. V, p. 205.
[2]) Liv. VII, 2. VII, 27. VIII, 25.
[3]) Liv. XXI, 62, 9. XXII, 10, 9. Sex pulvinaria in conspectu fuerunt etc.
[4]) Liv. XXI, 62, 8 og 4. Fest. p. 313 a.
[5]) Sueton, Cæsar 76.
[6]) Fest. l. l. Casaub. ad Suet. Cæs. 76.

ligesom Imagines ved Begravelserne. Ogsaa dette var for øvrigt laant fra Grækerne; man tænke kun paa Udstillingen af Adonis i Theokrits 15de Idyl, eller paa, hvad der her ligger os nærmere, hvorledes Rhodierne modtoge Harmodios' og Aristogitons Statuer, som Xerxes i sin Tid havde røvet fra Athen, men Kong Seleukos sendte tilbage. Da Skibet landede ved Rhodos, indbød man Heroerne til Gæst og foranstaltede et prægtigt Maaltid, hvor deres Statuer bleve lagte paa Løjbænke[1]). I Rom finde vi dette tydelig beskrevet hos Livius. Ved et Lectisternium i Aaret 179 indtraf der et Jordskjælv. De paa Løjbænkene liggende Guder vendte deres Hoveder om, og det Fad med Laag over, der var sat frem for Juppiter, faldt ned fra Bordet[2]). Paa en senere romersk Lampe sees et Billede af et saadant Lectisternium. Gæsterne ere Serapis og Isis og Apollo og Diana; et Bord er sat frem foran dem[3]).

Fra Grækenland ere Vidnesbyrdene om disse Gudemaaltider ogsaa talrige, og de gaa længere tilbage i Tiden[4]). Først og fremmest finde vi hyppig Dioskurerne hædrede ved Theoxenier. Pindars 3die olympiske Ode er skrevet i Anledning af en Sejr, som Akragas' Hersker Theron havde vundet i Aaret 476. Den har Overskriften *εἰς Θεοξένια* og begynder med disse Ord: *Τυνδαρίδαις τε φιλοξείνοις ἀδεῖν καλλιπλοκάμῳ θ' Ἑλένᾳ.* Oden er altsaa sunget ved en Theoxenie-Fest, der holdtes til Ære for de hjælpende Guder Kastor og Polydeukes. «Gæstfri» ere disse Guder, og i deres Maaltid deltager ikke blot Søsteren Helena, men ogsaa Herakles (v. 60), for ikke at tale om alle de Mennesker, der beværtedes ved samme Lejlighed. En lig-

---

[1]) Valer. Max. II, 10, Ext. 1: Rhodii quoque eas (ɔ: statuas) urbi suae appulsas cum in hospitium publice invitassent, sacris etiam in pulvinaribus conlocaverunt.

[2]) Livius XL, Slutn.: Terra movit. In fanis publicis, ubi lectisternium erat, deorum capita, qui in lectis erant, averterant se, lanxque cum integumentis, quæ Jovi apposita fuit, decidit de mensa.

[3]) Montfaucon, L'Antiquité expliquée V, 2 pl. 169.

[4]) F. Deneken, de Theoxeniis. Berolin. 1891.

nende Fest i Sparta antydes i Slutningen af Euripides' Helena, hvor det spaaes hende, at hun skal kaldes en Gudinde og beværtes sammen med Brødrene [1]). I Pindars 10de nemeiske Ode (v. 97) omtales Hermes og Herakles som Deltagere i Dioskurernes Maaltid. I en Indskrift fra Paros, formodentlig fra 2det Aarhundrede f. Kr., omtales Theoxenia for Dioskurerne, og man hædrer en Mand, som har lovet at beværte Folket ved denne Fest [2]). Ja endog Billeder fra Oldtiden fremstille dem anskuelig for os. En paa Rhodos funden Vase viser os en Løjbænk med Tæpper og to Hovedpuder, og i Luften derover komme Dioskurerne ridende som for at indtage den for dem bestemte Plads [3]). Den samme Scene findes paa et Relief fra Thessalien: Løjbænken med Tæpper og to Hovedpuder, og Dioskurerne, der komme ridende igennem Luften; men her se vi ydermere foran Bænken et opdækket Bord [4]). Ved disse Billeder kommer man til at tænke paa Sagnet om de to messeniske Ynglinge, som, medens den lakedæmoniske Hær holdt Fest for Dioskurerne og Drikkelaget var begyndt, iførte hvide Kjortler og Purpurkapper, med Filthue paa Hovedet og Spyd i Haanden, paa et Par stolte Gangere kom ridende ind iblandt Lakedæmonierne, der antog dem for Dioskurerne selv, indtil de pludselig brød Illusionen ved at myrde til højre og til venstre og styrte afsted i Galop [5]).

[1]) Eurip. Helen. 1668: *ξένιά τ' ἀνθρώπων πάρα ἕξεις μεθ' ἡμῶν.*

[2]) Rangabé, Antiquités Helléniques II, 770 c. v. 48, Overskriften: *Διοσκόροι.* v. 55: *λαχόντος αὐτῷ τοῦ ἱεράζειν τοῖς Διοσκόροις ἐν τῇ θυσίᾳ τῇ γενομένῃ τοῖς θεοξενίοις.* v. 59: *ἐπαγγέλλεται δημοθοινήσειν ἐν τοῖς θεοξενίοις.*

[3]) Fröhner, Deux peintures de vases grecs de la nécropole de Kamiros. Paris 1871.

[4]) Heuzey et Daumet, Mission archéologique de Macedoine (1876) pl. 25. Monumentet er et Anathem til Dioskurerne i Anledning af en vunden Sejr. En Nike kommer flyvende med en Krans til en Mand, som ofrer paa Alteret, der staar foran Bordet; en Kvinde staar bagved Manden. Indskriften lyder: *θεοῖς μεγάλοις ΔΑΝΑΑΤΟΟΝΕΙΤΕΜΑ*, d. e. efter Blass' Formodning *Δανᾶ Ἀτθονειτεία*, formodentlig Mandens Moder, se Satura philol. H. Saupp. obl. p. 119.

[5]) Pausan. IV, 27, 1. Polyæn. II, 31, 3.

Men fordi vi, maaske tilfældig, have flest Vidnesbyrd om Theoxenier for Dioskurerne, kan man ikke slutte, at de enten ene eller dog fortrinsvis holdtes for dem. Vi ville i denne Henseende ikke indskrænke os til at anføre Hesychios' Glosse: *Θεοξένια κοινὴ ἑορτὴ πᾶσι τοῖς θεοῖς*, men vi ville se, hvorledes dette stadfæstes ved andre Forfatteres og ved Indskrifternes Vidnesbyrd. Først maa vi nævne Theoxenierne for Apollo. Saadanne holdtes efter Pausanias i Pellene i Achaia i Forbindelse med Kamplege, og i selve Delphi læse[1]) vi, at de kaldtes *Ξένια*, og at Guden syntes at byde Heroerne til Gæst. Hos Isokrates læse vi, at efterat Timotheos ved sine Sejre til Søs havde bragt Lakedæmonierne til at slutte Fred (Aar 374), fejrede Athen hvert Aar en Fest for Fredens Gudinde, og det er aabenbart efter en fuld paalidelig Kilde, at Cornelius Nepos omtaler denne som Theoxenia[2]). Attiske Indskrifter omtale ofte, hvorledes Løjbænken bliver bredt (*κλίνης στρῶσις*) og Bordet smykket (*κόσμησις τῆς τραπέζης*) for forskellige Guder. Saaledes for Zeus Soter og Athene[3]), for Athene Polias[4]), for Asklepios og Hygiea[5]), for Pluto[6]), for Gudernes Moder og Attis[7]). Paa samme Maade roser en Indskrift fra Chios[8]) en Mand, fordi han har skænket *τὴν στρωτὴν καὶ τὰς καθέδρας Μητρὶ*. Her sidde altsaa Gudinden og hendes Gæster efter gammel Skik paa Stole; Lænestole (*θρόνους*) finde vi Orgeonerne i Piræeus fremsætte for deres Guder[9]). Pausanias beretter, at der i Forhallen

[1]) Pausan. VII, 27, 2. Schol. Pind. Nem. VII, 68.

[2]) Isokrat. 15, 110. Cornel. Nep. Timoth. 2, 2: quæ victoria tantæ fuit Atticis lætitiæ, ut tum primum arae Paci publice sunt factae eique deæ pulvinar sit institutum.

[3]) Corp. Inscr. Attic. II, n. 305.

[4]) C. I. A. II, n. 374.

[5]) C. I. A. II, n. 453 b. 453 c.

[6]) C. I. A. II, n. 948. 949. 950.

[7]) C. I. A. II, n. 622: *εἰς ἀμφότερα τὰ Ἀττίδεια.*

[8]) Bulletin de Correspondance Hellénique III, p. 324.

[9]) C. I. A. II, n. 624, 9 f.: *καὶ τὰς λοιπὰς στρωννύειν θρόνους δύο ὡς καλλίστους.* Guderne ere maaske Bendis og Asklepios, som paa den med Relief forsynede Indskrift i Ny Carlsbergs Glyptothek n. 1043 a.

til Heras Tempel ved Argos stod en κλίνη τῆς Ἥρας, og i Athena Aleas Tempel i Tegea en κλίνη ἱερὰ τῆς Ἀθηνᾶς[1]). Da Thebæerne havde ødelagt Platææ, benyttede de en Del af Byttet til at lade gøre Løjbænke til Hera, hvis Tempel de opførte fra ny af med stor Pragt[2]). Og naar vi i Parthenons Inventarier finde omtalte Bænke og Stole, er det rimeligt nok, at disse kunne have været brugte ved Theoxenier. Fordi dette ikke andensteds er dokumenteret, kunne vi godt tænke os Panathenæerne som Theoxenier[3]). Men, vilde maaske en spørge, blive saa ikke alle Offerfester Theoxenier? Forstaaes dette som en Beværtning af Guderne, synes Spørgsmaalet at kunne besvares bekræftende; men Navnet er aabenbart kun blevet brugt, hvor der holdtes et større Offermaaltid, hvorved ogsaa en stor Del af Folket eller i det mindste Statens Øvrighed og Raad bleve beværtede. Ved en saadan Lejlighed maatte det vises, at det dog egentlig er for Gudernes Skyld, at Festen holdes, og at de ere de rette Hædersgæster, saa at der først og fremmest bør dækkes Bord for dem.

Panathenæerne kunde vel kaldes Athens største Fest; i hvert Fald var det panathenæiske Festoptog det anseligste af denne Art; der er derfor ingen Tvivl om, at det er dette, Phidias har villet gengive paa Frisen. Vi have mange Efterretninger fra Oldtiden om Panathenæerne, om de ved denne Fest fejrede Lege, og om Optoget[4]), og det stemmer godt med disse, naar vi her paa Frisen først se de unge attiske Piger komme gaaende parvis med Skaale og Kander i Hænderne, derefter det lange Tog af Offerdyr, Køer og Faar, saa Mænd, der bære store Truge og svære Krukker paa deres Skuldre, derefter Fløjtespil-

[1]) Pausan. II, 17, 3, VIII, 47, 2.

[2]) Thukyd. III, 68, 3.

[3]) Furtwängler, Meisterwerke der griechischen Plastik S. 189: «Ein den Theoxenien gleicher Brauch kann bei den Panathenæen sehr wohl vorausgesetzt werden, wenn er hier auch nicht so hiess».

[4]) Alle Dokumenter ere samlede hos Michaelis, Der Parthenon S. 318 ff.

lere og Citharspillere, saa en Skare af attiske Borgere til Fods, endelig en lang Række Stridsvogne eller Processionsvogne forspændte med 4 Heste, og til sidst det store Tog af Athens ridderlige Ungdom paa deres fyrige, vel skolede Heste. Men saa vidunderlig Natursandheden er i de enkelte Skikkelser, saa var det dog ingenlunde Kunstnerens Hensigt at give en realistisk og i det enkelte nøjagtig Fremstilling af Toget. Saa kunde han ikke have behandlet Ryttertoget med den Afvexling, hvormed dette er sket, og ikke medtaget Forberedelserne dertil, medens han oversprang det bevæbnede Fodfolk og Efeberne, som naturligvis ogsaa vare med, og som Forfatterne ogsaa omtale ved denne Lejlighed. Der er dog en Ting, man har savnet endnu mere end disse. Paa de store Panathenæer fik Athenes gamle, himmelfaldne Billede en ny Klædning, πέπλος, et Pragtstykke, hvorpaa der havde været vævet i 4 Aar af udvalgte attiske Borgerinder; paa rødgul Grund var der indvirket talrige Figurer, Guderne paa deres Stridsvogne kæmpende med Typhon, med Giganterne o. a. l. Denne Peplos skulde vises for hele Folket, og dette skete paa lignende Maade som ved vore Processionsfaner; man ophængte den som Sejl paa en Raa, og Masten, der bar denne, stod paa et Skib, der kørtes igennem Gaderne. Hvorfor har Phidias ikke medtaget dette, der dog betragtedes som noget særlig mærkværdigt? Han har vel fundet, at en saadan svær og død Maskine vilde passe daarligt ind i denne lette og livlige Skare af de skønneste Mennesker og de skønneste Dyr, der lydig fulgte deres Føreres Bud. Han har jo ogsaa, som vi have set, ingenlunde kunnet faa alt med. Dertil kommer, at Skibet, som vi vide, gik fra Porten igennem Keramikos og andre Dele af den lavere By, men standsede i Nærheden af Areopagos uden at komme op paa Borgen. Det var da naturligt, om Kunstneren betragtede den Del, der gjorde hele Toget med og kom helt op til Templet og Alteret, hvor Guderne selv indfandt sig, som den vigtigste. Men kunde Skibet ikke komme op paa Borgen, maatte jo Peplos tages ned af Masten, og

sammenlagt eller sammenrullet bæres op til Gudinden. Herved var der rigtignok ingen Stads; men idet man, ganske vilkaarlig, forudsatte, at dette skulde være Festens Hovedmoment, mente man, at det ikke kunde mangle paa Frisen, og antog, at Overleveringen af Peplos var fremstillet i den Gruppe af en Mand og en Kvinde tillige med en Dreng og to Smaapiger, som lige i Midten af Østfrisen adskiller de to Rækker af siddende Guder, der vende sig hver til sin Side. Men ligesom denne menneskelige Gruppe intet har at gøre med de siddende Guder, har den endnu mindre at gøre med Festtoget, hvis forreste Spids paa begge Sider findes i meget lang Afstand derfra. Snarere hører den sammen med de ældre og yngre Mænd, som paa den anden Side af de siddende Guder staa i rolig Samtale og vente paa det kommende Tog.

Den omtalte Midtgruppe bestaar af en Kvinde med to smaa Piger, der bære Stole paa Hovederne af samme Slags som de, hvorpaa Guderne sidde[1]), og en ældre Mand i en lang præstelig Dragt med en Dreng, hvem han enten overgiver eller af hvem han modtager et stort sammenfoldet Klæde. Den almindelige Antagelse er nu, at de to unge Piger bringe Stole, som Præsten og Præstinden skulle sidde paa, og at Drengen overleverer Gudindens Peplos til Athenes Præst. Men en Athenes Præst existerer slet ikke; Guderne have Præster, men Gudinderne Præstinder, og naar Gudinden skulde iføres en ny Klædning, var det dog rimeligt, at det var en Kvinde og ikke en Mand, der modtog denne. Men hvad der er Hovedsagen, Figurernes Bevægelse er misforstaaet. Manden modtager ikke Klædet, men han afleverer det. Han holder det svære Klæde med begge Hænder og rækker det hen til Drengen, som har Haanden løftet for at tage imod det og ser op paa Manden for

[1]) Tabouretter, *καθέδραι*. At det er Stole, er hævet over al Tvivl. At man plejede at bære saadanne Stole paa Hovedet, vide vi af Vasetegninger, se Michaelis, Parthenon S. 256.

at modtage hans Anvisning[1]). Skulde det modsatte fremstilles, maatte enten Drengen bære Klædet og Manden række Hænderne ud for at modtage det, eller ogsaa maatte Drengen allerede have afleveret det og Manden modtaget det. Det er dette sidste Motiv, man antager, Kunstneren har valgt; men havde Manden overtaget hele Byrden, maatte Drengen lade Haanden synke, da den nu ikke mere har noget at gøre, medens det er øjensynligt, at han griber fat i Klædet, og der var heller ingen Grund for ham til at se spørgende op paa Manden. Bevægelsens Motiv er opfattet rigtig af Flasch[2]), men han antager, at Klædet er Præstens Overkappe, som han har afført sig «for at gøre sig færdig til den ham paahvilende hellige Funktion, Slagtningen af Offerdyrene», noget der dog uden al Tvivl vilde være udtrykt tydeligere, hvis man overhovedet havde villet udtrykke sligt. Ogsaa Overbeck indrømmer, at Drengen ikke overleverer Klædet; men da han dog ikke kan komme bort fra, at det maa være Peplos, mener han, at Manden og Drengen ere i Færd med at sammenfolde det store Stof til Opbevaring[3]), unægtelig et saare ubetydeligt Motiv. Furtwängler derimod fastholder endnu den gamle Vildfarelse, at det skulde være Overleveringen af Peplos og søger at forsvare den med sædvanlig Suffisance[4]). Der er herimod intet andet at gøre end at op-

[1]) Dette, som er tydeligt nok paa den bevarede Plade i British Museum, viser sig dog endnu tydeligere paa den lille Terrakottakopi i Antiksamlingen i Kjøbenhavn, som er udførlig beskrevet i Waldsteins Essays on the art of Pheidias p. 234 ff., og hvis Berettigelse til at tages med i Betragtning ogsaa hævdes af Furtwängler: Meisterwerke der griechischen Plastik S. 743 f. Medens Furtwängler antager den for at være en romersk Kopi omtrent fra Augusts Tid, er jeg mere tilbøjelig til med Waldstein at antage, at den hidrører fra en af Choiseul Gouffier i sin Tid tagen Afstøbning.

[2]) Flasch, Zum Parthenonfriese, Würzburg 1877, S. 83 ff.

[3]) Overbeck, Geschichte der griechischen Plastik, 4te Ausg. I, S. 441.

[4]) Furtwängler, Meisterwerke der griechischen Plastik S. 185: «Man hat gemeint, die Motive seien nicht die des Ueberreichens. Und doch ist ja so lebendig und naturwahr dargestellt, wie der Mann den schweren Stoff, den er von dem Knaben empfangen, mit beiden Händen empor-

fordre Læseren til at se paa Monumentet selv, og hvis han ikke føler sig overbevist ved at se paa Manden og Drengen, da at vende Øjet til den parallele Gruppe, Kvinden med de to Piger, hvor det om muligt endnu tydeligere viser sig, at Stolene ikke bringes, men hentes. Det er ikke den voxne Kvinde, men den foran hende staaende Pige, der har grebet fat paa Stolebenet; hun selv har sluppet det med sin venstre Haand og søger nu kun med den højre at lægge Stolen til Rette paa Pigens Hoved. Den anden unge Pige har for længe siden faaet sin Stol tilbørlig anbragt, og vender sig nu for at gaa bort. Hendes Bevægelse kan ikke forstaaes paa anden Maade. Naar Furtwängler mener, at hun vender sig om for at se efter sin Efterfølgerske, og deri finder en Antydning af, at der kom flere Piger med Stole bagefter [1]), da maa en saadan Symbolik vistnok findes Phidias aldeles uværdig, ligesom man da heller ikke finder sligt andensteds paa Frisen, end ikke ved Slutningen af Ryttertoget. Det vilde virkelig passe sig lidet for den unge Pige, der gik som Difrofore i Processionen, at se sig om efter de andre.

Efter hvad der her er udviklet, synes Gaadens Løsning at frembyde sig af sig selv. Kunstneren har ikke fremstillet den Episode af Festen, som man har tænkt paa, Frembærelsen eller Overbringelsen af Peplos, men det, som var Hovedsagen, det store Offertog, som Guderne naadig tage imod. Midtgruppen forestiller Forberedelsen til Gudernes Modtagelse. Kongen, *βασιλεύς*, den Archont, der havde overtaget det gamle Konge-

gezogen hat um ihn in die Nähe des Gesichtes zu bringen und prüfend zu betrachten» (han er altsaa nærsynet); «auch die Haltung seiner Rechten ist eben so wie wenn man einen Stoff prüfend anfasst». Det sidste forstaar jeg ikke. Det var ogsaa noget sildigt at prøve Stoffet, naar det allerede var overleveret paa det allerhøjtideligste.

[1]) Furtwängler, Meisterwerke S. 186: «Das zweite Mädchen schreitet gleichfalls auf die Priesterin zu, wendet sich jedoch halb zurück, wie um nach einer Nachfolgerin zu sehen. Der Künstler hat hierdurch offenbar andeuten wollen, dass noch mehr gleichartige stuhltragende Mädchen folgend zu denken sind.»

dømmes præstelige Funktioner, og Dronningen, *βασιλίσσα*, der ogsaa ved lignende Lejligheder fungerede som Værtinde og modtog Guderne, træffe de fornødne Forberedelser dertil. Dronningen udleverer Stolene, som Guderne skulle antages at sidde paa; de to Stole repræsentere naturligvis et større Antal ligesom i Optoget de forskellige Afdelinger repræsenteres af et mindre Antal Deltagere. Kongen udleverer det store Tæppe, der skal udbredes paa Jorden foran Stolene. Naar vi i Indskrifterne læse om *στρῶσις τῆς κλίνης*, tænke vi paa Tæpper, der lægges som Matrasser paa Løjbænkene, men her have vi Stole, ikke Bænke, og vi se tydelig, hvorledes enhver af Stolene har sin Pude. Dette Tæppe maa altsaa være et Gulvtæppe, ligesom i den ovenfor anførte Indskrift fra Chios: *τὴν στρωτὴν καὶ τὰς καθέδρας*, hvor Enkelttallet *στρωτή* i Modsætning til Flertallet *καθέδρας*, umuliggør en anden Fortolkning. En uhildet Betragter vil vel ogsaa i Billedet paa Parthenonsfrisen meget snarere se et stort Tæppe end en sammenfoldet Peplos, end sige Præstens Kappe, Gulvtæpper omtales maaske ellers ikke i de gamles Skrifter, og man brugte dem maaske ikke den Gang saa meget som i vore Dage, men at man har brugt dem, hvor man behøvede dem, kunne vi ikke tvivle paa. Alle Gulvene i de gamles Huse, lige fra dem, der have et simpelt Linearmønster udført i Cementen til de fine og pragtfulde Mosaikmalerier, ere jo tydelige Efterligninger af Tæpper. Det forgængelige Stof er erstattet med et uforgængeligt. Men naar Lejligheden krævede det, bredte man Tæpper paa Jorden, ligesom Folkeskaren paa Palmesøndag kastede sine Klæder foran Jesus, da han red ind i Jerusalem.

Forhandlingerne om Forfatningsspørgsmaalet i det danske Monarkis Lande 1814 til 1848.

Af

A. D. Jørgensen.

(Meddelt i Mødet den 5te April 1895.)

Da Martsministeriet gav sig i Færd med de Forhandlinger, som førte til Juni-Grundloven, begyndte man paa bar Bund. Valgloven til den grundlovgivende Rigsforsamling blev i sit Princip vedtagen i to Statsraadsmøder, den 3. og 5. April. Ministrene gik, som det synes, aldeles uforberedte til disse Forhandlinger, i alle Tilfælde havde de forskellige Grupper ingen Aftaler truffet, og der fremsattes derfor lige saa mange eller flere Meninger end der var Medlemmer. Den anden Dags Forhandling resumeredes af Monrad saaledes, at der var opnaaet Enighed om 4 Ting: Aktiv og passiv Valgret grundes ikke paa Ejendom, Skat eller Stand; Valgene er direkte; til Valgret kræves 30 Aars Alder; en Fjerdedel er Kongevalg. Tscherning, som ikke havde været tilstede i dette Møde, modsatte sig Kongevalgene og truede med at træde ud af Regeringen; han blev dog beroliget, rimeligvis med Løftet om, at disse skulde opgives i Grundlovsudkastet. Dette blev i alle Tilfælde saa, og enhver Modvægt mod den almindelige Valgret var dermed bortfalden.

Det blev overdraget til Bardenfleth, Hvidt og Monrad i det enkelte at udarbejde den Valglov, som skulde forelægges Stæn-

derne, og senere overdroges det ligeledes til dem at skrive et Grundlovsudkast. Maaske tænkte man herved paa en Slags Repræsentation af de tre højere Samfundsklasser: Embedsaristokratiet, Borgerstanden og de Lærde; men som det var disse sidste, der frem for alle gav Aarets Bevægelser deres Præg, saaledes blev det ogsaa Monrad, som i Virkeligheden skrev Grundloven. Hans Haandskrift er endnu bevaret og bærer Overskriften: «Materiale til en Forfatning»; dette første løse Udkast er i alle væsenlige Træk det senere Lovforslag.

Afdøde Gehejmeetatsraad Krieger har en Gang for mange Aar siden foræret mig dette Aktstykke, som han var kommen i Besiddelse af under Grundlovsforhandlingerne. Hermed fulgte et andet Haandskrift fra disse Forhandlinger, et fuldstændigt Forfatningsudkast fra Marts 1848, affattet af den tidligere nedsatte Kommission: Ørsted, Karl Moltke og Bang; — til dette var der imidlertid ikke taget mindste Hensyn i Rigsforsamlingens Udvalg. Og dog repræsenterede det Summen af de Overvejelser og Erfaringer, som Landets mest indsigtsfulde Mænd i en hel Menneskealder havde syslet med for at grundlægge et nyt og tidssvarende Regeringssystem, en forfatningsmæssig Statsordning for det danske Monarki.

Man véd kun meget lidt om det store Arbejde, som var nedlagt i Forfatningssagens Drøftelse forud for 1848. Stænderanordningerne af 1831 og 1834 affærdiges med den Oplysning, at de er udarbejdede paa Grundlag af og i Lighed med de preussiske tilsvarende Love af 1823, — det skulde altsaa være noget udefra indført, daarligt svarende til vore Samfundsforhold og uden et herfra udgaaet Initiativ. Prof. Schiern, der jo stod hin Tid nær, dolerede i sine Forelæsninger i stærke Udtryk over denne Uselvstændighed i vor politiske Udvikling, som jo havde gentaget sig 1848.

I Virkeligheden var denne Uselvstændighed med Hensyn til Stænderforfatningen dog langt mindre end det almindelig antages; det meste var her oparbejdet paa hjemlig Grund og i

dyb Overensstemmelse med hele vor foregaaende og samtidige Udvikling. Men for at forstaa dette er det nødvendigt at gaa tilbage til de ældre Forhandlinger om en Forfatning for Holsten, — forud for de preussiske Provinsialstænder.

Vi har over de Bryderier og Ulykker, som Forbindelsen med den tyske Del af Hertugdømmerne i den sidste Snes Aar bragte os, været nær ved at glemme de store Fordele, som Monarkiets Sammensætning til sin Tid frembød. Ogsaa vor politiske Udvikling har i det halve Aarhundrede, som ligger mellem Norges og Hertugdømmernes Tab, i denne Forbindelse haft en Berigelse, en dybere Baggrund, som det pludselig vakte Forfatningsliv i vort gamle Broderland Norge i det samme Tidsrum savner. Forholdet til det tyske Forbund, Modsætningen mellem de to Nationaliteter med hver sit Universitet og sin Literatur, den indviklede historiske Ret i Hertugdømmerne med deres Ridderskab og Landskabsretter, modsat den danske Kongelov og hele den demokratiske Lovgivning i Kongeriget, har vel nok paa mange Punkter virket hæmmende og lammende paa vort politiske Liv; men disse Forhold har tillige haft en overordenlig Betydning til at ægge Evnerne, vække de nationale Kræfter og give Udviklingen en Fylde og det offenlige Liv en Rigdom og Flugt, som en fredelig Forfatningsbrydning i et ublandet dansk Land aldrig vilde have naaet.

Naar Modsætningen mellem Monarkiets to Hoveddele i den sidste Halvdel af hint Tidsrum mere og mere bar hen imod et ulægeligt Brud, saa var den i første Halvdel et særdeles velgørende Incitament for Udviklingen. Forfatningsspørgsmaalet kunde og maatte ikke rejses i Kongeriget og Slesvig, før det kongelige Reskript om Indførelsen af raadgivende Stænder i Februar 1831 var bleven offenliggjort; Indførelsen af en virkelig Forfatning maatte ikke drøftes i Fredrik VI's Levetid. I Holsten kunde det derimod ikke forbydes, da Forbundsakten lovede de enkelte Stater repræsentative Forfatninger, og den første halve Menneskealders Forfatningskampe i Monarkiet udkæmpes

derfor paa tysk Grund. Det er i Virkeligheden hele Monarkiets Sag, det gælder; Begivenhedernes Udvikling viste, at hverken det nedarvede Regeringsmaskineri kunde tillade, eller Kongen og de ledende Mænd bære det over deres Sind at bryde Monarkiets ensartede Udvikling, saa Holsten fik ikke sin Forfatning en eneste Dag før Statens andre Dele. Men det tyske Hertugdømme blev Midlet til at forberede, at drøfte og indlede Forfatningsforandringen, hvorved vi forskaanedes for de Rystelser, som vel ellers vilde have været uundgaaelige, dersom der slet intet var sket i Fredrik VI's Tid.

Vi mangler i vore historiske Fremstillinger den rette Maalestok for, hvad Holsten dengang betød. Ved kun at fastholde Vrangsiden og Udskejelserne af den slesvig-holstenske Bevægelse er vi kommen til at opfatte Universitetet i Kiel som et Arnested for Løgn og Rænker, Ridderskabet som en Samling af hovmodige Junkere; vor Literatur ejer, saa vidt mig bekendt, ikke et alvorligt Forsøg paa at vurdere disse Institutioner efter deres sande Betydning. Der vil ikke være Grund til her at fordybe sig i dette Spørgsmaal; dog maa det fremhæves, at der var samlet betydelige Kræfter i og omkring Kiel i dette Tidsrum. Universitetet indtog en ikke ringe Rang mellem de tyske Højskoler; den historisk-politiske Literatur, som havde sit Midpunkt i «Kieler Blätter», betegnes af Treitschke som det bedste, der samtidig og længe efter fremkom i Tyskland, og i det teologiske Fakultet repræsenterede Schleiermachers Ven (senere hans Efterfølger i Berlin) den virksomme Twesten en Retning, som mere og mere vandt Herredømme i den protestantiske Verden og gav Kiel en fremskudt Stilling i Udviklingen; da Klavs Harms, som tilhørte samme Retning, ved Reformationsfesten 1817 offenliggjorde sine Theses, affødte de en Literatur paa over 200 Skrifter hele Tyskland over.

I nær Forbindelse og Omgang med Professorerne i Kiel sad mange udmærkede Mænd af Ridderskabet omkring paa de holstenske og sydslesvigske Herregaarde; de uadelige Godsejere

optraadte i Fællesskab med dem baade politisk og socialt. En dyb human Dannelse, nedarvet fra forrige Aarhundrede, gik her Haand i Haand med en levende Begejstring for det genfødte Tyskland og den alvorligere Aand, der som en Reaktion mod det franske Væsen gav Tiden sit Præg. Ogsaa Fyrsteslægterne sluttede sig nøje til dette Samfund: Hertugen af Avgustenborg, som dog døde kort efter Freden i Kiel, medens hans Sønner endnu var unge; Hesserne, den gamle Statholder, Landgreven paa Gottorp, og hans Søn, den kommanderende General Prins Fredrik i Rensborg; endelig Hertugen af Holsten-Beck paa Wellingsbüttel, Præsident for det patriotiske Selskab, og efter ham Sønnen, Hertug Vilhelm af Glücksborg, Hs. Maj. Kongens Fader, der var Landgrevens Svigersøn og Kongens Svoger. Der var i dette Samfund, som samlede sig i en snæver Kreds om Kiel, en social Styrke, en Intelligens og en Dygtighed, som maatte skaffe det afgørende Betydning som Faktor i Monarkiet; der gaves i det danske Hovedland intet helt tilsvarende.

Dette Samfund attraaede intet mindre end at løsrive Holsten eller Hertugdømmerne fra Danmark; det var tværtimod til det yderste loyalt. Den første politiske Livsytring er en Ytring af Loyalitet. Der var under den kortvarige Okkupation af Kiel gjort et Forsøg fra tysk og svensk Side paa at rokke Holstenernes Troskab mod det danske Kongehus. A. W. Schlegel, som fulgte med Grev Platen, der var udsét til Statholder i Holsten, udgav et voldsomt Angreb paa Landets Regering, det samme gjorde den tyskfødte Prof. Heinrich, og aandrige Damer som Charlotte Rantzau paa Seelust i Kiel og Fru Schleiden paa Ascheberg, begge ligeledes fødte Syd for Elben, sluttede sig til Ønsket om Hertugdømmets Løsrivelse. Da derefter Norges Rejsning mod Indlemmelsen i Sverige foranledigede Fortsættelsen af Landets Okkupation i et helt Aar, hævede der sig ogsaa udenlands Stemmer for at kaste Holsten i den store Smeltedigel, af hvilken Napoleons ivrigste Fjender skulde hente deres Belønning; man lod forstaa, at en preussisk Prins (Heinrich)

kunde være villig til at overtage Hertugdømmet og fri det for den Skæbne atter at falde tilbage under det «danske Aag».

Men Holstenerne vilde ikke. Selv Professor Dahlmann (fra Wismar), der var saa betagen af Frihedskrigens Begejstring, holdt paa det nedarvede Fyrstehus og udkastede Planen til en nærmere Sammenslutning af Landskaberne og Hansestæderne mellem Rygen og Jylland, for at denne «Kreds» kunde danne et Mellemled mellem Norden og det øvrige Tyskland. Og de indfødte Holstenere vendte sig paa faa Undtagelser nær med Foragt fra den lokkende Tale om tysk Frihed i Modsætning til dansk Trældom.

Det var i denne Situation, den første Anmodning til Kongen om en Forfatning havde sin Rod. Den kom fra Kommissionen «zur Wiederbesitznahme der Herzogthümer», altsaa kongelige Embedsmænd: Hertugdømmets Kansler v. Brockdorf, Grev Rantzau Breitenburg, Amtmand Johansen og Diplomaten Rist. Under 24. Maj 1814 forestillede de i en Memoire Kongen Farerne ved den nærværende Tilstand og foreslog Sammenkaldelsen af en holstensk Landdag, for at denne kunde sende Delegerede til den forestaaende Kongres i Wien og dér udtale Hertugdømmets Vilje at beholde sit Fyrstehus, men tillige Ønsket om at slutte sig til det nye tyske Forbund. Kongen troede ikke paa nogen Fare og afslog Kommissionens Andragende, idet han samtidig udtalte sin Anerkendelse af, at Kansleren i Slesvig (Krück) ikke havde deltaget i dette Skridt.

I det følgende Kieler Omslag, efter Nyaar 1815, besluttede Ridderskab og Godsejere at forestille Kongen Umuligheden af at kunne bære den tunge Skattebyrde og betale de under Okkupationen paaløbne Restancer, og samtidig bede om Genoplivelse af den gamle Forfatning i en tidssvarende Form. Adam Moltke til Nütschau, bekendt af Baggesens «Labyrint» som dennes entusiastiske Ven — (de to dansede i Paris paa Bastillens Ruiner) — blev sendt til Wien til Kongen, der nu

var i Færd med at slutte sig til Forbundet, uden dog af ham at opnaa noget bindende Løfte.

Fra denne Tid af begyndte den literære Virksomhed for Forfatningssagen med Udgivelsen af «Kieler Blätter», ledet af Ridderskabets Sekretær, Prof. Dahlmann, og ført med en overordenlig Dygtighed og Kraft. Ridderskabets Privilegier, der forlængst kun havde Betydning af «Standsprivilegier», drøftedes efter deres oprindelige Mening som «Landsprivilegier», og denne Opfattelse fastholdtes trods alle Indsigelser fra Regeringens Side, idet samtidig den af Kongerne konfirmerede «nexus socialis» mellem de to Ridderskaber i Slesvig og Holsten fortolkedes, som om den gjaldt selve Hertugdømmerne. Der var i dette en retlig Tilsnigelse, som i sin Udvikling førte til grove Forsyndelser mod den historiske Sandhed; men endnu stod det dog mere som et nærliggende Middel til at afnøde Regeringen Genoplivelsen af en Forfatning, der aldrig var bleven retlig ophævet, end sige frivillig opgivet af Landets Stænder, saaledes som det formentlig var sket i Danmark 1660. Dertil kom, at Holsten nu ved Forbundsakten havde faaet et bestemt Krav paa en Forfatning, saa det var i sin Orden, at man drøftede dennes Form og Indhold og ønskede at knytte det nye til det gamle. Hovedtanken, som gik gennem de fremsatte Ønsker og Forslag, var, at lade Ridderskabet danne et Overhus, valgte Deputerede af de andre Stænder et Underhus, i Lighed med Forfatningen i England, hvis Folk man dengang antog stammede fra Hertugdømmernes «Angler og Saxer». At Slesvig overalt tænktes i nøje Forbindelse med Holsten, i en absolut fælles Landdag, er en Selvfølge.

I Avgust 1816 nedsatte Kongen en Kommission for at gøre Forslag til en Stænderforfatning i Forbundslandet Holsten; den skulde samles i København under Ledelse af Gehejmestatsminister Møsting, som forhen havde været Præsident i det tyske Kancelli, og bestod dels af Medlemmer af dette Kollegium (Præsidenten Otto Moltke og 3 Deputerede, blandt dem Anders

Bjørn Rothe), dels af Holstenere: Verbitter i Itzeho v. Qualen, Kansleren i Glückstadt v. Brockdorf, Medlem af Ridderskabet Grev Hardenberg-Reventlov, Landfogden i Sønder-Ditmarsken Heinzelmann og Borgmester Decker.

Forhandlingerne begyndte dog i Statsraadet og fik her deres Grundpræg. Ministrene var enige om, at Forfatningen kun skulde omfatte Holsten, og at Ridderskabet ikke skulde kunne beherske Repræsentationen, hvad enten man inddelte den i et, to eller tre Kamre. Iøvrigt gik Meningerne langt ud fra hinanden, og det ses, hvor uvant danske Embedsmænd var med at overveje Forfatningsspørgsmaal. I Reskript af 2. November meddeltes det derpaa Kommissionen, der nu samledes, paa hvilket Grundlag den skulde arbejde. Det udtaltes først, at Forfatningen udelukkende blev givet i Henhold til Forbundsbeslutningen, medens Hertugdømmets ældre Forfatning var formelt ophævet ved Indlemmelsen 1806 og afløst af Kongens Enevælde. Til Deltagelse i Repræsentationen skulde kaldes Medlemmer af Ridderskabet, Godsejere og Indbyggere af Stæder og Landdistrikter; en «ständische Versamlung» skulde holdes hvert tredje Aar; den skulde være raadgivende med Ret til at stille Forslag. Genstand for Forhandlingerne skulde være: nye Skatter og Afgifter og den almindelige Lovgivning, vedrørende «den persönlichen Stand, das Eigenthumsrecht und den Besitz». Stænderne skulde selv repartere nye Afgifter over Kommuner og Personer, dog med kongl. Stadfæstelse.

Det kom straks til Konflikter og Indsigelser. Qualen og Hardenberg erklærede, at de betragtede sig som Repræsentanter for Ridderskabet og gjorde Indsigelse imod den kongelige Opfattelse af Indlemmelsen 1806. De hævdede, at Forbundslandene havde Ret til Skattebevilling og Tilsyn med Skatternes Anvendelse, uden hvilket der ikke kunde tales om Forfatning, og at Holstens ældste og dyrebareste Privilegium var Forbindelsen med Slesvig. Alt dette blev dog tilbagevíst og Grundlaget af 2. Novbr. af Kongen opstillet som ufravigeligt for Kom-

missionen, medens det dog blev tilladt Medlemmerne af denne enkeltvis at henvende sig direkte til Kongen om ethvert af disse Spørgsmaal.

Kommissionen grupperede sig snart om to Hovedsynsmaader; paa den ene Side den ridderskabelige, saaledes som den blev gjort gældende i Kiel, paa den anden en mere demokratisk og frisindet, der kan betegnes som den danske. Denne sidste blev kraftig fremhævet af Møsting, der havde Statsraadet, som jo bestod af lutter kongerigske Mænd, bagved sig og støttedes af den danskfødte Rothe, tildels ogsaa af de andre Kancelliembedsmænd, men ganske særlig af Heinzelmann. Denne var en født Ditmarsker og en højt dannet og erfaren Mand. Han havde været Lærer ved Pædagogiet i Halle og var optraadt som pædagogisk og filologisk Forfatter i Græsk; derpaa var han kommen ind i Rentekammeret i København, senere som Deputeret i det tyske Kancelli; han var her bleven gift med en Søster til Rahbek. I den sidste halve Snes Aar havde han nu været Landfoged i Ditmarsken, og han repræsenterede saaledes paa en fortrinlig Maade den frisindede Aand, som dengang og længe efter var fælles for dette støtte Bondefolk og den oplyste offenlige Mening i Danmark. Møsting forhandlede da ogsaa særlig med Heinzelmann om alle principielle Spørgsmaal, og det blev i Virkeligheden dem, som gav Forfatningsarbejdet sit Præg. Til det holstensk-aristokratiske Parti sluttede derimod Otto Moltke (af Espe) sig i alle væsenlige Spørgsmaal; Standsinteressen overvejede altsaa for alle Parter de nationale Hensyn.

At følge Forhandlingerne i det enkelte vilde føre for vidt; kun den repræsentative Forsamlings Sammensætning har da ogsaa fremtrædende Interesse. Det aristokratiske Parti holdt her paa to Kamre, det første bestaaende af Ridderskabet, eller som Indrømmelse desuden enkelte høje Embedsmænd, det andet sammensat af de tre Stænder: Godsejere, Borgere og Bønder. Heinzelmann holdt paa ét Kammer og fremsatte alt i Brev til Møsting af 17de Novbr. det Grundforhold, som senere i det

væsenlige blev fulgt i det danske Monarki lige til 1848: 8 af Ridderskab og Klostre, 4 Godsejere, 11 fra Stæderne og 16 fra Landdistrikterne, ialt 39. Da Kommissionen imidlertid med stort Flertal stemte for to Kamre, forlangte han alle tre Stænder repræsenterede i dem begge, da hele Forfatningen ellers vilde blive upopulær. Møsting stillede da Forslag om tre Kurier i ét Kammer, efter de 3 Stænder. Det adelige Parti tilbød nu Optagelsen af Medlemmer fra 2det Kammer i første, indtil Halvdelen af Ridderskabsmedlemmerne. Vinteren gik med altid nye Kombinationer, indtil man i Marts foreløbig sluttede Forhandlingerne for at faa Kongens Afgørelse af Stridsspørgsmaalene. Det store Flertal holdt da paa Ridderskabets Ret til helt eller aldeles overvejende at besætte første Kammer; Mindretallet, nu kun bestaaende af Møsting, Heinzelmann og Rothe, vilde kun have et begrænset Antal af Ridderskabets Medlemmer og begge Kamre som Repræsentation for alle 3 Stænder.

Den kongelige Resolution faldt først over et Aar efter, den 15. Maj 1818; den gik ud paa, at Kommissionen skulde udarbejde to Forslag, et med to og et med tre Kamre; det første Kammer skulde i begge Tilfælde bestaa af valgte Medlemmer af Ridderskabet og de af Kongen nobiliterede Godsejere, dertil visse høje Embedsmænd. Repræsentanterne, henholdsvis for Stæderne og for de uadelige Godsejere og Bønderne, skulde danne enten et eller to Kamre. Dette sidste Forslag (med ialt 3 Kamre) traadte nu mere og mere i Forgrunden og havde øjensynligt de danske Statsmænds Sympati. Forhandlingerne førtes imidlertid denne Gang kun i et Par Maaneder, hvorefter de igen udsattes til det følgende Aar. De aabnedes da med en kongl. Resolution af 1. Maj (1819), som fastslog, at der skulde være 3 Kamre, og i de følgende 6 Uger udarbejdedes der nu nærmere Bestemmelser herom, til et endeligt Forslag (af 18de Juni). «Stænderforsamlingen», som den nu skulde kaldes, kom herefter til at bestaa af et første Kammer med 16 Medlemmer, valgte i og af Ridderskabet og de af

Kongen nobiliterede Godsejere, 4 høje Embedsmænd og Besidderne af de oldenburgske og hessiske Fideikommisser; et andet Kammer med 24 Medlemmer, valgte af Stæder og Flækker, og et tredje Kammer, bestaaende af 6 Medlemmer, valgte af de fra første Kammer udelukkede Godsejere, og 28, valgte af Bønderne i alle Hertugdømmets Distrikter, altsaa ogsaa paa de adelige Godser.

Valgene til Forsamlingen skulde finde Sted forud for hver Samling, hvert tredje Aar. Foruden de almindelige personlige Egenskaber, deriblandt kristelig Tro, skulde Vælgerne til første Kammer eje et adeligt Gods, til andet et Hus til 1000 Rbdl. Brandforsikring, eller Hus af ringere Værdi tilligemed sikker Formue af 1000 Rbdl. i Grundejendomme eller Statspapirer; til tredje henholdsvis adeligt Gods eller Landejendom til 1000 Rbdl. Skatteværdi, som Ejendom eller Arveforpagtning. Fra Valgbarhed udelukkedes Læger, Advokater, Professorer, Præster og Skolelærere; Borgere og Bønder skulde for at kunne vælges have otte-dobbelt Ejendom af den, som gav Valgret; ogsaa her kunde sikker Formue erstatte manglende Grundejendom. Officerer og Embedsmænd skulde være valgbare og ikke behøve Tilladelse til at modtage Valget. Stænderforsamlingens Beslutninger fattes, efter Udkastet, lovgyldigt af to Kamre, hvis de ikke kan enes alle tre; to har tillige Ret til at petitionere om Lovforslag. Forslagene indbringes i et af Kamrene, efter Kongens Valg, og gaar da en forud bestemt Gang, enten skriftlig med Motivering fra Kammer til Kammer, eller ved to Medlemmer til mundtlig Forklaring; alle Skattesager forelægges først i tredje Kammer. Der udnævnes kongelige Kommissærer, men Kamrene vælger selv deres Formænd.

Dette Forfatningsudkast blev af Kongen sendt til Statsraadets Erklæring, men videre kom det ikke. Reaktionen i Tyskland var imidlertid bleven saa stærk, at der overalt indtraadte en Standsning i den efter 1815 begyndte Udvikling; der blev indført Censur i alle Forbundslandene, og Universi-

teterne blev stillede under et særligt Tilsyn. I «Wiener Schlussacte» (af 15de Maj 1820) gentoges vel Løftet om Indførelsen af «landständische Verfassungen», men det blev overladt de «suveræne Fyrster» at ordne dette «indre Anliggende» efter «de foreliggende Forhold»; kun hvor der fandtes «in anerkannter Wirksamkeit bestehende landständische Verfassungen», kunde disse kun forandres ad forfatningsmæssig Vej. Dette sidste bragte Ridderskabet til efter Dahlmanns Tilskyndelse at henvende sig til Forbundsdagen for at kræve Anerkendelse af den gamle slesvig-holstenske Forfatning. Der blev som bekendt procederet med stor Lærdom og Styrke, men Klagen afvistes (27de Novbr. 1823) i begge sine Hovedled: den gamle Forfatning i Holsten kunde ikke anerkendes for at være i «Virksomhed», og Forbundsdagen havde intet at gøre med Slesvig. Desværre benyttede Regeringen ikke denne Udtalelse til nu at ordne Holstens Forfatningsforhold efter det fuldt udarbejdede Udkast, samtidig med at Preussen indrettede sine «Provinsialstænder»; Slesvigs og Kongerigets Styrelse kunde da senere være bleven ordnet efter fornyede Overvejelser og aldeles uafhængig heraf, uden at man havde behøvet at frygte Forbundets Indblanding. Det er maaske den mest skæbnesvangre Forsømmelse i hele vor nyere politiske Historie.

Det eneste, der blev gjort i Henhold til det af den kongelige Afsending i Frankfurt ved denne Lejlighed givne Løfte om at fremme Forfatningssagen, var Nedsættelsen af en ny Kommission til at udarbejde Forslag om Oprettelsen af en øverste Domstol i Holsten som Forberedelse til Stænderforfatningen. Disse Overvejelser endte med Indstillingen om en saadan Domstol og en særlig Provinsialregering for Holsten, for helt at adskille Dommervirksomheden fra Administrationen (10de Nov. 1826). Men Iværksættelsen kom heller ikke her. Ansvaret herfor maa sikkert især søges i det tyske Kancelli, der ikke vilde have Hertugdømmerne adskilte, og det falder da fremfor alle paa dets danskfødte Præsident Otto Moltke.

Kongeriget og Slesvig havde staaet aldeles udenfor alle disse Forhandlinger. Da Dahlmann under Stænderkommissionens første Session havde faaet en Adressebevægelse i Gang i de slesvigske Byer for en Tilslutning til den holstenske Forfatning, var Motivet de truende Udsigter til en Forringelse i Kreditforholdene overfor Hamborg, og da der i Omslaget 1818 samledes Underskrifter paa en Adresse i lignende Retning fra begge Hertugdømmerne, fik den kun 12 Navne fra Slesvig mod 140 fra Holsten. I Kongeriget blev enhver Ytring i Retning af Forfatningsforandring strængt undertrykt, medens der iøvrigt fandtes en forholdsvis liberal Trykkefrihedslovgivning; denne var endnu liberalere i Slesvig, hvorfor ogsaa Kieler-Professorernes sidste Skrifter udkom Nord for Ejderen. Mærkeligt er det ogsaa at se, at Kongen netop samtidig med den stærke Bevægelse i Holsten, der ikke førte til noget praktisk Resultat, gjorde Indrømmelser i Danmark, som kunde siges at imødekomme den offenlige Menings Krav paa Garantier overfor den før 1814 ubundne Kabinetsstyrelse. Det var saaledes en Indrømmelse overfor danske Klager, at der i April 1814 oprettedes et Statsraad, og det vidner stærkt om Kongens Mistillid til Holstenerne, at han ikke optog nogen Mand fra Hertugdømmerne i dette før efter 1830. Endvidere oprettedes ved Forordning af 23de April 1817 en «Komité» i Københavns Grosserersocietet, bestaaende af 12 Medlemmer og en Formand, «hvilke skal iagttage de Pligter, som paaligger hele Societetet, samt afgive de Betænkninger, Erklæringer og Responsa, som Kollegierne, Øvrighederne eller Domstolene maatte fordre». Valget af denne Komités Medlemmer foretoges hver Gang af Kommerce-Kollegiet blandt tre af Societetet indstillede Grosserere. Og af endnu større Betydning var det, at Nationalbanken ved sin Oprettelse, 4de Juli 1818, stilledes under Bestyrelse af 5 Direktører og 15 Repræsentanter, som paa en enkelt nær supplerede sig selv, efter første Gang at være valgte af Valgmænd blandt Bankens Interessenter. Alle Bestyrelsens Medlemmer

skulde med Ed forpligte sig til kun at ville varetage Bankens Interesser, og denne Ed skulde ogsaa Embedsmænd være bundne af uden Hensyn til deres Embedsed; Kongen lovede højtidelig for sig og Efterfølgere aldrig at ville gribe ind i Bankens Bestyrelse, Højesteret skulde være Dommer i Stridsspørgsmaal om Oktrojens Fortolkning. Det var den første Institution, den enevældige Kongemagt havde skabt med Garantier for Uafhængighed af dens Magtfuldkommenhed, i Virkeligheden i Strid med Kongeloven. Samtidig løstes Hertugdømmernes Forbindelse med Banken. Det var som om Kongen ogsaa her vilde vise, at han agtede at give mere, hvor han var fuldstændig uafhængig, end hvor man vilde afnøde ham formelle Indrømmelser.

Det var derfor ogsaa helt i sin Orden, at Kongen i Slutningen af Aaret 1830, da den af Lornzen rejste Bevægelse nødte ham til at gøre Alvor af Stænderforfatningens Indførelse i Holsten, meget snart kom til den Beslutning at udvide denne Institution til Danmark og Slesvig; alt midt i December nedlagde Møsting i al Hemmelighed efter Kongens Ordre Forestilling herom. Reskripterne til de to Kancellier udstedtes den 11te og 13de Jan. 1831; i det første udtaltes, at der skulde indføres raadgivende Stænder for hvert af Hertugdømmerne for sig, paa Grundlag af den preussiske Forfatning af 1823, ligesom Administrationen skulde adskilles fra Justitsen i begge Hertugdømmer, efter Forslag af Kommissionen af samme Aar; Kansleren i Slesvig skulde tiltræde den ved Genoptagelsen af dens Arbejder. I det andet meddelte Kongen, at han vilde indføre Stænder i Danmark ligesom i Hertugdømmerne og efter samme Mønster. Indholdet af disse Reskripter bragtes til Offenlighedens Kundskab i den følgende Maaned, og først nu udkom de første danske Skrifter om Repræsentationsspørgsmaalet (af Tscherning og David), med Meddelelser om de preussiske Provinsialstænder og en Kritik af deres Indretning.

Det var vistnok en meget uheldig Tanke at nævne denne fremmede Institution i en kongelig Tilkendegivelse, som blev

offenliggjort. Prins Kristian, som fra nu af traadte ind i det offenlige Liv som Medlem af Statsraadet, advarede straks Kancellipræsident Stemann imod at lade dette komme frem: «I en offenlig Bekendtgørelse, skriver han, skurrer det slemt i danske Øren, at den tilsiger en preussisk Stænderforfatning, medens man vist først og fremmest ønsker en dansk eller national Indretning». Stemann svarede med en Henvisning til de fremmede Magter (!); desuden var den alt trykt. Flere Aar efter kom A. S. Ørsted tilbage til det samme under Diskussionen om Trykkefrihedslovgivningen, idet man da vilde fortolke Udtrykkene i Stænderloven efter den preussiske Sprogbrug: I hvad Forhold man end vil sætte de to Anordninger, siger han, «saa maa dog Kongens Undersaatter i hin (danske) Anordning kunne læse sig til, hvad det var Landsfaderen skænkede dem, og de maa ikke have Behov for at forstaa deres Konges i sig klare Ord at studere den preussiske Anordning, endnu mindre den preussiske Praxis».

I Virkeligheden fik denne Henvisning til de preussiske Love ikke ret meget at sige; i Grunden var det ikke stort mere end Begrebet og Navnet «Provinsialstænder», som laantes derfra, medens man ellers helt igennem blev paa hjemlig Grund og langt mere fremdrog den ældre Kommissions Arbejde end den fremmede Anordning.

Det var fra først af Meningen at paaskynde det hele Lovarbejde saaledes, at Stænderne kunde sammenkaldes i en nær Fremtid, og Generalprokurøren Ørsted arbejdede ihærdigt i Forslaget for at bringe det til Ende i Foraarets Løb, hvorefter der skulde indkaldes Notabler for at drøfte dets Enkeltheder. Overprokurøren i det tyske Kancelli Höpp lod sig imidlertid god Tid, og Kancellipræsidenterne Stemann og O. Moltke forhastede sig heller ikke. Det blev derfor bestemt, at der først skulde udstedes en «almindelig Anordning» om Provinsialstændernes Indførelse, henholdsvis i Danmark og Hertugdømmerne, og disse udkom da ogsaa som bekendt under 28. Maj 1831.

I disse mærkedes ganske vist Ligheden med den preussiske Lov af 5. Juni 1823, men Ligheden med det henlagte Forslag af 1819 var dog alt her nok saa stor; da dette imidlertid ikke var offenlig tilgængeligt, holdt man sig til det første. Den preussiske Lov gav Navnet Provinsialstænder (1), fastsatte Grundejendom som Adkomst til Deltagelse (2), og lovede Forelæggelsen af alle Love vedkommende den enkelte Provins, saavel som saadanne almindelige Love, «welche Veränderungen in Personen- und Eigenthumsrechten und in den Steuern zum Gegenstande haben», — indtil Indførelsen af almindelige Stænderforsamlinger; endvidere skulde Forsamlingerne kunne fremsætte «Bitten und Beschwerden», ligesom de skulde bestyre Provinsernes kommunale Anliggender under Regeringens Tilsyn (3). De danske Anordninger var noget fyldigere affattede; som Medlemmer af Forsamlingerne nævnedes ogsaa kongevalgte Professorer og Præster; foruden «Bitten und Beschwerden» nævnedes «Vorschläge und Anträge» (som 1819), og til Løftet om Styrelsen af Kommunalforholdene lagdes (som 1819) Repartitionen af nye Skattepaalæg. For Kongeriget affattedes denne § (6) dog i en fattigere Form: «Da vi ansé det gavnligt, at der indrømmes Provinsialstænderne Medvirkning med Hensyn til Kommunernes Anliggender, saa ville vi have taget det under Overvejelse, hvorledes dette lader sig udføre, og derpaa tage nærmere Bestemmelse i saa Henseende». Antydningen af et om end nok saa begrænset Selvstyre ønskede man helst at undgaa paa Kongelovens Grund. Endvidere bestemtes, at Stænderne skulde sammenkaldes hvert andet Aar (1819 hvert tredje, de særlige preussiske Anordninger fastsatte Møde hvert andet for de første 6 Aar), og Kongen forbeholdt sig nærmere at fastsætte de Deputeredes Antal. Den almindelige Anordning og Antallet af Deputerede skulde være gældende Grundlov i den Form, Kongen gav det; alle øvrige Bestemmelser skulde derimod drøftes ved indkaldte Tillidsmænd. I Preussen havde der været nedsat en Kommission under Kronprinsens Forsæde, og

denne havde raadført sig med «erfarne Mænd» af hver Provins. De særlige Anordninger udstedtes her umiddelbart efter den almindelige Lov (1ste Juli 1823).

Disse preussiske Anordninger havde et udpræget aristokratisk Indhold. De enkelte Forsamlinger var dannede paa Grundlag af Samfundets Tvedeling, saaledes at Ejerne af «Rittergut» og «Standesherren» overalt havde samme Antal Repræsentanter som Borger- og Bondestand tilsammen; blandt disse sidste var det normale Forhold som to til en. Medens det holstenske Forslag af 1819 altsaa gav hver Stand sit ligeberettigede Kammer, dannede de preussiske Forsamlinger ét Kammer med en Repræsentation af henholdsvis én, to og tre Sjettedele for Bønder, Borgere og Godsejere. Dog kunde et Flertal af $^2/_3$ af en Stand forlange Forsamlingens Opløsning i Stænder «bei Gegenständen, bei denen das Interesse der Stände gegen einander geschieden ist», men altsaa ikke i almindelige Lovgivningssager. Med Hensyn til Forhandlingerne var det i Preussen bestemt, at Kongen udnævnte en Landmarskalk af den første Stand, han valgte atter Udvalgene og gav dem en Formand, som ligeledes skulde tilhøre den første Stand. En kongelig Kommissarius skulde tilforordnes Stænderne, men ikke kunne være tilstede ved Forhandlingerne. Kun Resultatet af disse blev bragt til Offenlighedens Kundskab.

Der løftede sig straks Stemmer fra alle Sider imod denne Ordning som stridende imod den demokratiske Samfundsaand i Danmark; ikke blot udtalte David og Tscherning det offenligt, men ogsaa i Statsraadet og Kancellierne var man paa det Rene med, at sligt kunde ikke indføres hos os. Her gjorde Forhandlingerne fra 1816—19 deres gode Nytte; thi skønt de aldrig nævnes, er det dog klart, at man stadig har dem in mente. Og da Kongen, straks efter den almindelige Anordning, under 4de Juni 1831 beskikkede en Komité, bestaaende af de to Kancelliers Præsidenter og Prokurører, til at affatte Forslag til de særlige Anordninger, var dermed givet, at de vilde blive skrevne

i en helt anden Aand end den, som havde raadet i Berlin under Kronprinsens Forsæde. Thi vel var Otto Moltke den eneste af disse Mænd, som havde deltaget i de tidligere Forhandlinger og han havde her staaet paa det ridderskabelige Stade; men han var en alt for ubetydelig Mand til at kunne gøre sig gældende overfor en Karakter som Stemann og Jurister som Ørsted og Höpp.

Komiteen traadte først sammen ved Aarets Slutning og arbejdede derpaa i Vintermaanederne, hvorefter Sagen forelagdes i Statsraadet i April 1832. Den delte sig snart i et Flertal og et Mindretal, idet Höpp med sine mere konservative Anskuelser fik de to Kancellipræsidenter paa sin Side imod Ørsted; men i vigtige Hovedpunkter opnaaedes der fuld Enighed om forholdsvis meget liberale Bestemmelser.

Med Hensyn til Antallet af Deputerede fulgte man saaledes ikke den preussiske Tvedeling, men den for Holsten 1819 foreslaaede Tredeling. Der skulde i alle fire Forsamlinger tilsammen vælges 65 Købstadsfolk og dobbelt saa mange, 127 (—135), Landbrugere, deraf 51 (—59) Godsejere og 76 Bønder. Disse sidste var især overvejende i Nørre- og Sønderjylland. Dertil kom to Præster og en Professor i hver Forsamling, valgte af Kongen, ligesom i Hertugdømmerne de 4 og 4 Medlemmer af Ridderskabet (ovenfor medregnede blandt Godsejerne) udnævntes af Kongen paa Livstid; Hertugen af Avgustenborg og Landgreven af Hessen fik arvelige «Virilstemmer», henholdsvis i Slesvig og Holsten, og Kongen forbeholdt sig at udnævne indtil 4 større Grundejere i hver af de to danske Forsamlinger.

Forsamlingerne skulde ikke deles i Kamre eller kunne skille sig efter Stænder; de skulde selv vælge deres Præsident og Sekretærer, ligesom de ved frit Valg kunde nedsætte Komiteer, som selv skulde vælge Formand og Ordfører. Kommissarius skulde deltage i Forhandlingerne, men ikke være tilstede ved Afstemninger. Alle Beslutninger skulde fattes med simpel Stemmeflerhed, ikke som i Preussen med $^2/_3$ af de Stemme-

givende; Valgene skulde foretages direkte ved Protokoltilførsel. Disse sidste Bestemmelser skyldtes Höpp, medens danske Kancelli her havde fulgt det fremmede Mønster.

Med rette fremhævede Otto Moltke i Brev til Kongen (af 3die April 1832), at man var gaaet den Vej fuldt ud at give, hvad der var lovet og hvad man kunde vente. Der var to Muligheder, mente han, for Fremtidens Udvikling: Enten falder den demokratiske urolige Tidsaand igen bort eller den fortsættes i længere Tid. I første Tilfælde er det temmelig ligegyldigt, hvad vore Stænderanordninger siger, i sidste er det absolut at foretrække, at de giver alt, hvad der kan gives, giver det med Tillid til Folket og saaledes, at intet mere er at kræve. Man vil ellers straks møde nye Fordringer og maatte gøre nye Indrømmelser, og dermed er da al Fasthed opgiven. Har man derimod givet loyalt, da maa ingen rokke dette. «Saaledes tør jeg, slutter han, ytre den faste Overbevisning, at det er langt farligere for den kongelige Avtoritet at indskrænke de raadgivende Stænder i de specielle Love ved Regeringens overvejende Indflydelse paa samme end at gøre dem til alt det, som de efter deres Natur kan og bør være, naar kun man strængt holder dem indenfor deres virkelige Grænser».

Forhandlingerne i Kancellikomiteen gav Stænderlovene deres væsenlige Præg, men der var dog en Række Punkter, som endnu voldte langvarige, tildels livlige Forhandlinger, dels i Statsraadet, dels med de indkaldte Tillidsmænd, dels ved fornyede Overvejelser i Komiteen, Kancellierne og Statsraadet. Disse Forhandlinger strakte sig over godt halvandet Aar, en Tid, som forekom Forfatningsvennerne at være spildt eller med Vilje forhalet, men som i Virkeligheden var vel anvendt og i mange Henseender klarede de Spørgsmaal, som ved et saa betydningsfuldt Vendepunkt i Statens Styrelse maatte frembyde sig. At samtidig Landets dygtigste Hoveder drøftede de samme Spørgsmaal i Literaturen, var en dobbelt Vinding, idet derved

den offenlige Opmærksomhed blev vakt og Spørgsmaalene fik en yderligere Belysning.

I Statsraadet fik Stemann med sine mere konservative Anskuelser en afgjort Overvægt overfor Ørsted, der ikke var personlig tilstede; ogsaa Otto Moltkes og Höpps Indflydelse og Hensynet til de konservative Hertugdømmer gjorde sig her stærkt gældende. Kun Prins Kristian traadte ihærdigt i Skranken for Ørsteds liberale Anskuelser, men som oftest uden Resultat.

Af Ørsteds særlige Vota, der for det meste støttedes af et Flertal blandt hans Kolleger i danske Kancelli, fortjener adskillige at fremdrages. Saaledes kæmpede han for, at der kun skulde være én Forsamling i Kongeriget, da den Grund man havde til en Provinsdeling i Preussen, nemlig Landets brogede Sammensætning af gradvis erobrede Dele, slet ikke her var tilstede. Han vilde have Retten til at vælge Nationalbankens Bestyrelse overdraget til Stænderne, idet han gjorde gældende, at man 1818 kun havde givet den Ret til at supplere sig selv, fordi Nationen dengang savnede enhver Repræsentation. Endvidere vilde han have en Finansetat meddelt Stænderne for at sætte dem i Stand til at danne sig en begrundet Mening om Rigets økonomiske Forhold.

Hvad Valgretten angik, vilde han det mest mulige udvide den ud over den først givne Ramme. Foruden Grundejendom mente han at ogsaa Skatteansættelser og Kapitalformue maatte give Adgang til Valg; han vilde gaa ned til 2 Tdr. Hartkorn eller 16 Rbdl. Arealskat paa Landet, 500 Rbdl. Brandforsikring eller 30 Rbdl. Skat i Stæderne (4000 Rbdl. eller højere Næringsskat i København). En i to Aar bunden Formue af 10000 Rbdl. skulde overalt give Valgret. Valgbarheden skulde ikke knyttes til strængere Bestemmelser end Valgretten. Endvidere vilde han, at Gaardfæstere og Sognepræster med Præstegaard skulde have samme Ret som Selvejere. Jøderne vilde han i Strid med de preussiske Love give Valgret. Justitiarer og Biskopper vilde han have ind i Forsamlingerne tilligemed Pro-

fessorer. Valgene vilde han have foretaget ved Valgmænd som i Norge, Preussen og de sydtyske Stater, saaledes at Valgene fandt Sted efter Amter, med 2—3 Deputerede under ét.

Intet af dette trængte igennem i Statsraadet, uden Bestemmelsen om at Gaardfæstere fik Valgret. Af Hensyn til den højere Census, som tyske Kancelli havde tænkt sig, blev Valgretsbetingelsen fordoblet og Valgbarheden gjort afhængig af en firdobbelt Grundejendom, al anden Adkomst til Valgret faldt bort; Gaardfæstere skulde have 5 Tdr. Hartkorn for at faa Valgret. For Hertugdømmerne knyttedes Valgretten til en Landejendom til 3200 Rbdl. Skatteværdi, eller en Købstadsejendom af 1600 Rbdl. Brandforsikring (i de største Byer det dobbelte).

Da disse Spørgsmaal blev afgjorte i Statsraadet (April 1832) var der alt udnævnt «erfarne» og «oplyste Mænd», henholdsvis fra Hertugdømmerne og Kongeriget, til at gennemgaa Lovforslagene, der nu blev trykte i den vedtagne Form. De erfarne Mænd traadte sammen i Slutningen af samme Maaned og forhandlede i en 4—5 Uger, derefter kom de oplyste sammen den 10de Juli og afsluttede midt i Avgust. Møderne holdtes paa Kristiansborg under Forsæde af vedkommende Kancellipræsident og med Prokurøren som Referent; den tyske Forsamling bestod af 29, den danske af 35 Mænd. Danske Kancelli vilde oprindelig have haft dem valgte af de fremtidige Vælgere, men det tyske trængte igennem med sin Mening, at de skulde udnævnes af Kongen. Det var Embedsmænd i Stæderne og paa Landet, Godsejere, borgerlige Tillidsmænd og fremragende Jurister; ingen Bønder fik Sæde blandt dem.

Forhandlingerne havde et meget fredeligt Forløb, da de liberale Lovforslag afvæbnede enhver skarpere Kritik. Dog blev Drøftelsen af forskellige Stridsspørgsmaal ret livlig, og der blev truffet adskillige Afgørelser, som ikke behagede Præsidenterne; den danske Forsamling var gennemgaaende mere frisindet end den tyske. Mærkeligt nok blev de oplyste Mænd ikke satte i Kundskab om, hvad de erfarne havde besluttet, og

disses Møder var forlængst sluttede, da hine begyndte. Det blev derfor nødvendigt bagefter at sammenarbejde det brogede Materiale, og dette overdroges ganske naturligt til Kancellikomiteen; Höpp blev ogsaa ved denne Lejlighed den toneangivende.

Komiteen tog et meget loyalt Hensyn til de af Forsamlingerne fremsatte Ønsker, kun at Hensynet til Lovenes saa vidt mulig ensartede Affattelse lagde Baand paa Indrømmelserne. De vigtigste af de foretagne Forandringer var følgende.

Forslaget havde forkortet den i Preussen krævede Betingelse for Valgbarhed, 10 Aars uafbrudt Besiddelse af Ejendom, til det halve og havde opgivet, at det skulde være samme Ejendom; Forsamlingerne havde ønsket det yderligere nedsat til et Aar (og 5 Aars Ophold i Landet); dette tiltraadte Komiteen. De oplyste havde stemt for at Fæstebønder ogsaa skulde være valgbare, som Ørsted havde holdt paa; det blev ligeledes tiltraadt. Derimod faldt «Benificiarernes» (Sognepræsters m. fl.) Valgret igennem med 18 Stemmer mod 17.

Spørgsmaalet om Jødernes Stilling viser især det forskellige Frisind i Rigets to Dele. De erfarne Mænd havde slet ikke omtalt denne Sag, men holdt sig til hvad der var foreslaaet 1819 og fastsat i Preussen saavel som i Lovforslaget; de oplyste derimod besluttede énstemmig, at Jøderne burde have Valgret, og med 24 Stemmer mod 11, at de tillige skulde være valgbare; Gehejmearkivar Fin Magnusen indgav senere et særligt Votum til Kongen for at hævde Retfærdigheden i dette Forslag. Det er et smukt Træk af Frisind paa et saa tidligt Punkt i vort offenlige Liv, i Modsætning til vore Naboer baade i Syd og Nord; men det bør da tillige fremhæves, at de danske Jøder i en ualmindelig Grad havde sluttet sig til Nationen i alle dens Bestræbelser, og at netop dengang to Mænd som H. Hertz og N. David indtog en stærkt fremskudt Plads i vort offenlige og literære Liv. De øvrige Forslag var af mindre

Vægt; kun Ønsket om at der maatte udgives en særlig Stændertidende, med Meddelelse om Forhandlingerne (ikke blot Resultaterne, som i Preussen), var af dybt indgribende Betydning. Ogsaa dette tiltraadtes af Komiteen.

De endelige Forhandlinger i Statsraadet fandt Sted i Efteraaret 1833. Det blev her afgjort, at der til Valgbarhed udkrævedes to Aars Ejendom. Jøderne fik Valgret i Kongeriget, men ingen Valgbarhed; i dette Spørgsmaal havde Ørsted staaet ene overfor sine tre Medkommitterede, men Kongen gav ham Medhold. Striden drejede sig iøvrigt om et sidste Forsøg paa at faa Intelligensen stærkere repræsenteret end den rene Grundejendom kunde antages at ville sørge for. Ørsted, støttet af Prins Kristian, søgte atter at skaffe Beneficiarerne Valgret og Valgbarhed, da det formentlig kunde antages, at Præsterne nu som ved tidligere Lejligheder vilde blive Bondens bedste Talsmænd, og de fire Kongevalg, som var forbeholdte, søgte de at faa løste fra Grundejendommene. Men begge Dele strandede paa Stemanns Modstand; han mente, at man vilde komme længere med Folk uden særlig Intelligens end med Præster og lærde Mænd.

Prins Kristian var ikke tilfreds med Resultaterne af de lange Forhandlinger; 19de November 1833 skriver han til sin Guvernementssekretær, Etatsraad Holten i Odense: «Stændernes Organisation i Danmark refereres imorgen for sidste Gang i Statsraadet. Jeg kan kun til Dem sige, at jeg i Almindelighed beklager, at den vil lade meget at ønske, og at den for at samstemme med Hertugdømmerne, som hver Gang først er refereret, langt fra ikke har den frisindede Aand, som den efter mit Skønnende kunde og burde have, naar en Ørsted og ligesindede vare blevne hørte. Den vil ej tilfredsstille, og i mange Henseender fortjener den Dadel, som den ej vil undgaa. Min Skyld er det ikke.» Og da han 29de Maj 1834 oversendte de endelig udfærdigede Anordninger af 15de s. M., skriver han: «Skønt jeg selv har haft Del i denne Forordnings Affattelse,

saa er jeg langt fra at finde den fuldkommen svarende til hvad man kunde ønske. Især vil den strænge Regel om Grundejerne, med Udelukkelse af Beneficiarier og alt hvad der indirekte kunde aabne Forsamlingen for mere Intelligens, finde grundet Dadel . . . . Den 87de § [om Udgivelsen af en Stændertidende] er den vigtigste i sine Følger, for at Institutionen ej skal falde i Dvale» [som i Preussen]. Sin egen Interesse for den nye Institution viste Prinsen ved at deltage i det første Stændervalg som Valgberettiget i «de mindre Landejendomsbesidderes» Klasse (for Virumgaard). Da Valghandlingen fandt Sted paa hans Svoger Hessen-Philipsthals Bisættelsesdag, anmeldte han dette for Valgbestyrelsen og mødte efter Aftale to Dage senere i det Wærnske Institut paa Frederiksberg for at afgive sin Stemme for Kammerraad Drewsen til Deputeret og Overretsprokurator Kancelliraad Payngk til Suppleant.

Som bekendt gik hans Bekymringer m. H. til den offenlige Menings Interesse for Stænderne ikke i Opfyldelse. Baade Valgene og det offenliggjorte Finansbudget vakte en Bevægelse, som man ikke tidligere havde kendt, og samtidig rejste der sig en Storm i Anledning af den truende Indskrænkning af Trykkefriheden. I Løbet af et Par Aar fortrængte den politiske Interesse alt andet; som en længe opdæmmet Flod skyllede den hen over Hovedstadens vel opdyrkede, æstetiske, filosofiske og videnskabelige Marker. I Virkeligheden var der ved den saa længe og modent overvejede Stænderforfatning gjort en vigtig Begyndelse til kommende Tiders folkelige Selvstyre; selv om den fra først af sagdes anlagt efter fremmed Mønster, var den helt igennem bleven tildannet efter et nationalt Tænkesæt.

Medens A. S. Ørsted i disse Aar var Landets mest populære Mand, vendtes alles Øjne mod Tronfølgeren Prins Kristian, hvis liberale Meninger selvfølgelig var vel kendte. Man drømte om, at han i Stilhed sad med en fuldt udarbejdet Grundlov i Lighed med den norske, eller i alle Tilfælde let vilde kunne bevæges til at give en saadan. Da Kongen i Begyndelsen af

Aaret 1837 gennemgik en haard Sygdom, som man ikke troede han vilde komme over, beredte man sig til fra alle Sider at bestorme Prinsen straks efter Tronbestigelsen. Men alt nu var denne bestemt paa ikke at give efter for et saadant Forlangende. Han skriver i sin Dagbog (under 12de Jan.): «Adler fortalte mig, at Tage Kloumand havde sagt ham, at det var de Liberales Hensigt straks efter Kongens Død, hvis den var paafulgt i Mandags eller Tirsdags, at komme med Folkestimmel for at forlange den norske Konstitution. Jeg svarede ham, at det var bedre at forekomme, men skete det, da var det en god Lejlighed til at vinde den store Hobs Agtelse ved at afslaa en saadan Begæring med Fasthed. Ganske andre Omstændigheder havde fremkaldt den norske Konstitution, jeg regerede ifølge Kongeloven med de af Kongen givne Institutioner, og disse vare Folkets lovlige Organer til Tronen» [1]).

Denne Stemning blev i de følgende Aar snarest bestyrket. I Hertugdømmerne begyndte Sprogstriden og Debatterne om Arvefølgen at forurolige Sindene og varsle store Vanskeligheder i den kommende Tid, og i Kongeriget fremkaldte den voksende Opposition, der gav sig Udslag i Pressen, alt nu en stærk konservativ Modstrømning.

I de mest intelligente Kredse saa man med Ængstelse paa de politiske Interessers alt opslugende Malstrøm, og adskillige af de mest ansete Forfattere optraadte stærkt polemisk derimod. Saaledes Grundtvig, Fru Gyllembourg, Heiberg, Hertz, Povl Møller, Paludan Müller, Sibbern, P. Hjort, — blandt de yngre S. Kierkegaard o. a. Frem for alt gav Hertz et vægtigt Indlæg i sine «Stemninger og Tilstande» (1839), der ramte den unge Liberalisme lige saa sikkert som hans «Gengangerbreve» til sin Tid havde ramt de literære Partier.

Prins Kristian tilhørte ifølge hele sin Aandsretning for en stor Del netop denne Del af Samfundet, om han end havde

[1]) Sml. H. Hage, Johannes Hage, S. 121 fl.

en langt større Indsigt i de politiske Forhold og Forstaaelse af deres uafviselige Betydning, end Literaturens Mænd i hin Tid kunde være i Besiddelse af. Men ogsaa rent politisk modtog han i disse Aar et betydningsfuldt Indtryk, idet han paa en Udenlandsrejse i Efteraaret 1838 traf sammen med Repræsentanterne for Samtidens største konservative Magter, Kejseren af Rusland og Metternich; især den sidste raadede ham indtrængende til at bevare Decentralisationen i den nærværende Forfatning, idet han tilsagde ham Østrigs Bistand i mulige Konflikter i Hertugdømmerne. Ruslands Interesse for det danske Kongehus blev samtidig paakaldt ved de første Meddelelser i Arvefølgesagen.

Tronskiftet i December 1839 vil saaledes let kunne forstaas i sit bekendte Forløb. Hvad der var paatænkt 3 Aar tilforn, kom nu til Udførelse, men faldt virkningsløst til Jorden. Man blev skuffet med Hensyn til den nye Konges formentlige Sympati for den fremskredne Liberalisme, og maaske nok saa meget med Hensyn til hans formodede Karaktersvaghed, der var bleven en Trossætning af det Eftermæle, som det utaknemmelige Norge havde sat hans Kongedømme i 1814. Af H. C. Ørsteds Mindetale over Kongen i dette Selskab fremgaar det tillige, at man havde troet ham saa hengiven til Livsnydelser, at han snart vilde opgive en kraftig Deltagelse i Regeringens Byrder.

Intet af alt dette viste sig nu at være Tilfældet. Kristian VIII henviste i Dec. 1839 til «Folkets lovlige Organer», som han vilde have gjort det i Jan. 1837, medens han lod sit Statsraad tage under Overvejelse, om Tiden kunde være kommen til væsenlige Forandringer i Statens Forfatning.

Imidlertid bar han længe sin Upopularitet med Sindsstyrke, han var, især i de første Maaneder efter Tronbestigelsen, i en løftet Stemning i Bevidstheden om sit høje Kald. Han arbejdede mere, end maaske nogen anden Konge hos os har gjort det, og inden kort Tid sporedes Virkningerne af den nye Aand,

som med ham var kommen ind i Styrelsen; ikke uden Føje skrev hans Enke senere om ham: «Min gode Konge sled sig op for at opfylde sine Kongepligter» [1]).

Den offenlige Drøftelse af Kongelovens Afskaffelse og en Forfatnings Indførelse, som i Fredrik VI's Tid havde været halsløs Gerning, blev fra nu af tilladt, Budgetterne offenliggjordes, det kommunale Selvstyre udvikledes, og det var af mange Tegn klart, at Kongen forberedte nye Tilstande. 1842 blev der forelagt Stænderne Forslag om Indførelse af Stænderkomiteer, d. e. Udvalg af de fire Forsamlinger, som i Fællesskab skulde forhandle Rigets almindelige Anliggender, altsaa et meget væsenligt Skridt ud over det bestaaende. Men Forslaget blev kun vedtaget i Kongeriget, og det var alt for farligt i et saa vigtigt Spørgsmaal at lade Hertugdømmerne staa sammen overfor Danmark. Det blev derfor igen henlagt til bedre Tider.

Disse kom imidlertid ikke. Modsætningen mellem Monarkiets tvende Hoveddele udvikledes altid skarpere, og først da der var indtraadt et næsten fuldstændigt Brud efter Udstedelsen af det «Aabne Brev» (8. Juli 1846) kom man ad en modsat Vej tilbage til Forfatningsspørgsmaalet. Det synes nemlig nok saa meget at have været Kongens Følelse for Nødvendigheden af fuldt ud at vinde det danske Folk til Værn mod Fremtidens Storme, som Troen paa at en varig Forsoning kunde opnaas ad denne Vej, der fremkaldte Forhandlingerne i Aaret 1847. I alle Tilfælde fremtræder det saaledes i Kronprinsens bekendte Forestilling af 6. Febr. d. Aar, som jo kun giver Udtryk for de Tanker, der almindelig næredes i den danske Befolkning: «At Hertugdømmernes Befolknings Pluralitet skulde være gunstig stemt for en slig for hele Riget fælles Forfatning, kan man jo ikke vente; men den Begejstring, en slig Forholdsregel vilde vække i hele Kongeriget og i en, skønt maaske ikke stor Del

[1]) Peter Rørdam, III, 169.

af Slesvig, vilde dog vist give Regeringen en saadan Støtte, at alvorlig Modstand blev umulig for Hertugdømmerne». Kongen svarede herpaa: «Uden at udbrede mig videre over denne ansvarsfulde Sag, ville Du tro, at den dagligen er Genstand for mit Overlæg og for min Bekymring, og at det er mig kært, at Du uforbeholdent har ytret Dig for mig, ligesom den vil vorde mundtlig omtalt imellem Os, naar jeg ser Dig igen».

I Virkeligheden havde han alt indledet Forhandlinger med sine Raadgivere om Oprettelsen af et udvidet Statsraad. I et saadant, mente han, vilde det være lettere at forene Mænd fra de forskellige Landsdele for da at forberede en fælles Repræsentation. Gennem Karl Moltke, Præsident i det tydske Kancelli, — Søn af den foran nævnte Adam Moltke til Nütschau og i Begyndelsen af 30'erne blandt Talsmændene for Hertugdømmernes Uadskillelighed, — traadte han i Forbindelse med Brødrene Reventlov, Ernst til Farve og Frits i Pretz, Ridderskabets Førere, for at vinde dem for sine Planer. Den 22de Juli, faa Dage før sin Afrejse til det aarlige Sommerophold paa Før, tilstillede Kongen Gehejmestatsraadet og Kancellipræsidenten i en udførlig Afhandling sin Plan til et udvidet Statsraad.

Dette Statsraad, i hvilket ikke Kongen, men en Gehejmestatsminister skulde føre Forsædet, skulde bestaa af de kongelige Prinser, Statholderen i Hertugdømmerne, Præsidenterne for Regeringen paa Gottorp og Overappellationsretten, Guvernøren i Lauenburg og en Generalsuperintendent; fra Kongeriget Justitiarius i Højesteret og Sjællands Biskop. Iøvrigt høje Embedsmænd og Tillidsmænd, især fra Stænderforsamlingerne. Da det tillige var Meningen at omdanne Kollegierne til Ministerier, skulde Statsraadet deles i Sektioner, svarende til et eller flere af disse: 1) for udenlandske Sager, Handel og Industri, samt Kolonierne; 2) Justits og Politi, Kirke og Undervisning; denne Sektion i to Afdelinger efter Statsdelene; 3) det Indre, Stænder og Kommunalsager, Landmilitær og Landvæsenssager; 4) Finanserne; 5) Forsvaret. Statsraadet skulde drøfte alle almindelige

Lovgivnings- og Finanssager, først i Sektioner, derpaa i Fællesmøde, hvorefter de skulde forelægges Kongen i Gehejmestatsraadet, til hvilket ogsaa andre kunde indkaldes for de enkelte Anliggenders Vedkommende. Endvidere kunde der holdes Ministerraad med tilkaldte Departementschefer for at forberede Lovforslag m. v. Ad denne Vej mente Kongen, at de forekommende Stridspunkter kunde udjævnes, Partiførerne bringes i Forbindelse med hinanden, og de fælles Interesser træde i Forgrunden, — «og», saaledes slutter han sin Fremstilling, «skulde heraf end i Tidens Løb fremgaa en konstitutionel Forfatning for det danske Monarki, en Forandring i Grundloven, som visselig ikkun en bydende Nødvendighed til Undersaatternes Vel kan retfærdiggøre, saa vil alle derhenhørende vigtige Overvejelser om de deraf flydende organiske Love ligeledes henhøre til Statsraadets Arbejde og tjene Kongen til Vejledning for de Beslutninger, han maatte føle sig kaldet til at tage, med stadigt Hensyn til det Ansvar, der er paalagt ham, at efterlade Riget lige stærkt ved Enighed og Undersaatterne i tiltagende Velstand som et lykkeligt og mod Forsynet taknemmeligt Folk».

De Forhandlinger, som nu i Efteraarets Løb førtes, synes desværre ikke at være blot tilnærmelsesvis bevarede, i alle Tilfælde findes de ikke blandt Kongens Papirer. Hovedtrækkene vil dog kunne følges.

Den 8. Sept., endnu før Kongens Tilbagekomst, besvarede Justitsminister Stemann det fremsatte Spørgsmaal. Han fraraadede Oprettelsen af et Statsraad og Kollegiernes Omdannelse til Ministerier. Det vil ikke tilfredsstille den offenlige Mening og ikke bringe noget Udbytte for Sagernes Behandling ud over det, Kollegierne nu yder (!). Derimod kan han ikke undlade at fremhæve, «at Ønsket om en friere Udvikling af vor Forfatning, væsenlig grundet paa den Frygt, at tilkommende Eneherskere ikke maatte besidde den Visdom, den Erfaring og det høje Ædelsind, hvormed Riget for Tiden styres, ej alene lydelig har udtalt sig i alle Stænderforsamlinger, men umis-

kendelig næres af hele Folket». Kongen har selv antydet en saadan Mulighed, og Stemann maa ansé det for ønskeligt, at Kongen «maatte bestemme sig til allerede nu at foretage forberedende og indledende Skridt, siden Gæringen ellers let og hurtig i den Grad kunde tiltage og vinde i Styrke, at det i al Fald ved et, Gud give først i sildigste Alder indtræffende Tronskifte vilde blive højst vanskeligt, om ikke umuligt, at holde den indenfor de Skranker, hvilke Folkets eget sande Vel udkræver». Han mener dog ikke, at dette bør forelægges et stort Statsraad: «Hvad D. Maj. i Deres Visdom uden nogen foregaaende videre Sammenkaldelse af nye Raadgivere maatte finde alt nu at kunne indrømme, vil af Stænderne og Folket blive optaget med langt anden Erkendtlighed og Taknemmelighed, end hvad senere maaske nærmest vil ansés som ikkun fremtvunget af bydende Omstændigheder».

Som praktisk Forslag nævner han en Udvidelse af Gehejmestatsraadet til at bestaa af 8 Medlemmer foruden de kongelige Prinser, nemlig Cheferne for de forskellige Styrelsesgrene; det skulde da holde to Rækker Møder: deliberative under en Konsejlspræsident og definitive under Kongens Forsæde. Ved Siden heraf Fælles-Stænder, valgte af de fire Forsamlinger, ligemange af hver: «Skulde iøvrigt D. Maj. i Deres Visdom hertil maatte ville føje Bestemmelser, ved hvilke Folket yderligere kunde betrygges imod i Fremtiden mulig mindre vel overvejede, ensidig fattede Beslutninger, saa vilde Nu- og Fremtid endmere velsigne allerhøjst Deres Minde».

Denne Forsigtighed i Udtryk, hvor der var Tale om en Forfatningsforandring, havde jo sin naturlige Grund i Kongelovens rigoristiske Bestemmelser i saa Henseende; det var her stemplet som Højforræderi med den i Loven fastsatte Straf at tilraade Kongen en Indskrænkning i sin Magt. Der haves derfor ogsaa forskellige Udkast til et Kommissorium med den Opgave for Landets første Jurister at angive, om og hvorledes man kunde komme udenom denne Vanskelighed paa lovlig

Maade. Det var den legitimistiske Karl Moltke, som syslede hermed; da det imidlertid ikke blev til Alvor, maa man vel være kommen til den Slutning, at det var en gordisk Knude, som maatte overhugges. Bag ved Stemanns Raad om en Afskaffelse af Enevælden laa jo en dyb Mistillid til Tronfølgerens Evner og Vilje; det er øjensynligt, at Frygten for, at Kongens Dage alt var talte, havde begyndt at gøre sig gældende. Der mærkes da ogsaa en stærkt aftagende Livsvirksomhed hos ham i Aarets sidste Halvdel; endog Dagbogsoptegnelserne bliver forsømte, og Kongen synes ikke mere selv at have tumlet med Regeringens Problemer som forhen; Bardenfleth, der saa ham i Oktober, anede, at det vilde være sidste Gang.

Det udvidede Statsraad blev opgivet; dog drog Kongen forskellige Personer ind i Forfatningsspørgsmaalets Behandling, to fra hver af Monarkiets Hoveddele: Otto Moltke og P. G. Bang fra Kongeriget, Karl Moltke og Regeringspræsidenten paa Gottorp, L. N. Scheel, fra Hertugdømmerne. Hvad Kongen selv har tænkt, fremgaar ikke af det bevarede Materiale; han lod Karl Moltke gøre Udkast til et Reskript om Indkaldelse af erfarne Mænd, men Bang fortæller, at han syntes særlig godt om hans (ikke opbevarede) Udkast til Forfatningsbestemmelser.

Straks efter Nyaar skulde de endelige Forhandlinger begynde i Statsraadet, Otto Moltke var tilsagt til den 6te Januar. Men alt Dagen forinden paadrog Kongen sig den Sygdom, som skulde lægge ham i Graven; den 9. stod han op for at ordne forskellige Ting og skrev da det ofte omtalte Brev, i hvilket han paalagde sin Efterfølger at indføre en Forfatning. «Da det staar i Guds Haand, om jeg rejser mig af denne Sygdom, hedder det her, saa anbefaler jeg Kronprinsen ved sin Regerings Tiltrædelse at tilsige det danske Folk og Hertugdømmerne en fælles konstitutionel Forfatning, som han forbeholder sig nærmere at give disse hans Arvelande». I de følgende Dage sysselsatte Forfatningssagen ham vist endnu stadig, stærkere fremtræder dog Tanken om den under 31. Dec. fastslaaede

Plan for den folkelige Realhøjskole i Sorø, idet han med Rette ansaa Almuens Oplysning for et Grundvilkaar for et sundt Forfatningsliv. Ogsaa denne skulde dog gaa i Graven med ham.

Kong Fredriks VII's Tronbestigelse betegner, saa mærkeligt det end kan lyde, en Reaktion i tysk og aristokratisk Retning. Hans Fader havde i sit sidste Brev lagt ham paa Sinde ogsaa at høre Raad fra fædrelandssindede Mænd fra Hertugdømmerne, — han nævnte Criminil og Karl Moltke —, vistnok i den Forudsætning, at Sønnen omgikkes med den Tanke at fjerne dem fra sig. Kong Fredrik kaldte derfor, straks efter at have modtaget Brevet (af Irminger), Karl Moltke ind i Statsraadet; men her traadte denne med sin ejendommelige stærkt udprægede Personlighed øjeblikkeligt i Forgrunden. Moltke, siges der, beherskede Criminil og denne atter Ørsted, medens Stemann laa syg af Podagra og ikke mere kom i Statsraadet, og Vilhelm Moltke holdt sig stærkt tilbage som upolitisk Finansminister. Det var alt i Kristian VIII's sidste Tid kommen til at staa saaledes, at Karl Moltke var den anerkendte Bærer for et Forsoningsforsøg overfor Hertugdømmerne. De store Farer, som truer os, skrev han 8de Dec. 1847 til Kongen, og som mere og mere fører os hen imod Rigets Opløsning, kan kun afbødes ved, at det kommer til en Forstaaelse mellem Landsdelene. Han blev da Manden til at gøre dette Forsøg, og baade Bardenfleth, som faa Dage efter indkaldtes i Statsraadet, og Bang, som deltog i dets Forhandlinger, fortæller, hvorledes Moltke fremtvang sin Affattelse af Kundgørelsen om den vordende Forfatning, af 28de Januar. Endog et udtrykkeligt Løfte om Hertugdømmernes fortsatte Forbindelse fik han tvunget igennem til Trods for de to nævnte Mænds Indsigelser; Kongen holdt her som overalt med Flertallet. Det var da intet Under, at Moltke ogsaa fik Overtaget i det nedsatte Forfatningsudvalg, bestaaende foruden ham af Ørsted og Bang.

Kundgørelsen af 28de Januar lovede fælles Stænder for Danmark og de to Hertugdømmer ved Siden af de særlige

Provinsialstænder, der ikke skulde forandres. Fællesstænderne skulde have besluttende Myndighed i Skattesager, Finansstyrelse og Lovgivning; Antallet af deres Medlemmer skulde være lige stort for Kongeriget og Hertugdømmerne. Det nærmere Forfatningsforslag skulde forelægges erfarne Mænd, valgte dels af Provinsialstænderne (nemlig henholdsvis Godsejere, Borgere og Bønder, ialt 24), dels af Gejstligheden i de forskellige Stifter og af Universiteterne, ialt 8, dels af Ridderskabet i begge Hertugdømmer under ét, 4, dels endelig af Kongen, ialt 16, deraf 8 i Kongeriget og 4 i hvert Hertugdømme. Det er karakteristisk, at Repræsentanterne for Gejstligheden og Ridderskabet endnu ikke findes i Moltkes Udkast af 8de Dec., medens de kommer frem i et senere Projekt fra Kristian VIII's sidste Tid; denne Konge vilde sikkert ikke have ladet den slesvigholstenske Tendens med det samlede Ridderskab passere.

Det endelige Forfatningsudkast er affattet paa tysk og giver virkelige Grundtræk til en Konstitution. Kongens Civilliste fastsættes til 600,000 Rdl. og Domænerne i Kongeriget, for saa vidt han ønsker at besidde dem; de regnes til 300,000 Rdl. Der indføres fuld Religionsfrihed, dog at Jødernes Stilling overlades til Provinsernes særlige Lovgivning (for vedblivende at kunne holde dem nede i Hertugdømmerne). Den personlige Frihed hævdes; ingen kan drages fra sit rette Værneting, og den fængslede stilles ufortøvet for sin Dommer. Borgerne har Ret til at indgaa Foreninger og holde Møder og Forsamlinger; der er Pressefrihed med Ansvar for Domstolene, Censuren skal aldrig kunne indføres. Modersmaalets Ret maa ikke krænkes; Ejendommen er ukrænkelig. Stand og Fødsel skal ingen Betydning have for Adgang til Embeder, alle Begunstigelser med Hensyn til offenlige Byrder skal afløses.

Fællesstænderne samles hvert Foraar, skiftevis i København og paa Gottorp. De deles i to Kamre; Medlemmerne skal være 30 Aar gamle og Kristne. Al Finanslovgivning foretages

i Fællesmøder; i saadanne afgøres ogsaa Uoverensstemmelser i Lovgivningssager. Forhandlingerne er offenlige.

Første Kammer sammensættes af 36 Medlemmer af hver Hoveddel af Monarkiet; 20 af disse vælges henholdsvis af Ridderskabet og de danske Sædegaardsejere, én er Formanden i den højeste Domstol, 3 Biskopper; de 12 er Kongevalg. Alle Valg er paa Livstid.

Andet Kammer har det dobbelte Antal Medlemmer (nøjagtig: 73 = 36 + 37), det sammensættes ligesom Provinsialstænderne, kun med Undtagelse af de i første Kammer repræsenterede Klasser. Det har øjensynligt været Meningen engang i Tiden at lade det blive de samme Personer og saaledes afskaffe Stænderlovenes Valgbestemmelser. Der skulde for Fællesstænderne indføres indirekte Valg, Valgmændene er dels kommunale Tillidsmænd, dels valgte; i Stæderne vælger hver 25, som har Hus eller Jord til 600 Rbdl.'s Værdi eller giver 40 Rbdl. i Husleje, en Valgmand (i København henholdsvis hver 100, med 1000 og 64 Rbdl.); paa Landet i hvert Sogneforstanderskab alle med Hus til 400 Rbdl. (24 Rbdl. Leje) eller Hus med 2 Skæpper Hartkorn.

Forsamlingens Ret strækker sig kun til alle Fællessager. Først nævnes Skattesager, der skal vedtages for at nye Skatter kan paalægges eller ældre forhøjes; de skal forelægges andet Kammer først og kan ikke fremmes, hvis de her forkastes; forandres de af første Kammer, træder begge sammen. Skattebyrden skal fordeles efter Forholdet 5 til 3 mellem Kongeriget og Hertugdømmerne. Almindelige Fælleslove forelægges i et af Kamrene; endelig Udjævning søges i Fællesudvalg. Forelægges en Lov tredje Gang og vedtages da af 2det Kammer, kan Kongen lade begge Kamre træde sammen og vedtage den ved fælles Afstemning. Kamrene kan ikke tage Initiativet til Love, men kun stille Andragender.

Finanslovgivningen var meget omhyggelig ordnet. Statsgælden staar under Stændernes Garanti og Kontrol; et Normal-

reglement bliver Bilag til Forfatningen, det dannes af de 3 sidste Aars regelmæssig gentagne Udgifter. Der forelægges Stænderne et aarligt Budget, hvis Afvigelser fra Normalreglementet skal søges bevilgede. Af Overskuddet forrentes Statsgælden og afdrages den med 1 pCt. Hvad da bliver til overs, deles i to Dele: til Statsformaal og til Fordeling mellem Landsdelene. Vil Stænderne ikke give Samtykke til den foreslaaede Anvendelse, deponeres Beløbet hos Rigsretten («Staatsgerichtshof»). Finansregnskabet revideres efter nøje fastsatte Regler, og Rigsretten nedsætter et Udvalg for at kontrollere de løbende Udgifter med Hensyn til Statsgælden. Der kan gøres Ansvar gældende for Rigsretten.

Kollegierne ophæves og der dannes 8 Ministerier, 4 fælles og 4 særlige; ingen kongelig Befaling er gyldig uden at være paraferet af en Minister. De fælles Ministre forestaar Udenrigssager, Forsvaret, Finanserne og Handelen; af de særlige er to for Kongeriget, en for hvert Hertugdømme.

Ministrene danner Gehejmestatsraadet; de er ansvarlige og kan anklages for Rigsretten; denne kan afsætte dem, og de kan da ikke mere træde i Statens Tjeneste. Vil man tiltale dem til Erstatning, søges de ved deres rette Værneting, Højesteret eller Overappellationsretten. Rigsretten sammensættes ved Valg af de højeste Domstole, de samlede Kamre og Kongen, lige mange fra Kongeriget og Hertugdømmerne. Den vælger selv sin Præsident; ingen af dens Dommere maa være Deputeret eller Embedsmand. Naar dens Dom æskes, skal denne afsiges inden 8 Dage efter at Stændernes Forhandlingsprotokol er tilstillet den trykt; Rettergangen er mundtlig og offenlig.

Dommerne i de overordnede Domstole er uafsættelige. Med Hensyn til de to Sprog i Slesvig bestemmes, at de skal bruges helt igennem og af alle Avtoriteter, undtagen Overappellationsretten i Kiel, der dog tager mod danske Indlæg og giver Dom i dansk Oversættelse. I Stæderne Haderslev, Aabenraa og

Sønderborg indføres Dansk i Skolerne; paa Landet beholdes den daværende (mod Dansk uretfærdige) Grænse for det offenlige Sprog. Der ansættes to Generalsuperintendenter, en dansk og en tysk, den danske faar tillige Als og Tørning Len. Præster skal have gennemgaaet et Aars Øvelse henholdsvis i Kiel eller København og de juridiske Embedsmænd skal have gjort et Aars Tjeneste i det Sprog, de for Fremtiden skal bruge.

Forfatningsudkastet var omtrent færdigt, da Martsbevægelsen afbrød Arbejderne med det. Der var Møde hos Ørsted den 20de om Aftenen, og skønt Bang kunde meddele, at Borgerrepræsentanterne var samlede til et extraordinært Møde for at vedtage en Adresse til Kongen, som samme Aften skulde forelægges en Forsamling i Kasino, holdt Moltke dog paa, at de burde gøre deres Udkast færdig. Før de skiltes, fik de Efterretning om, at man næste Dag vilde bede Kongen om en Regeringsforandring. Moltke beklagede, at man saaledes miskendte hans redelige Vilje til at redde Monarkiets Sammenhold, men kørte derpaa hjem uden at lade sig anfægte af de Skarer, som strømmede ud fra Kasino; Bang indrømmer, at han ikke var saa modig og ikke lukkede et Øje den Nat.

Den næste Dag kuldkastede alt, hvad der var arbejdet og tænkt og drøftet i en hel Menneskealder. Det Spørgsmaal ligger nær, om det dog ikke havde været værd at tage det foreliggende Udkast som et Udgangspunkt for Forhandlingerne, om der da slet ikke var noget heri, som kunde bruges? Vistnok var der ved Moltkes slesvig-holstenske Standpunkt kommen Enkeltheder ind i Forslaget, som umulig kunde fastholdes og som stred mod den foregaaende Regerings klare Formaal — saaledes især første Kammers Sammensætning og den uretfærdige Sprogordning, — og ved Oprøret var endvidere Forudsætningen for en fælles Forfatning foreløbig bristet; men der var dog givet saa meget i det her tilbudte, og det stod i en saa organisk Forbindelse med de bestaaende Indretninger, at et fuldstændigt Brud, som jo nødvendigvis maatte skade os overfor

Udlandet og svække Sammenholdet indadtil, ikke kunde siges at være nødvendigt. Havde man sammenkaldt de paatænkte Tillidsmænd, helst baade «erfarne» og «oplyste» Mænd, og forelagt dem dette Forslag med udstrakt Myndighed til at omdanne det, kunde man maaske have naaet en Forfatning, skikket til at bære den følgende Udvikling uden de Brud, som ved Junigrundloven saa at sige fra den første Dag blev uundgaaelige. Rimeligvis havde vi da nu været videre i sand konstitutionel Statsordning og Tænkemaade.

Der er noget mistrøstende i at dvæle ved denne Bagside af det store nationale Gennembrud og det uforlignelige Opsving, som vort Folkeliv tog i 1848. Det var tilvisse nødvendigt, at Kongeloven blev afskaffet og hele dens Statsordning kuldkastedes; men der er noget mistrøstende i, at dette ikke kunde ske uden tillige at kuldkaste en hel Slægtalders Arbejde med at komme bort fra dens Ulemper ad Udviklingens Vej, medens man lagde det i Hænderne paa en højt begavet, men ganske uerfaren Mand at lave en Forfatning efter Øjeblikkets Doktriner. Og det bliver ikke mindre mistrøstende, naar vi tænker paa, at noget aldeles tilsvarende alt var sket for 200 Aar siden. Det var dengang uundgaaeligt, at Haandfæstningen maatte kasseres og hele dens Statsordning kuldkastes; men det er trist at tænke paa, at man ogsaa dengang med det samme kuldkastede en Menneskealders Arbejde med at komme bort fra dens Ulemper ad Udviklingens Vej — (ogsaa dengang ved Stændermøder) —, for saa at lægge det i Hænderne paa en højt begavet, men uerfaren Mand at lave en Kongelov, ikke efter Landets og Folkets Tarv, men efter sine statsfilosofiske Doktriner.

Notes sur l'histoire des mathématiques.

par

H.-G. Zeuthen.

Suite [1]).

(Présenté à la séance du 3 mai 1895.)

V. Sur le fondement mathématique de l'invention du calcul infinitésimal.

Dans le cahier récemment paru des *Leçons sur l'histoire des Mathématiques* [2]), M. Cantor s'occupe principalement de la fondation du calcul infinitésimal par Newton et Leibniz. Avec l'exactitude historique qui lui est propre, il a démêlé les contributions dues à ces deux grands hommes et à leurs contemporains, il en a fixé les dates et a discuté avec soin la question de savoir dans quelle mesure chacun d'eux a connu les découvertes de l'autre. Il a ainsi porté à la connaissance de ses lecteurs les faits qui doivent servir de base au jugement dans le célèbre débat de priorité entre les deux grands géomètres. L'histoire de ce débat est réservée pour le cahier suivant.

Au commencement du cahier paru M. Cantor caractérise fort bien le progrès colossal marqué par l'invention d'un calcul

[1]) Voir aux p. 1 et 303 de l'année 1893 et à la p. 37 de la présente année du Bulletin.

[2]) T. III, 1er cahier.

infinitésimal, en disant que ce calcul a rendu accessibles à tous les sommets où jusqu'alors les esprits d'élite pouvaient seuls s'élever. C'est cette pensée qui s'impose par exemple à qui étudie les quadratures de Fermat. Pour bien expliquer ses idées aux lecteurs modernes, nous avons dû, dans notre Note précédente[1]), nous servir du langage du calcul différentiel et intégral; mais Fermat a su concevoir, retenir et rendre fécondes ces mêmes idées sans autre algorithme que le système de notations de Viète.

L'accord existant sur ce point entre M. Cantor et moi me porte même à croire possible de nous réunir pour caractériser de la même manière l'importance du progrès réalisé par l'invention de la géométrie analytique et les rapports de cette méthode moderne avec la géométrie des anciens.

C'est surtout en donnant aux opérations infinitésimales un algorithme et en en faisant ainsi un calcul soumis à des règles uniformes et simples que Newton et Leibniz ont rendu ces opérations accessibles à tous ceux qui s'approprient ces règles une fois pour toutes. M. Cantor a donc eu à s'occuper des rapports qui existent entre les inventions des deux sortes d'algorithmes qu'on doit à ces grands hommes. Il constate l'indépendance de ces inventions l'une par rapport à l'autre. Celle de Newton à été faite la première; mais Leibniz, qui a vu plus clairement l'importance de règles détaillées et uniformes, a le premier publié l'algorithme qu'on lui doit. L'utilité de cet algorithme s'est revélée immédiatement par les nombreuses découvertes qu'ont faites Leibniz lui-même et ses premiers successeurs sur les terrains déjà connus et par la découverte de nouveaux domaines accessibles à la nouvelle analyse. La théorie des *fluxions* de Newton a été très fructueuse pour son auteur dans ses propres recherches, si impor-

[1]) Sur les quadratures avant le calcul infinitésimal, et en particulier sur celles de Fermat, voir ce Bulletin 1895, p. 37.

tantes, et elle a été utilisée aussi par une partie de ses successeurs anglais; mais ce sont les *différentielles* et *intégrales* de Leibniz qui restent en usage aujourd'hui.

Cependant la réduction à un calcul infinitésimal d'un certain nombre d'opérations infinitésimales, telles que des esprits d'élite en ont connues avant Newton et Leibniz, ne repose pas exclusivement sur l'invention et le développement d'un algorithme. Cette invention, ou du moins son utilité, dépend de plusieurs progrès mathématiques très importants, et ces progrès sont dus à Newton. Nous citerons en première ligne l'usage des séries infinies et la découverte capitale du caractère inverse des deux opérations infinitésimales que depuis Leibniz on appelle la différentiation et l'intégration [1]).

Ces deux opérations étaient connues, de fait, avant Newton et Leibniz. Archimède et après lui les Keppler, les Cavalieri, les Fermat, les Pascal et les Wallis avaient exécuté des quadratures et des cubatures par la même décomposition des grandeurs à évaluer qui caractérise aujourd'hui leur détermination par des intégrales définies; et nous avons montré dans notre Note précédente qu'on avait bien reconnu l'unité des procédés appliqués à des questions géométriques de nature différente: ayant exécuté une quadrature dans un système orthogonal de coordonnées, on savait fort bien en appliquer le résultat à d'autres quadratures ou à des cubatures et plus tard à des rectifications ou à des déterminations de centres de gravité. Cependant pour cette exécution des quadratures on ne possédait aucune méthode générale, à l'exception des réductions de Fermat et de Pascal analogues à la réduction des intégrales au moyen de l'intégration par parties et

[1]) M. Paul Tannery (*Bulletin de Darboux* 1894, p. 232) regarde aussi la découverte de ce caractère inverse comme le véritable point de départ de la fondation du calcul infinitésimal.

de substitutions assez particulières. A ces exceptions près on en était réduit à soumettre chaque nouvelle quadrature à un nouveau procédé.

Newton inventa une méthode générale, appliquée avant lui, mais à son insu, par Mercator à un cas particulier, celle qui consiste à développer l'ordonnée de la courbe à carrer — c'est-à-dire la fonction à intégrer — en une série infinie procédant suivant les puissances de l'abscisse, et à en intégrer ensuite chaque terme. La généralité de cette méthode, applicable non seulement à toutes les fonctions dépendant d'équations algébriques, mais aussi à des fonctions transcendantes, allait donner aux opérations du nouveau calcul infinitésimal la généralité nécessaire pour en faire un instrument de recherche universel; mais en général elle ne comporte qu'une quadrature approchée et ne permet qu'assez fortuitement de distinguer les cas où l'on peut exécuter exactement une quadrature ou du moins la réduire à une autre.

Le développement de la méthode de différentiation avant Newton a eu un cours tout à fait différent. Cette opération ne remonte qu'à Fermat, qui la définit d'une manière très précise. Il ne donne pourtant aucun nom particulier au résultat de cette opération, qui est ainsi privée du caractère d'individualité qu'elle a acquis plus tard, mais il en montre les principales applications à la détermination des *maxima* et *minima*, des tangentes, et de certains centres de gravité. Il en mentionne même l'application à l'étude des propriétés des nombres [1]); application qui a consisté probablement dans la déduction d'identités nouvelles par la différentiation d'identités connues.

Alors que chaque nouvelle quadrature exigeait une nouvelle invention, la différentiation est, comme la multiplication, une opération directe, dont il suffit de connaître la définition pour

[1]) *Varia Opera* p. 137.

l'exécuter dans les cas les plus simples, et pour être mis, tout au moins, sur la voie dans les cas où les fonctions à différentier présentent des difficultés particulières. Les définitions de Fermat suffisent déjà pour trouver — toujours implicitement dans les applications où il y en a besoin — les quotients différentiels des fonctions algébriques et rationnelles. Dans les déterminations de tangentes, il sait même les tirer d'une équation en x et y. Les règles de Hudde, Sluze et Barrow, qui se rattachent à l'une ou à l'autre des différentes recherches auxquelles Fermat appliquait sa différentiation, prescrivent — toujours sans faire de la différentiation une opération indépendante — la manière dont il faut différentier une fonction déterminée par une équation algébrique. Ces mêmes règles n'avaient besoin que d'être rattachées à la notion nette de *différentielle* ou de *fluxion* pour devenir des règles de différentiation. Le calcul différentiel était donc créé au moment même où Leibniz et Newton avaient introduit l'une ou l'autre de ces deux notions. Son développement ultérieur pouvait demander du travail et de l'attention, mais il n'exigeait aucune invention à proprement parler.

L'invention du calcul intégral ne demandait pas nécessairement de notion nouvelle. Les aires qui servent à représenter les intégrales formaient des objets de recherche aussi bien définis que nos intégrales; leur nature géométrique les rendait même plus manifestes que n'eût fait alors une définition abstraite, et nous avons dit qu'on savait en faire les mêmes applications que des intégrales. Ce dont on avait besoin, c'était d'une nouvelle découverte, à savoir que la quadrature est l'opération inverse de la différentiation. Après cette découverte on pouvait, pour venir à bout des quadratures ou intégrations, procéder comme on le fait pour la division et les autres opérations inverses. On effectue les divisions en dressant des tables de multiplication et en y cherchant les facteurs qui, multipliés par des facteurs donnés, forment des produits

donnés. Les divisions dont le dividende et le diviseur ne se trouvent pas combinés dans ces tables conduisent à l'introduction des fractions. De même, pour se mettre en possession des différentes quadratures, il fallait se rendre compte des résultats de la différentiation des diverses fonctions, et dresser, aussi complètement que possible, des tables permettant de voir quelles expressions des ordonnées peuvent résulter de la différentiation des fonctions connues (exprimant alors les aires). Les fonctions qu'on ne peut obtenir par ces différentiations seront alors les ordonnées de courbes dont les aires ne sont pas exprimables au moyen de fonctions connues, ce qui n'empêche pas d'étudier ces aires en les développant en séries et en en formant des classes réductibles à des types fixes.

Cependant, depuis l'instant où l'on avait commencé de faire usage de la notion abstraite et analytique de fluxion ou de différentielle, il devenait naturel de chercher à débarrasser aussi le résultat de l'opération inverse de sa représentation géométrique par la quadrature d'une aire. Il ne suffisait pas évidemment de lui donner le nom d'*intégrale*, ou de parler de la *fluente* dont la fluxion est donnée; car l'existence de cette fonction n'était garantie, dans les cas où l'on ne savait pas exécuter l'intégration, que par sa représentation au moyen d'une aire. L'usage, déjà mentionné, des séries infinies pour représenter, dans certaines limites convenables des valeurs de la variable indépendante, une intégrale quelconque, rendit superflue cette représentation géométrique. Ce qui est plus important que d'éviter l'usage extrêmement simple et bien éprouvé de la géométrie, c'est que l'emploi de séries infinies donne aussi un sens à une équation différentielle, ou à une équation contenant des fluxions en même temps que des fluentes. Grâce au développement en séries on pouvait s'assurer de l'existence de fonctions déterminées par ces équations, même dans les cas où l'on ne savait pas les réduire à des quadratures. En

même temps ce développement permettait d'en trouver des valeurs approchées [1]).

On voit donc que la découverte du caractère inverse de la différentiation et de l'intégration et l'usage des séries infinies ne sont pas des fruits mais des conditions mathématiques de l'application utile de l'algorithme infinitésimal et du calcul auquel il donne lieu. Dans une discussion sur la gloire qui revient aux créateurs de ce calcul, il est donc essentiel de savoir quel est l'auteur de ces grands progrès; c'est là une question aussi importante que celle qui a pour objet l'invention même des algorithmes.

Nous avons dit que ces progrès sont dus à Newton. On en trouve la preuve dans le mémoire intitulé: *De analysi per æquationes numero terminorum infinitas*, qu'il a communiqué en 1669 à Collins [2]), mais qu'il avait déjà rédigé en 1665 et 1666 — années d'où datent aussi ses premières découvertes dans l'astronomie physique. Le titre cité montre que c'est avant tout de la méthode des séries que Newton s'occupe dans ce mémoire; mais un appendice indique d'une manière très précise le caractère inverse des deux calculs, dont nous avons parlé.

Dans le mémoire cité et dans les lettres à Leibniz dont nous aurons à parler plus tard et qui contiennent des communications sur la même méthode, Newton soumet diverses fonctions à des développements en séries infinies afin de leur donner une forme immédiatement carrable ou intégrable: ce sont des fractions, des radicaux et même des quantités dépen-

---

[1]) Dans le *Rapport* récemment paru de MM. Brill et Noether sur *Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit*, M. Brill fait remarquer avec grande raison que c'est déjà le même développement en série qui a le premier assuré aux fonctions algébriques une existence indépendante des courbes représentant les équations qui définissent ces fonctions.

[2]) Cantor III, p. 64. Le mémoire existe en plusieurs éditions, p. ex. *Newtoni Opuscula* p. 1—28.

dant d'une équation algébrique générale. Il obtient ses séries par une application réitérée des procédés servant ordinairement à la division et à l'extraction des racines, procédés qu'il étend à la détermination d'une racine d'une équation algébrique quelconque. En appliquant cette méthode à la résolution des équations numériques, on aura la méthode qu'on appelle ordinairement la méthode de Newton, mais qui ne diffère guère de celle que possédait déjà Viète. Appliquée aux équations à deux variables x et y, elle servira à exprimer l'une d'elles y par une série ordonnée suivant les puissances de l'autre, x. C'est cette méthode que Newton illustre par un diagramme appelé ordinairement le parallélogramme de Newton [1]). Elle est encore applicable à des équations contenant un nombre infini de termes, et Newton s'en sert pour l'inversion des séries, c'est-à-dire pour déduire de la série exprimant x au moyen de puissances de y une série exprimant inversement y au moyen des puissances de x. C'est de cette façon qu'il a déduit les séries exprimant e^x et $\sin x$ de celles qui représentent $\log x$ et $\arcsin x$.

On voit bien que les séries servant à exprimer des fractions de numérateur 1 — fractions dont on peut déduire toutes les autres par une simple multiplication — et les séries qui représentent les radicaux sont les mêmes qui résultent de l'application de la formule générale du binôme; et Newton, l'auteur de cette formule, s'est aperçu au premier abord de la loi de formation de ses coefficients. Formée par une généralisation de celle qui a lieu dans le cas d'exposants entiers, elle avait même été le point de départ de ses recherches; mais, probablement à cause de la difficulté de donner à sa démonstration une forme assez générale, il préféra, dans l'*Analysis per æquationes infinitas*, en démontrer les applications particulières

[1]) Cette illustration ne se trouve pas toutefois dans l'*Analysis per æquationes infinitas*, mais plus tard dans la lettre à Leibniz du 24 octobre 1676 et dans la *Methodus fluxionum*.

par la division et par l'extraction des racines qui y conduisent [1]). Nous venons de voir que cette particularisation a conduit ensuite à un usage plus général, savoir au développement des racines d'une équation à un nombre fini ou infini de termes.

Quant aux renseignements plus détaillés sur les développements en série de Newton et sur les applications qu'il en a faites, soit dans le mémoire cité, soit dans la *Methodus fluxionum* où le développement en série par la méthode des coefficients indéterminés est son moyen principal de résoudre les équations différentielles, nous pourrons renvoyer au Leçons de M. Cantor [2]). Nous aurions seulement à y ajouter quelques mots sur la légitimité de ces développements, ce qui nous importe d'autant plus que nous insisterons plusieurs fois dans le présent mémoire sur l'esprit de rigueur de Newton. Cependant nous croyons bon de renvoyer cette discussion à une nouvelle Note, où nous aurons à nous occuper de plusieurs critiques qu'on a émises sur les travaux de Newton. Nous nous contenterons donc à présent de faire observer que Newton reconnaît parfaitement qu'après l'énoncé des lois du développement on a besoin d'une démonstration de leur exactitude, et que sa démonstration, contenue dans le dernier appendice à l'*Analysis per æquationes infinitas*, porte sur la convergence des séries.

Quant au caractère inverse des deux opérations infinitésimales, on en trouve la première application à l'exécution de quadratures dans le premier appendice au même mémoire. Immédiatement il ne s'agit que de la quadrature des paraboles de tous les ordres; mais Newton fait voir expressément la généralité de la méthode. Dans la *préparation* il parle d'un procédé pour trouver l'ordonnée y correspondant à l'abscisse x

[1]) On peut tirer ces renseignements de la lettre de Newton à Leibniz du 24 octobre 1676. *Newtoni Opuscula* I, p. 332.

[2]) On trouve aussi un exposé très clair d'une partie de ces développements dans Reiff: *Geschichte der unendlichen Reihen.*

d'une courbe lorsqu'on connaît l'aire z limitée par cette ordonnée, l'axe des x et la courbe. Ce procédé est la différentiation, ou bien la formation du rapport des fluxions de z et de x. N'ayant rien publié alors sur sa notion de *fluxion* il ne pouvait y renvoyer; mais il définit exactement son procédé en le rattachant à un système très clair de notations [1]). Il substitue, en effet, $x+o$ à x et en même temps $z+ov$ à z: alors l'ordonnée cherchée y est égale à la valeur de v qui correspond à $o=0$. Newton détermine cette valeur limite dans le cas dont il a besoin dans son mémoire, savoir celui où $z = \frac{n}{m+n} a x^{\frac{m+n}{n}}$; mais pour nous qui connaissons le calcul différentiel, il est clair que sa méthode est applicable à tous les cas où une équation algébrique a lieu entre x et z. Il ne serait pas permis d'en conclure immédiatement qu'il avait une entière connaissance de cette portée de son procédé; mais les lignes suivantes ne laissent sur ce point aucun doute. Newton y indique, en passant, un moyen de trouver autant de courbes d'aire connue qu'on en veut: il suffit de prendre une équation quelconque pour la relation entre l'aire z et la base x et d'en déduire l'ordonnée terminale y par l'opération qu'il vient de définir. Il cite l'exemple $z = \sqrt{a^2+x^2}$, qui conduira, dit-il, à $y = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$. Cet exemple montre que Newton sait appliquer sa méthode à des équations irrationnelles. Celui-ci fait remarquer expressé-

[1]) A cause de l'exactitude de cette définition, qui diffère en réalité assez peu de la définition moins explicite qu'avait donnée Fermat, on a vu y revenir, au XVIIIe siècle, ceux que ne satisfaisait pas l'explication peu précise qu'on donnait alors des infiniment petits. Nous citerons à cet égard (d'après la Théorie des Fonctions de Lagrange) le géomètre anglais Landen, qui a proposé cette conception en 1758 et qui en a fait usage dans sa *Residual analysis* (1764). L'auteur danois Cramer (qu'il ne faut pas confondre avec le célèbre géomètre français de ce nom) avait fait la même chose en 1748: il semble n'avoir connu ni la définition de Newton ni celle de Fermat.

ment cet avantage de sa méthode de différentiation sur celles de Hudde et de Sluze [1]).

Cependant, pour juger de l'usage que Newton a su faire de cette méthode d'intégration, nous ne sommes pas réduits aux courtes allusions renfermées dans l'appendice à l'*Analysis*. Il existe de sa main un travail qu'on peut regarder comme l'exécution du programme contenu dans cet appendice. Nous pensons à son *Tractatus de quadratura curvarum*. Il est vrai que ce mémoire n'a été imprimé qu'en 1704; mais une introduction que Newton a mise en tête de cette édition montre qu'alors le corps même du mémoire existait déjà depuis quelque temps [2]). Les observations de Newton sur une lettre à Conti que nous venons de citer nous montrent encore que dès novembre 1666 Newton avait écrit un traité comprenant la plupart des théorèmes contenus dans le *Scholium* de la dixième Proposition de son livre sur les Quadratures. Or nous verrons plus loin que ce *Scholium* contient des tables des quadratures qu'il regarde comme les plus usuelles, quadratures dépendant si directement des recherches précédentes qu'il devait être alors en possession des principales méthodes dont il se sert dans le *Tractatus de quadratura*. Newton a inséré les mêmes tables dans la *Methodus fluxionum*, dont la première rédaction date de 1671, mais sans aucune indication complète sur la manière dont il les a élaborées; il voulait probablement réserver cette indication pour un mémoire particulier tel que le *Trac-*

---

[1]) Lettre à Collins du 10 décembre 1672 (*Opuscula* p. 298) et lettre d'Oldenburg à Leibniz du 26 juillet 1676 (Gerhardt: *Leibnizens mathematische Schriften* I, p. 92). On voit du reste par les observations de Newton sur une lettre de Leibniz à Conti en 1716 (*Opuscula* I, p. 409) que dès 1666 il avait étendu sa méthode de différentiation à des quantités fractionnaires, irrationnelles et transcendantes. Cela résulte aussi des quadratures, inverses de ces différentiations, dont nous allons parler et qui datent en partie de la même époque.

[2]) Voir la dernière ligne de l'introduction: *de quâ sequentia olim scripsi*. Le traité existe en plusieurs éditions, p. ex. *Opuscula* I, pp. 203—244.

tatus de quadratura, soit qu'il eût déjà rédigé ce traité, soit qu'il ne fût encore en possession que de celui de 1666.

Celui-là doit en tout cas être le produit d'un développement des doctrines qui se trouvaient déjà dans celui-ci. Comme Newton était dès 1666 en possession de la plupart des résultats consignés dans le *Scholium* cité, ce développement n'a pu consister que dans les généralisations poussées très loin qui se font admirer dans le *Tractatus* en même temps qu'elles en rendent la lecture difficile, et dans une introduction régulière de la notation $\dot{x}, \dot{y} \ldots \ddot{x}$, etc., des fluxions. En effet, d'après les observations citées, il ne s'en est servi que *quelquefois* en 1666. En lisant le *Tractatus*, on voit aussi que ces notations n'y jouent aucun rôle considérable. Les recherches qu'il contient auraient pu être exécutées presque avec la même facilité sans ces notations; au contraire elles ont dû contribuer beaucoup à préparer le terrain pour l'application du calcul fait avec ces notations ou avec celles des différentielles et intégrales.

Afin de ne pas borner nos citations à un traité de 1666 que Newton n'a jamais, que l'on sache, communiqué à personne, et à un travail (*Methodus fluxionum*) qui n'a paru qu'après le *Tractatus de quadratura*, nous ferons encore une remarque: c'est que la connaissance qu'avait Newton en 1676 des résultats principaux contenus dans ce dernier traité est attestée par ses lettres à Leibniz et à Collins dont nous aurons à nous occuper plus loin.

Pour toutes ces raisons nous trouvons fort probable l'indication consignée dans une note au bas du *Commercium epistolicum de analysi promota*[1]). Suivant cette note le *Tractatus de quadratura* a été rédigé en 1676 et n'était qu'un *extrait* d'un travail antérieur (probablement celui de 1666). Je suppose seulement que cet *extrait* devait contenir en même temps les

[1]) A la p. 34 de l'édition de 1722.

généralisations et les changements de forme dont je viens de parler.

Le traité *De quadratura* donnera donc selon nous la meilleure idée de la manière dont Newton a su utiliser la découverte du caractère inverse des deux opérations, découverte que nous regardons comme le fondement de l'invention du calcul infinitésimal.

Dans l'*introduction* que nous venons de citer, Newton montre — comme il l'avait fait dans le mémoire sur les *æquationes numero terminorum infinitas* — que les ordonnées sont proportionnelles aux fluxions des aires, et il ajoute plusieurs exemples qui montrent la facilité et l'exactitude avec lesquelles on peut trouver les fluxions de fluentes (variables) données. Il finit par la remarque que c'est un problème plus difficile de déduire les fluentes de leurs fluxions.

C'est de ce dernier problème, c'est-à-dire du problème de l'intégration, qu'il va s'occuper dans la suite du mémoire, en y appliquant la méthode caractéristique de tous les calculs inverses. Il commence par un exposé clair et simple, mais très peu détaillé, de la différentiation ou de la formation des fluxions, auxquelles il applique ses notations particulières $\dot{x}$, $\dot{y}$, etc. Ce procédé nous est déjà connu par l'appendice à l'*Analysis per æquationes infinitas*. Il en étend l'application plus loin que ne le demande le problème dont il va s'occuper, en formant aussi les fluxions d'ordre supérieur, $\ddot{y}$, etc.

Nous saisissons cette occasion pour préciser ce que c'est que la *fluxion* d'une *fluente* (variable). La notion de fluxion, définie par la vitesse de la variation de la *fluente*, s'accorde exactement avec celle du quotient différentiel de la variable considérée par rapport à une variable indépendante arbitraire (le temps), ou bien avec celle des *différentielles* de Leibniz, qui leur attribue aussi des valeurs finies, proportionnelles aux incréments infiniment petits.

L'indétermination de la variable indépendante est bien

permise tant que les équations ne contiennent que les premières fluxions et sont homogènes par rapport à elles; mais Newton fait observer expressément [1]) qu'il est commode de regarder, dans le cas de fluxions de fluxions, une des variables comme indépendante — ainsi que nous le dirions à présent — ou bien de la faire varier uniformément [2]) en donnant à sa première fluxion la valeur 1, à ses fluxions suivantes la valeur zéro. Dans le cas d'équations qui ne contiennent que des fluxions simples (équations différentielles du premier ordre) on peut profiter du choix de la variable indépendante pour rendre superflue l'homogénéité des équations par rapport aux fluxions: on la fait disparaître en égalant à 1 la fluxion de la variable qu'on traite comme indépendante. Réciproquement, c'est de cette façon que Newton explique dans sa *Methodus fluxionum* [3]) l'existence d'équations non homogènes. Il les rend homogènes, en introduisant de nouveau la fluxion $\dot{z}$ de la variable indépendante au lieu de l'unité, ou bien en remplaçant les expressions des autres fluxions $\dot{x}$, $\dot{y}$... par $\frac{\dot{x}}{\dot{z}}$, $\frac{\dot{y}}{\dot{z}}$... [4])

Les remarques générales sur la différentiation (formation des fluxions) sont suivies, dans le travail de Newton qui nous occupe, des recherches particulières destinées à préparer les quadratures. La proposition II consiste dans le problème suivant: *Invenire curvas quæ quadrari possunt*, énoncé qui rap-

---

[1]) *De Quadratura curvarum. Opuscula* I, p. 211.

[2]) Il imite à cet égard Neper, qui définit, de fait, ses logarithmes par une équation différentielle du premier ordre. La variable indépendante est représentée par un segment parcouru d'un mouvement uniforme, la variable dépendante par un segment parcouru avec une vitesse proportionnelle au segment qui sépare le point mobile d'un point fixe de la même droite (*Constructio canonis mirifici* 1619).

[3]) *Newtoni Opuscula* p. 63.

[4]) Selon nous on ne saurait mieux caractériser la nature de la variable indépendante que ne le fait Newton par ces deux remarques. Néanmoins MM. Weissenborn (*Die Principien der höheren Analysis* p. 33) et Cantor (III, p. 165) trouvent la dernière fort peu claire. Nous reviendrons sur ce point dans notre Note suivante.

pelle le titre de la fin de l'appendice déjà cité du mémoire sur les équations à un nombre infini de termes: *Inventio curvarum quæ quadrari possunt.* Aussi la solution que Newton donne ici est-elle la même qu'il avait indiquée alors: il faut prendre des expressions arbitraires pour les aires et en déduire par différentiation les expressions des ordonnées.

Cependant, soit pour avoir les moyens de carrer une courbe arbitrairement proposée (intégrer une fonction donnée), soit pour reconnaître l'impossibilité d'en exprimer l'aire au moyen de fonctions[1]) connues, il faut se rendre compte de la nature des fonctions qu'on peut former par différentiation, et pour y parvenir il faut étudier les formes qui résultent de la différentiation de fonctions d'une forme assez générale. Newton étudie donc successivement le résultat de la différentiation de $z^\vartheta R^\lambda$ (Prop. III) et de $z^\vartheta R^\lambda S^\mu$ (Prop. IV), R et S étant des polynômes en z^η. Les exposants ont des valeurs quelconques, et plus loin Newton attribue expressément à λ et μ des valeurs négatives ou fractionnaires. Newton montre que les ordonnées correspondant, pour l'abscisse z, à ces valeurs des aires (les quotients différentiels de ces fonctions) ont les formes suivantes: $Qz^{\vartheta-1}R^{\lambda-1}$ et $Qz^{\vartheta-1}R^{\lambda-1}S^{\mu-1}$, où Q est aussi un polynôme en z^η.

Si, réciproquement, il s'agit de carrer une courbe ayant pour ordonnée une de ces dernières valeurs, les intégrales auront les formes

$$z^\vartheta G R^\lambda \quad \text{et} \quad z^\vartheta G R^\lambda S^\mu,$$

G étant exprimé par une série, en général infinie, de la forme $A + Bz^\eta + Cz^{2\eta} + \ldots$ Newton détermine (dans les propositions V et VI) les coefficients $A, B, C \ldots$, en égalant les expressions données à celles qu'on obtient par la différentiation.

Ce qui nous intéresse ici particulièrement, c'est que Newton

[1]) Aucun malentendu ne peut résulter de ce que je me sers ici de cette dénomination plus moderne.

ne se borne pas à ce développement général, mais qu'il s'en sert pour trouver les intégrales algébriques sous forme finie dans les cas où il en existe. On le voit pour la première des deux formes par les remarques ajoutées à la démonstration de la proposition V. Dans ces remarques il dit comment doit être composé le facteur $R^{\lambda-1}$ pour que l'expression soit intégrable.

Dans le cas d'une fonction rationnelle, l'intégration sous forme finie sera impossible, si le dénominateur contient des facteurs affectés de l'exposant 1.

Si tous les facteurs du dénominateur sont multiples, on formera le polynôme R en divisant le dénominateur par le produit de ses différents facteurs linéaires. Il est facile ensuite de donner à la fraction le dénominateur R^2; λ devient dans ce cas égal à -1. On transforme le dénominateur d'une manière semblable, s'il contient en même temps des facteurs rationnels et des facteurs irrationnels. On évite en tout cas que le polynôme rationnel Q contienne le facteur R. La réduction à la forme $Qz^{\vartheta-1}R^{\lambda-1}$ devient impossible si la fonction est fractionnaire en même temps que le numérateur contient des facteurs irrationnels. C'est probablement pour cette raison que Newton a étudié aussi les formes $Qz^{\vartheta-1}R^{\lambda-1}S^{\mu-1}$.

Après ces transformations préliminaires, on obtiendra l'intégration sous forme finie, si elle est possible, par le développement indiqué: dans ce cas en effet, ce développement s'arrêtera de lui-même. C'est de cette manière que Newton trouve les intégrales [1])

$$\int \frac{z^5+z^4-8z^3}{z^5+z^4-5z^3-z^2+8z-4}\,dz = \frac{z^4}{z^3-3z+2},$$

$$\int \frac{3q^4-q^3x+9q^2x^2-qx^3-6x^4}{(q^2-x^2)(q^3+q^2x-qx^2-x^3)^{\frac{1}{3}}}\,dx = \frac{3q^2x+3x^3}{(q^3+q^2x-qx^2-x^3)^{\frac{1}{3}}}.$$

Nous voyons par sa lettre à Leibniz du 24 octobre 1676 [2])

[1]) Dans le premier membre du second exemple nous avons effacé un facteur q.

[2]) *Newtoni Opuscula* t. I, p. 328 s.

qu'à côté de ces intégrations assez particulières, quoique assez compliquées, Newton a obtenu par son procédé des règles assez générales sur l'intégrabilité de fonctions plus simples. Il montre que la série servant à la quadrature de la courbe

$$y = az^{\vartheta}(e + fz^{\eta})^{\lambda}$$

se réduit à un nombre fini de termes, dans le cas où $\frac{\vartheta+1}{\eta} = r$ est un nombre entier et positif. La courbe admet alors une quadrature géométrique (c'est-à-dire algébrique). Newton ajoute au dernier de ses exemples [1]) que la même réduction sera possible si l'expression se ramène à la forme ci-dessus lorsqu'on l'écrit

$$y = az^{\vartheta+\lambda\eta}(ez^{-\eta} + f)^{\lambda},$$

c'est-à-dire si $\frac{\vartheta+1}{\eta} + \lambda = r$ est un nombre entier positif. Il a donc reconnu les deux cas où nous savons intégrer les différentielles binômes, et il dit que ce sont les seuls, *quantum animadverto.*

La restriction que r doit être positif devient nécessaire parce que Newton demande une intégration algébrique, tandis qu'en nous occupant de la même question dans nos cours de calcul intégral nous envisageons aussi les cas de réduction aux fonctions logarithmiques ou circulaires. Ce n'est pas que Newton néglige ces derniers cas. Dans la lettre que nous venons de citer, il en parle en les qualifiant de réduction à la quadrature de sections coniques. Cette réduction, on la trouve dans le *Traité de la quadrature*, renfermée dans la réduction plus générale des intégrales d'une certaine forme à un nombre limité de types fixes. Dans la proposition VII Newton établit que toutes les intégrales $\int z^{\vartheta+\sigma\eta} R^{\lambda+\tau}\, dz$ où $R = e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + \ldots$, et où

[1]) *Newtoni Opuscula* t. I, p. 338. Cette addition doit avoir échappé à M. Cantor, qui n'attribue à Newton que la connaissance d'un cas principal (*ein Hauptfall*) où l'intégrale de différentielle binôme prend une forme finie (Cantor t. III, p. 179).

ϑ, η, λ, e, f, g, ... ont des valeurs données quelconques tandis que σ et τ sont des entiers, s'expriment par (des fonctions algébriques et) une seule des intégrales de cette catégorie si R est un binôme, par deux de ces intégrales si R est un trinôme, par trois si R est un quadrinôme, etc.

En effet, l'expression déjà trouvée de la différentielle de $z^{\vartheta}R^{\lambda}$ donne entre les intégrales $\int z^{\vartheta-1}R^{\lambda-1}dz$, $\int z^{\vartheta+\eta-1}R^{\lambda-1}dz$, $\int z^{\vartheta+2\eta-1}R^{\lambda-1}dz$ ... une relation qui permet d'exprimer l'une d'entre elles au moyen des autres. En remplaçant ensuite ϑ par $\vartheta+\eta$, $\vartheta+2\eta$, etc., on sera en état d'exprimer l'intégrale $\int z^{\vartheta+\sigma\eta-1}R^{\lambda-1}dz$ par une, deux, trois, etc., des autres, suivant que R est un binôme, un trinôme, un quadrinôme, etc. L'intégrale $\int z^{\vartheta+\sigma\eta-1}R^{\lambda}dz = \int z^{\vartheta+\sigma\eta-1}(e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\ldots)R^{\lambda-1}dz$ est composée d'intégrales de la forme précédente.

Dans le cas d'un binôme la réduction de Newton comprend immédiatement celles dont on se sert aujourd'hui pour exprimer les intégrales de différentielles binômes à l'aide de celles où les exposants ont des valeurs assez simples. Toutefois en n'indiquant que sommairement le procédé, Newton n'a pas eu lieu d'observer les cas d'exception qui peuvent résulter de l'impossibilité des équations algébriques du premier degré à la résolution desquelles se ramène le problème de réduction. On voit aussi que Newton ne se sert pas de l'intégration par parties, mais les calculs qu'on aurait à exécuter pour parvenir au résultat final seraient essentiellement les mêmes que ceux auxquels conduirait cette opération.

Dans la proposition VIII Newton énonce la réduction analogue des intégrales de la forme $\int z^{\vartheta+\eta\zeta}R^{\lambda+\tau}S^{\mu+\nu}dz$ où ϑ, η, λ, μ ainsi que les polynômes R et S sont donnés, tandis que ζ, τ et ν ont des valeurs entières quelconques. Le nombre d'intégrales auxquelles on peut réduire celles-ci est égal à la somme des nombres des termes de R et S moins 2.

Toutes les fonctions algébriques et explicites qui ne contiennent que des radicaux simples peuvent être décomposées

en termes ayant les formes GR^{λ} et $GR^{\lambda}S^{\mu}$. Newton a donc indiqué des méthodes, pénibles il est vrai mais générales, pour intégrer toutes ces fonctions algébriquement s'il est possible, et dans le cas contraire pour en réduire les intégrales à des types fixes. Il se met ensuite, dans la proposition IX, à la recherche des *transformations* servant à réduire aux formes connues ou déjà étudiées les intégrales d'autres fonctions dépendant d'équations algébriques. Il commence par indiquer sous forme de théorème la *transformation générale par substitution* d'une nouvelle variable indépendante, et ajoute, comme corollaires, différentes applications de cette transformation.

Le théorème est énoncé sous la forme suivante: *Æquantur curvarum areæ inter se quarum ordinatæ sunt reciproce ut fluxiones abscissarum*, et Newton le démontre en disant: *nam contenta sub ordinatis et fluxionibus abscissarum erunt æqualia, et fluxiones arearum sunt ut hæc contenta*; c'est-à-dire que l'aire $\int y\,dz$ sera égale à $\int v\,dx$ si $\frac{dz}{v} = \frac{dx}{y}$, car alors $y\,dz = v\,dx$. Il est évidemment sous-entendu que les intégrales (ou plutôt les aires qu'elles représentent) ont des limites correspondantes.

On voit que le théorème repose sur le caractère inverse de la quadrature et de la différentiation (ou formation des fluxions). En même temps cette dernière opération sert de base aux applications de la transformation considérée. En effet, comme le fait remarquer Newton dans son premier *Corollaire*, si l'on donne la relation $(x = \varphi(z))$ entre les abscisses, on en peut déduire le rapport de leurs fluxions $\left(\frac{dx}{dz} = \varphi'(z)\right)$ qui est égal à celui des ordonnées $\left(\frac{y}{v}\right)$, d'où résulte l'expression de la nouvelle ordonnée $v = \frac{y}{\varphi'(z)}$. On voit que c'est la transformation générale par substitution qu'expose ici Newton. Considérons les plus remarquables applications qu'il en fait:

Coroll. VII. Afin de trouver, dans le cas où

$$y^{\alpha}(e+fy^{\eta}z^{\delta}+gy^{2\eta}z^{2\delta}+hy^{3\eta}z^{3\delta}+\ldots)$$
$$=z^{\beta}(k+ly^{\eta}z^{\delta}+my^{2\eta}z^{2\delta}+\ldots),$$

l'intégrale (l'aire) $\int y\,dz$, on fait usage de la substitution $x=\frac{\eta}{\eta-\delta}z^{\frac{\eta-\delta}{\eta}}$; si alors $v=yz^{\frac{\delta}{\eta}}$, on aura $\int y\,dz=\int v\,dx$, et les nouvelles variables satisferont à l'équation suivante

$$x=\frac{\eta}{\eta-\delta}v^{\alpha\lambda}(e+fv^{\eta}+gv^{2\eta}+\ldots)^{\lambda}(k+lv^{\eta}+mv^{2\eta}+\ldots)^{-\lambda},$$

λ étant égal à $\frac{\eta-\delta}{\alpha\delta+\beta\eta}$.

La quadrature de la dernière courbe dépendant aussi de l'intégrale $\int x\,dv$, on voit que Newton a réussi à exprimer l'intégrale $\int y\,dz$ au moyen de celles dont il s'est occupé dans ce qui précède.

Coroll. VIII. Si

$$y^{\alpha}(e+fy^{\eta}z^{\delta}+gy^{2\eta}z^{2\delta}+\ldots)$$
$$=z^{\beta}(k+ly^{\eta}z^{\delta}+my^{2\eta}z^{2\delta}+\ldots)+z^{\gamma}(p+qy^{\eta}z^{\delta}+ry^{2\eta}z^{2\delta}+\ldots),$$

on peut encore faire la substitution $x=\frac{\eta}{\eta-\delta}z^{\frac{\eta-\delta}{\eta}}$ et $v=yz^{\frac{\delta}{\eta}}$. Alors la quadrature $\int y\,dz$ se réduira à celle de la courbe

$$v^{\alpha}(e+fv^{\eta}+gv^{2\eta}+\ldots)$$
$$=\left(\tfrac{\eta-\delta}{\eta}\right)^{\mu}x^{\mu}(k+lv^{\eta}+mv^{2\eta}+\ldots)+\left(\tfrac{\eta-\delta}{\eta}\right)^{\nu}x^{\nu}(p+qv^{\eta}+rv^{2\eta}+\ldots),$$

où $$\mu=\frac{\alpha\delta+\beta\eta}{\eta-\delta},\quad \nu=\frac{\alpha\delta+\gamma\eta}{\eta-\delta}.$$

Coroll. IX. L'intégrale

$$\int z^{\lambda\nu-1}(\nu e+(\nu+\eta)fz^{\eta}+(\nu+2\eta)gz^{2\eta}+\ldots)(e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\ldots)^{\lambda-1}$$
$$\times(a+b(ez^{\nu}+fz^{\nu+\eta}+gz^{\nu+2\eta}+\ldots)^{\tau})^{\omega}\,dz$$

se réduit par la substitution

$$x=(ez^{\nu}+fz^{\nu+\eta}+gz^{\nu+2\eta}+\ldots)^{\frac{\lambda}{1+\lambda\nu}}$$

à l'intégrale de différentielle binôme

$$\frac{\lambda}{1+\lambda\nu}\int x^{\lambda\nu}\left(a+bx^{\frac{\tau+\tau\lambda\nu}{\lambda}}\right)^{\omega}dx.$$

Newton signale comme les cas les plus simples les suivants: 1° $\lambda = 1$; 2° $\tau = 1$ et $(a+b(ez^{\nu}+fz^{\nu+\eta}+\ldots))^{\omega}$ rationnel; 3° $\omega = -1$ et $\lambda = \tau = 1$, $\nu = 0$.

Coroll. X. L'intégrale

$$\int(\pi S\dot{r}+\varphi R\dot{s})\,R^{\lambda-1}S^{\mu-1}(aS^{\upsilon}+bR^{\tau})^{\omega}dz,$$

où R, S sont des polynômes en z, et $\dot{r}$, $\dot{s}$ leurs fluxions divisées par celle de z (c'est-à-dire, avec les notations modernes, $\frac{dR}{dz}, \frac{dS}{dz}$), se réduira, dans le cas où

$$\frac{\varphi}{\pi} = -\frac{\upsilon}{\tau}, \quad \lambda = \pi\frac{\mu+\upsilon\omega}{\varphi},$$

par la substitution $x = R^{\pi}S^{\varphi}$ à une intégrale de la forme

$$\int x^{\vartheta}(a+bx^{\sigma})^{\omega}dx.$$

Newton signale encore plusieurs cas où l'intégrale donnée sous une forme assez générale prend une forme plus simple.

Dans les corollaires II-VI Newton se sert des substitutions $x = z^{\frac{\eta}{\nu}}$ et $x = \frac{1}{z}$ pour ramener les intégrales considérées dans ce qui précède, et contenant des polynômes en z^{η}, à d'autres qui contiennent des polynômes en x^{ν} ou x^{-1}. L'exposant ν pouvant être égal à 1, cette transformation lui sert à réduire le nombre des types essentiellement distincts les uns des autres.

En comparant cette transformation générale par substitution dont dispose Newton à celle de Fermat[1]), on voit bien quel grand progrès on doit aussi sur ce point à la découverte du caractère inverse des deux opérations infinitésimales. Ne connaissant pas le rapport qui existe entre la quadrature et la différentiation qu'il venait d'inventer lui-même, Fermat devait

---

[1]) Voir ma Note précedente (p. 54 de la présente année du Bulletin).

toujours éviter d'appliquer immédiatement ses substitutions à la variable indépendante (l'abscisse). Il avait donc toujours besoin d'intervertir les deux variables par d'admirables applications de son intégration par parties, très limitée elle aussi par cette même impuissance à combiner les deux opérations. Newton, qui avait à sa disposition la transformation générale par substitution, pouvait appliquer tout son génie à inventer des transformations de la plus grande portée.

En même temps que nous avons rendu compte des recherches de Newton qui ont pour but de préparer, autant que possible, la quadrature d'une courbe algébrique arbitrairement proposée (l'intégration d'une fonction algébrique), nous en avons signalé l'utilité et la portée. Il n'est guère douteux que l'inventeur n'en ait eu lui-même pleine conscience, sans quoi ses recherches n'auraient eu aucun but clair et net; mais en tout cas sa *proposition X* nous dispense de nous contenter de cette conclusion indirecte. Il s'y pose le problème de trouver *les figures les plus simples auxquelles on peut comparer une courbe géométrique* (algébrique) *quelconque dont l'ordonnée est une fonction explicite de l'abscisse z (determinatur per æquationem non affectam)*, et dans les corollaires il étend le même problème au cas de fonctions données implicitement (*curva cujus ordinata per æquationem quamvis affectam definitur*). La comparaison dont il s'agit est celle d'aires limitées par des courbes avec *les figures les plus simples*, savoir les figures rectilignes, dans les cas où une quadrature algébrique est possible, et dans les autres cas les aires limitées par les courbes que l'on convient de regarder comme les plus simples de leur espèce.

Newton montre tout ce que peuvent donner à cet égard les théorèmes déjà trouvés par lui. En ayant déjà parlé, nous nous contenterons ici d'en citer un seul exemple, qui prouve que la généralité des vues de Newton ne l'a pas empêché d'apercevoir la simplicité des résultats qu'on peut obtenir par des particularisations. Cet exemple est le même dont il parle dans

sa lettre à Collins du 8 novembre 1676 [1]), où il se déclare capable de dire en moins d'un demi-quart d'heure, sur une courbe représentée par une équation de la forme $ax^{\lambda}+bx^{\mu}y^{\sigma}+cy^{\tau}=0$, *whether it may be squar'd, or what are the simplest Figures it may be compar'd with.*

Comment y parvient-il? C'est ce qu'il explique dans le Coroll. II de la proposition X du traité *De quadratura.* L'intégrale $\int y\,dx$ se transforme en une intégrale de différentielle binôme par la substitution du corollaire VII de la *prop. IX*; cette dernière intégrale peut être simplifiée par les substitutions indiquées dans les premiers corollaires de la même proposition. Vient ensuite la condition pour que le résultat de l'intégration soit algébrique: le critère, dans ce cas, est celui que Newton a donné dans sa lettre à Leibniz; dans le cas contraire on peut appliquer les réductions indiquées dans la *prop. VII* (à laquelle Newton ne renvoie pas toutefois directement). Au moyen de ces procédés on trouvera, dans le cas où soit $\frac{\lambda+\tau}{\lambda\sigma+\mu\tau-\lambda\tau}$, soit $\frac{\sigma-\tau-\mu}{\lambda\sigma+\mu\tau-\lambda\tau}$, soit $\frac{\mu-\lambda-\sigma}{\mu\tau+\lambda\sigma-\lambda\tau}$ est un nombre entier positif, que l'intégration peut s'exécuter algébriquement. La forme la plus simple à laquelle Newton réduit ses intégrales dans les autres cas doit être probablement, d'après ses propres indications,

$$\int x^{\alpha}(a+bx)^{\beta}\,dx,$$

où $0\leqq\alpha\leqq 1$, $0\leqq\beta\leqq 1$. Ces mêmes indications permettraient de calculer, en fonction d'exposants donnés absolument quelconques, des nombres que l'on peut ramener à α et β par l'addition ou la soustraction de nombres entiers, mais sans former les expressions générales de ces nombres. Newton a très bien pu *en moins d'un demi-quart d'heure* trouver α et β, quand on lui donnait λ, μ, σ et τ.

---

[1]) *Opuscula* 1, p. 358. L'original anglais se trouve à la p. 39 des opuscules ajoutés par Jones à son édition des *Principia.*

Nous avons dit que dans le traité *De quadratura curvarum* Newton exécute le programme contenu dans l'addition au mémoire *De analysi per æquationes infinitas.* Nous venons de voir qu'il le fait en ébauchant à grands traits une théorie très générale de l'intégration des fonctions algébriques. Cependant les formules les plus générales ne conduisent pas toujours à la solution la plus facile des problèmes particuliers qu'on rencontre le plus souvent. On sait même que dans le calcul intégral il existe des cas spéciaux — et des plus intéressants — qui échappent aux considérations apparemment générales.

Newton a très bien vu l'importance de l'étude particulière que demandent ces différents cas, et il l'a commencée d'une façon très remarquable. Dans un *Scholium* ajouté à sa proposition dixième il dit expressément qu'il serait trop pénible d'avoir toujours recours à ses règles générales pour carrer les courbes; qu'il vaut mieux carrer une fois pour toutes les figures les plus simples et les plus usuelles, et dresser des tables de ces quadratures (intégrations). Il a donc entrepris le travail assez pénible d'élaborer celles de ces tables qui lui ont semblé le plus utiles. Nous avons déjà rappelé que cette élaboration date de 1666, et qu'elle est probablement antérieure aux généralisations contenues dans les autres propositions du traité. Il a inséré les tables soit dans le *Scholium* qui nous occupe, soit dans sa *Methodus fluxionum.* La première table contient pour $r = 1, 2, 3, 4$ les valeurs complètes des intégrales $\int z^{r\eta-1}(e+fz^{\eta})^{\pm\frac{1}{2}}dz$, valeurs dont la nature algébrique résulte des recherches générales qui précèdent. La seconde, plus étendue, a pour titre: *Tabula curvarum simpliciorum quæ cum ellipsi et hyperbola comparari possunt.* La réduction des aires de différentes courbes qu'elle contient est équivalente au fond à celle de diverses intégrales à des fonctions circulaires (aires d'ellipses) et logarithmiques (aires d'hyperboles). Les intégrales dont Newton opère la réduction auraient les formes

$$\int \frac{z^{r\eta-1}}{e+fz^{\eta}}\,dz, \qquad \text{pour } r = 1,\ 2,\ 3,\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{3}{2},\ \tfrac{5}{2}$$

$$\int \frac{(e+fz^{\eta})^{\pm\frac{1}{2}}}{z^{r\eta+1}}\,dz, \qquad \text{pour } r = 0,\ 1,\ 2,\ 3$$

$$\int \frac{z^{r\eta-1}}{e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}}\,dz, \qquad \text{pour } r = 1,\ 2,\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{3}{2}$$

$$\int z^{r\eta-1}(e+fz^{\eta}+gz^{2\eta})^{\frac{1}{2}}dz, \quad \text{pour } r = 0,\ 1,\ 2,\ \tfrac{3}{2}$$

$$\int z^{r\eta-1}(e+fz^{\eta}+gz^{2\eta})^{-\frac{1}{2}}dz, \quad \text{pour } r = 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

$$\int \frac{z^{r\eta-1}(e+fz^{\eta})^{\pm\frac{1}{2}}}{g+hz^{\eta}}\,dz, \qquad \text{pour } r = 1,\ 2$$

$$\int z^{r\eta-1}\sqrt{\frac{e+fz^{\eta}}{g+hz^{\eta}}}\,dz, \qquad \text{pour } r = 0,\ 1,\ 2$$

Newton fait encore remarquer, pour l'une et l'autre table, les lois que suivent les coefficients des expressions intégrées, ce qui permet d'étendre les résultats obtenus à des valeurs plus grandes de r.

Les deux tables constituent un commencement de classification des intégrales d'après les types auxquels on peut les réduire. Pour continuer l'œuvre ainsi commencée, il fallait faire choix des types auxquels on voulait réduire les intégrales plus compliquées. Il fallait encore approfondir l'étude de ces types, les séries qui les expriment, etc., ce qui pouvait conduire à des modifications des types choisis. On en a fait une en substituant les fonctions circulaires et logarithmiques (ainsi que leurs fonctions inverses) aux aires auxquelles Newton réduit les intégrales de sa seconde table. On voit ainsi que la culture du vaste champ ouvert par Newton pouvait occuper pendant longtemps les géomètres qui étudiaient l'intégration des fonctions algébriques. C'est seulement Gauss et Cauchy qui ont commencé de sortir du cadre des intégrations de Newton en faisant prendre à la variable indépendante qui figure dans l'intégrale des valeurs complexes.

Il va sans dire qu'en continuant le travail de Newton, ses successeurs ont apporté aussi beaucoup de simplifications aux recherches qu'il avait achevées. Ils l'ont fait, non seulement par l'emploi d'un algorithme plus complet, mais aussi par une application plus directe de l'intégration par parties, que Newton remplace soit par un usage plus pénible des résultats connus de la différentiation, soit par la même interversion des deux variables (coordonnées) dont se servaient Fermat et Pascal. Cependant la onzième et dernière proposition du traité *De quadratura* rend probable, de la part de Newton, une connaissance plus directe de l'utilité de l'intégration par parties. Cette proposition n'est autre que le théorème sur la réduction d'une intégrale multiple à une intégrale simple. En substituant aux lettres par lesquelles Newton désigne les différentes aires les intégrales équivalentes, nous pourrons écrire les équations exprimant ce théorème de la manière suivante:

$$\int_0^t\int_0^z y\,dz^2 = t\int_0^t y\,dz - \int_0^t zy\,dz = \int_0^t (t-z)\,y\,dz$$

$$\int_0^t\int_0^z\int_0^z y\,dz^3 = \frac{t^2\int_0^t y\,dz - 2t\int_0^t zy\,dz + \int_0^t z^2 y\,dz}{2} = \tfrac{1}{2}\int_0^t (t-z)^2\,y\,dz$$

. . . . . .

$$\int_0^t\int_0^z\int_0^z\int_0^z\int_0^z y\,dz^5 = \frac{t^4\int_0^t y\,dz - 4t^3\int_0^t zy\,dz + 6t^2\int_0^t z^2 y\,dz - 4t\int_0^t z^3 y\,dz + \int_0^t z^4 y\,dz}{24}$$

$$= \tfrac{1}{24}\int_0^t (t-z)^4\,y\,dz.$$

Newton ne donne pas d'autre démonstration que les équations traduites ici d'une manière absolument fidèle par les notations du calcul intégral et qui correspondent aux transformations des intégrales multiples qu'on effectue aujourd'hui au moyen de l'intégration par parties. Il est donc naturel d'admettre qu'il les a trouvées par une application de ce

procédé, quoiqu'on puisse les démontrer *a posteriori* par des différentiations.

Dans un *scholium* Newton montre encore comment on peut donner, par la notion des fluentes et de leurs fluxions successives, une forme plus analytique à son théorème, ce que nous avons déjà fait au moyen des notions correspondantes du calcul intégral. Il y ajoute l'application des quadratures à l'intégration de plusieurs équations différentielles, par exemple celle qui ont la forme $\frac{d^n y}{dx^n} = f\left(\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right)$. Il finit par introduire la notion de constante arbitraire, notion dont il pouvait se passer dans l'étude des quadratures parce que les aires correspondent à des intégrales définies, mais qui devient indispensable lorsqu'il s'agit de déterminer la fluente par sa fluxion, opération équivalente à une intégration indéfinie. Il remarque que r intégrations superposées conduisent à un polynôme du degré $r-1$ à coefficients arbitraires.

Ses remarques finales accentuent encore le rapport qui existe entre la différentiation et l'intégration, rapport que nous avons regardé comme le principe fondamental de tout le traité, à savoir que la différentiation sert de preuve aux résultats trouvés ou présumés de l'intégration. Newton ajoute encore: «*Et his principiis via ad majora sternitur.*» Nous avons déjà montré combien ces paroles sont vraies si l'on a égard au développement ultérieur de la matière propre du traité. Elles le sont encore si l'on songe aux applications de ces principes aux équations différentielles dont le dernier *scholium* contient des exemples. Newton y a apporté sa contribution dans sa *Methodus fluxionum.*

Nous avons dit que la découverte du caractère inverse de la différentiation et de la quadrature et de l'importance fondamentale de ce caractère, ainsi que l'usage général des séries, appartiennent entièrement à Newton. Ce droit est constaté par l'*Analysis per æquationes infinitas* communiquée en 1669 à

d'autres géomètres, tandis que le *Traité de la quadrature*, publié longtemps après, nous a fait voir seulement jusqu'à quel point Newton a su lui-même utiliser sa découverte. On ne doit donc avoir égard qu'au premier mémoire et à la correspondance de Newton et de Leibniz, en se demandant si, malgré la priorité de Newton, Leibniz n'a pas refait indépendamment les mêmes découvertes.

A cet égard nous renverrons aux résultats des recherches historiques de M. Cantor (t. III p. 154 et s.). Il résulte des extraits des papiers conservés de Leibniz que dès 1673 celui-ci a reconnu la connexion des deux opérations infinitésimales (p. 158), et qu'il commençait à en apercevoir l'utilité. Comme ses propres recherches infinitésimales portaient alors de préférence sur les opérations dépendant de différentiations plus ou moins directes, on est porté à le croire bien préparé à contribuer au développement de celle des deux opérations par laquelle il fallait commencer pour utiliser le mieux possible cette connexion. En commençant en 1675 à créer l'algorithme qui dépend de cette connexion des deux opérations et qui en même temps l'accentue, il laisse du moins entrevoir qu'il en a reconnu l'importance.

M. Cantor a encore rendu assez vraisemblable le fait que Leibniz n'a connu qu'en 1676 l'*Analysis per æquationes infinitas*, et que les extraits qu'il a faits de ce mémoire datent de la même époque. Une influence directe de Newton sur ces premiers travaux infinitésimaux de Leibniz semble donc devoir être écartée. Cependant, lorsqu'il s'agit de la propagation d'une idée si importante et en même temps si simple, si bien accommodée aux besoins de la science de ce temps et par conséquent si propre à lui donner un essor inconnu jusqu'alors, d'une idée qui de plus était énoncée si clairement quoiqu'en si peu de mots dans le mémoire de Newton, il faut compter aussi avec les suggestions indirectes. Leibniz avait passé en 1673 sept semaines à Londres. Il n'y trouva pas alors Collins, qui

possédait depuis 1669 le manuscrit du mémoire; mais ce savant peut avant cette époque avoir fait preuve à l'égard d'autres géomètres de la même libéralité qu'il montra plus tard à Leibniz en lui permettant de regarder ce manuscrit et d'en faire des extraits [1]). Les idées de cette nature peuvent être colportées par des personnes qui n'en voient point la portée, et transmises à d'autres qui n'en aperçoivent que plus tard la valeur en revenant elles-mêmes à des études semblables. Malgré la réserve de Newton, il ne serait pas non plus difficile d'imaginer, à côté de ce manuscrit, d'autres voies soit écrites soit orales par lesquelles ses recherches fondamentales, qui datent de 1665 et 1666, ont pu se propager jusqu'à Leibniz, quand même ce dernier savant ne s'y serait guère intéressé pendant son séjour à Londres en 1673.

Nous ne savons rien d'une telle propagation, et nous avouons même que l'idée dont nous parlons, précisément parce qu'elle était mûre, a pu germer simultanément dans l'esprit de plus d'un grand homme.

Quoi qu'il en soit, la nature des recherches de Leibniz avant 1676 nous porte à croire, avec M. Cantor, qu'il devait alors ses suggestions à d'autres géomètres, qu'il a d'ailleurs cités plus tard, à Cavalieri, à Grégoire de Saint-Vincent et surtout à Pascal et à Huygens, plutôt qu'à Newton ou à son maître Barrow. Leibniz s'occupait de la détermination des tangentes par des méthodes semblables à la différentiation, comme déjà l'avaient fait plusieurs autres géomètres. Il avait aperçu quel intérêt présentent les *problèmes inverses des tangentes*, ceux qu'il allait plus tard exprimer lui-même par les équations différentielles. C'est pour résoudre ces problèmes

[1]) Les nos 14—24 du *Commercium epistolicum* montrent qu'il a donné du moins un grand nombre de communications écrites sur les autres résultats principaux. Ces communications, qui ont fourni surtout des suggestions fécondes à Gregory, prouvent que le dépôt du manuscrit chez Collins était une espèce de publication.

qu'il savait tirer parti de la connexion, observée aussi par lui, de la différentiation et de la quadrature, non pas en s'en servant comme Newton pour créer un méthode nouvelle de quadrature [1]), mais au contraire pour réduire à des quadratures les divers problèmes qu'il se posait. Quant à celles-ci, il se contentait des résultats déjà connus ou acquis plus ou moins fortuitement.

Cependant, dans deux de ses recherches, il se rapproche assez des considérations de Newton. L'une est relative aux développements en série servant à la quadrature du cercle, de l'ellipse et de l'hyperbole, développements dont il avait déjà communiqué en 1674 à Huygens les principaux résultats, et qui furent l'objet de communications ultérieures à Oldenburg en 1675 et 1676 [2]). Lorsque, dans le but d'obtenir un tel développement, il transforme l'intégrale (l'aire) $\int \sqrt{2rx - x^2}\, dx$ en $\int \frac{8r^5 z^2 dz}{(r^2+z^2)^3}$, on serait tenté de regarder cette transformation comme un pas vers la méthode que nous venons d'attribuer à Newton; mais elle n'est pas faite par une substitution. Elle résulte de l'expression géométrique de l'élément $y\,dx$ à l'aide d'une nouvelle variable z définie géométriquement. La véritable analogie avec les recherches de Newton, c'est le développement en série infinie

$$\operatorname{arc\,tg}\, t = \frac{t}{1} - \frac{t^3}{3} + \ldots,$$

série trouvée antérieurement par Gregory, mais retrouvée et étendue par Leibniz aux ellipses et aux hyperboles. Quand même Leibniz n'aurait pas trouvé ce résultat tout à fait comme il l'expose dans un manuscrit conservé [3]), sa méthode

[1]) Cependant il y a songé. Il dit dans un manuscrit de 1674, cité par M. Gerhardt à la p. 57 de son livre *Die Entdeckung der höheren Analysis*: «*Aio ex methodo tangentium inversâ sequi figurarum omnium quadraturas, atque ita scientiam de summis et quadraturis, quod ante a nemine ne speratum est quidem, analyticam reddi posse.*»

[2]) Voir *Leibnizens mathematische Schriften* I, p. 116.

[3]) Voir p. ex. Cantor III, p. 77.

a dû ressembler beaucoup à celle qu'expose Newton dans l'*Analysis per æquationes infinitas*; mais ici Leibniz imite Mercator, qui avait obtenu par le même moyen la série exprimant $\log(1+x)$: il n'imite pas Newton.

La seconde des recherches auxquelles nous venons de faire allusion a eu pour résultat la communication orale que Leibniz a faite à Tschirnhaus, pendant leur séjour à Paris en 1675, sur le problème de trouver des courbes carrables. Ce problème est identique à celui que se pose Newton dans l'addition à l'*Analysis per æquationes infinitas*, et qui fait la base de sa quadrature des courbes, et, généralement parlant, la solution indiquée par Leibniz est la même que celle de Newton. Il égale en effet l'ordonnée y de la courbe cherchée au quotient différentiel $\frac{dz}{dx}$ de l'ordonnée z d'une autre courbe qui correspond à la même valeur de l'abscisse x. Seulement $\frac{dz}{dx}$ est représenté par le rapport de z à la sous-tangente (c'est la forme qu'on donnait alors à la détermination des tangentes). Il est vrai que la rédaction écrite de cette communication [1]) date d'une époque où Leibniz connaissait mieux la méthode de Newton; mais celle qu'il donna en 1675 à Tschirnhaus a dû tout au moins dépendre du même principe. Cependant il ne semble nullement avoir essayé alors d'en profiter, comme Newton, d'une manière systématique pour créer une véritable théorie des quadratures ou des intégrations. Nous allons voir, en effet, qu'en 1676 il ne s'était pas même élevé à un usage systématique de la différentiation des fonctions explicites, opération par laquelle il fallait commencer en tout cas. Néanmoins, étant théoriquement en possession du principe de la méthode de Newton, Leibniz était sur le point de la réinventer; du moins il était excellemment préparé à la saisir au moyen d'allusions assez légères. De même ses propres études sur les séries devaient le disposer à tirer des

[1]) Leibniz IV, p. 480—481; Cantor III, p. 144.

suggestions des communications qu'Oldenburg avait en 1674 commencé de lui faire sur les développements de Newton et de Gregory[1]).

Les communications directes de Newton à Leibniz ont commencé par une lettre du 13 juin 1676. Cette lettre est adressée à Oldenburg, qui l'envoya à Leibniz le 26 juillet. Elle contient la réponse à une question de Leibniz sur l'établissement des séries représentant *arc sin x* et *sin x* qu'il savait avoir été trouvées par les géomètres anglais[2]). En retour il promettait de communiquer sa démonstration de la série qui représente *arc tg x*.

Newton avait obtenu les séries en question, dans son *Analysis per æquationes infinitas*, par des applications particulières de la méthode générale dont il y fait usage. La question de Leibniz — ainsi que la satisfaction que lui causa la réponse de Newton, et qu'il a exprimée par une remarque ajoutée sur la lettre elle-même[3]) — confirme donc entièrement la supposition de M. Cantor que Leibniz ne connaissait pas encore ce mémoire. Une réponse complète aurait demandé de la part de Newton une récapitulation des principales parties de son travail. La tâche de Newton devenait même plus difficile par le désir qu'il avait de communiquer aussi de nouveaux résultats et des améliorations récentes. Newton abrège donc l'exposé de la question en omettant toute démonstration des développements en série des fonctions algébriques, et en y substituant un simple énoncé de la série du binôme. La richesse de résultats et l'indication de la marche à suivre, aussi claire que le permettait le désir d'en montrer en même temps la

---

[1]) Voir la lettre d'Oldenburg du 8 décembre 1674 (*Leibnizens mathem. Schriften* p. 56—57) et les lettres de 1675.

[2]) Les deux séries lui avaient été communiquées par Oldenburg dans une lettre du 15 avril 1675 (*Leibnizens mathematische Schriften* p. 61; *Newtoni Opuscula* p. 302).

[3]) *Leibnizens mathematische Schriften, herausg. v.* Gerhardt, I, p. 104.

grande portée, ont satisfait, du reste, Leibniz, qui était déjà familier avec l'application des séries aux quadratures, plus qu'elles n'ont satisfait M. Cantor [1]). Il n'aura pas été impossible par exemple à Leibniz de rétablir d'après les indications de Newton la déduction du développement de l'*arc sin* $\frac{x}{r}$, c'est-à-dire de l'arc d'un cercle de rayon r dont le *sinus* est égal à $\frac{x}{r}$. Il lui a été facile de voir géométriquement au moyen de son triangle caractéristique que l'élément ds de cet arc est égal à $\frac{r\,dx}{\sqrt{r^2-x^2}}$. En appliquant le théorème du binôme, on trouve

$$\frac{r}{\sqrt{r^2-x^2}} = 1+\frac{1}{2}\frac{x^2}{r^2}+\frac{3}{8}\frac{x^4}{r^4}+\frac{5}{16}\frac{x^6}{r^6}+\ldots$$

et ensuite par la quadrature déjà bien connue des paraboles

$$arc\,sin\,\frac{x}{r} = x+\frac{1}{6}\frac{x^3}{r^2}+\frac{3}{40}\frac{x^5}{r^4}+\frac{5}{112}\frac{x^7}{r^6}+\ldots$$

Une application du théorème du binôme et des quadratures des puissances $x^{\frac{r}{2}}$ conduit de même à l'expression indiquée par Newton pour l'*arc sin. verse* x. Il semble plus difficile de retrouver la démonstration qu'a donnée Newton du développement de *sin* x, démonstration qui dépend évidemment de son inversion des séries. Il est vrai que dans sa lettre Newton n'indique qu'indirectement, par un exemple de la solution d'une équation algébrique au moyen d'une série, comment il effectue cette inversion; mais la réponse de Leibniz du 27 août 1676 [2]) montre que celui-ci avait saisi assez bien la manière d'exécuter ces inversions pour déduire la série représentant e^x de celle qui représente $log(1+x)$, et pour trouver la série représentant *cos* x, résultats dont Newton était du reste déjà en possession: le premier se trouve en effet dans son *Analysis per æquationes infinitas*, et le dernier, sous forme d'une série exprimant *sin. verse* x dans la lettre même à laquelle répond Leibniz.

---

[1]) III, p. 174: *Von Ableitungen oder Beweisen ist nichts zu finden.*
[2]) Leibniz t. I, p. 114 et s.

La manière complète dont Leibniz a compris la lettre de Newton se montre aussi clairement que possible par les questions qu'il lui adresse encore dans la réponse que nous venons de citer, et qui ont pour objet précisément la démonstration qui y manque du théorème du binôme, et la manière dont on peut trouver les termes de la série exprimant une racine d'une équation algébrique, ou de celle qui sert à l'inversion d'une autre série. Dans sa seconde lettre Newton lui fournit d'une manière très complète les renseignements demandés.

Avant d'en dire plus long sur cette seconde lettre de Newton (du 24 octobre 1676), nous devons parler de suggestions plus indirectes venues de sa part à Leibniz en même temps que sa première lettre. Oldenburg fit suivre cette lettre d'une autre où il informait [1]) Leibniz qu'en 1672 Newton avait écrit à Collins qu'il était en possession d'une méthode très générale servant à déterminer les tangentes aux courbes algébriques, que cette méthode servait aussi à la détermination des courbures, à la quadrature, à la rectification et à la détermination des centres de gravité, et enfin qu'elle n'était pas restreinte aux équations de forme rationnelle. Cette communication devait intéresser Leibniz premièrement à cause des rapports que la méthode des tangentes de Newton pouvait avoir avec la sienne. En même temps il devait être curieux: 1° de connaître les rapports de cette méthode avec les quadratures et les opérations qui s'y réduisent, et 2° de voir comment grâce à elle on surmontait les difficultés résultant des expressions irrationnelles. Il ne nous paraît pas même invraisemblable que sa courte visite à Londres en octobre 1676 ait eu pour but d'être admis à jeter les yeux sur les manuscrits déposés par Newton chez Collins. Nous avons déjà dit qu'il fut même autorisé à faire des extraits de l'*Analysis*

[1]) Leibniz I, p. 91.

per æquationes infinitas. D'un autre côté nous ignorons si en même temps il a pris connaissance de la lettre de 1672 de Newton à Collins dont nous venons de dire un mot; on a même dit que, par l'intermédiaire de Tschirnhaus, il en aurait entendu parler dès 1675.

Leibniz fait voir par sa réponse à la seconde lettre de Newton (à celle du 24 octobre 1676 dont nous n'avons pas encore rendu compte) jusqu'à quel point la curiosité que nous venons de lui attribuer à été satisfaite par les renseignements trouvés à Londres et par les résultats de ses propres recherches suggérées par la communication d'Oldenburg. La réponse est en effet écrite, ou du moins commencée, le jour même de l'arrivée de la lettre de Newton, lettre trop longue et trop riche d'idées et de résultats pour permettre même à un Leibniz d'y pénétrer si vite. Leibniz s'est donc hâté avant tout de communiquer ce qu'il avait inventé avant l'arrivée de la lettre à laquelle il avait l'air de répondre.

Il commence[1]) par exposer sa méthode des tangentes, avec la notation des différentielles que nous employons aujourd'hui. Nous avons déjà dit que, selon nous, il était en possession de cette méthode, qui ne diffère que par les nouvelles notations de celles d'autres géomètres, avant d'avoir subi l'influence de Newton. Leibniz ajoute que cette méthode doit être identique à celle de Newton, ce qu'il conclut du fait que — conformément aux renseignements d'Oldenburg — elle s'applique aussi aux quadratures; car toute figure est carrable qui dépend d'une équation différentielle, c'est-à-dire que toute courbe est carrable dont l'ordonnée s'obtient par une différentiation. Cette remarque de Leibniz lui a été rendue plus facile par la connaissance qu'il avait acquise de l'*Analysis per æquationes infinitas.* L'appendice de ce mémoire, dont nous avons parlé, lui aura montré immédiatement que l'opération

[1]) Leibniz t. I, p. 154 et s.

dont se sert Newton pour trouver des courbes carrables ne diffère pas de sa différentiation — ce qu'il lui était assez facile de reconnaître parce qu'il en avait fait lui-même un usage semblable dans ses conférences avec Tschirnhaus. — Il aura compris ensuite que Newton avait pu sur cette opération fonder toute une théorie des quadratures.

Leibniz semble avoir été moins heureux sur l'autre point que nous avons signalé dans les communications d'Oldenburg, savoir l'application de la méthode des tangentes, ou bien de sa propre différentiation, à des équations qui contiennent des radicaux. L'*Analysis per æquationes infinitas* n'en donne qu'un seul exemple: la différentiation de $\sqrt{a^2+x^2}$. Serait-ce à cet exemple que Leibniz doit la règle de différentiation qu'il applique dans la lettre en question à la différentiation des radicaux? Il pose

$$d\sqrt[n]{x} = \frac{dx}{n\sqrt[n]{x}},$$

ce qui est correct pour les racines carrées. L'application réitérée de cette règle aux différents radicaux qui se présentent dans sa lettre indique qu'il ne s'agit pas ici d'un simple *lapsus calami* dû à la précipitation de sa réponse. D'autre part, cette précipitation est pour quelque chose dans cette méprise; car Leibniz dit expressément qu'il effectue la différentiation des radicaux par une extension de la règle de différentiation des puissances à exposant entier et positif [1]), extension qui aurait dû le conduire au résultat correct.

On pourra peut-être expliquer la méprise de la manière

---

[1]) ... *generaliter si sit aliqua potentia aut radix* x^z *erit* $dx^z = zx^{z-1}dx$. *Si* z *sit* $\frac{1}{2}$ *seu si* x^z *sit* $\sqrt[2]{x}$, *erit* dx^z *seu hoc loco* $d\sqrt[2]{x} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx$ *seu* $\frac{dx}{2\sqrt{x}}$, *ut notum aut facile demonstrabile. Sit jam binomium(?) ut* $\sqrt[3]{a+by+cy^2}$ *etc.: quæritur* $d\sqrt[3]{a+by+cy^2}$ *seu* dx^z, *posito* $\frac{1}{3} = z$ *et* $a+by+cy$ *etc.* $= x$. *Est autem* $dx = b\,dy + 2cy\,dy$ *etc. Ergo*

suivante. Leibniz connaissait la différentiation des racines carrées, dont l'*Analysis* de Newton contient un exemple. Il appelle expressément cette différentiation *facile demonstrabile.* Il avait essayé d'étendre cette règle à des racines d'indice quelconque de la manière que nous avons indiquée; mais il n'avait pu évidemment démontrer cette extension erronée. C'est alors qu'il reçoit la lettre de Newton du 24 octobre 1676. Les premières pages lui font voir tout de suite que la même généralisation qui avait conduit Newton des expressions connues de puissances de binômes à exposants entiers et positifs à la formule générale des binômes doit servir aussi à généraliser les expressions des différentielles de puissances. La démonstration rigoureuse de la formule de Newton allait permettre aussi de démontrer rigoureusement cette extension. Heureux de voir ainsi confirmée sa supposition sur la possibilité d'obtenir les différentielles des radicaux par une généralisation, Leibniz n'a pas pris le temps de remarquer que la généralisation suggérée par Newton, qui se confirme pour les racines carrées, n'est pas identique à celle qui l'avait conduit lui-même à une différentiation des racines d'indice supérieur. Une telle méprise ne pouvait évidemment durer longtemps. Les extraits publiés des papiers de Leibniz montrent aussi que, presque immédiatement après sa réponse à Newton, il savait très bien différentier les quantités irrationnelles [1]). Cependant ces extraits ne contiennent rien sur la démonstration de cette différentiation.

---

dx^2 *seu* $\frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ *erit* $= \frac{bdy + 2cydy \text{ etc.}}{3\sqrt[3]{a+by+cy^2}}$ (Leibniz I, p. 155—156).

Nous avons modernisé un peu les signes, notamment en substituant le signe = au signe d'égalité dont se sert Leibniz. Nous avons aussi corrigé deux lettres manifestement erronées, du moins dans le texte de Gerhardt. La lettre contient encore deux applications de la fausse règle.

[1]) Gerhardt: *Die Entdeckung der höheren Analysis; Beilage* V, p. 143 et s. Le premier de ces extraits est daté du 11 juillet 1677; tandis que nous ne connaissons pas la date exacte de la réponse de Leibniz.

Nous n'osons pas insister sur l'explication hypothétique que nous avons donnée ici des erreurs commises par Leibniz[1]) dans sa lettre; mais en tout cas le défaut de toute preuve autre que la généralisation de résultats connus rend vraisemblable que la différentiation des radicaux a été suggérée à Leibniz par les communications de Newton sur la formule du binôme, soit qu'il en eût déjà conçu l'idée d'après la première lettre, soit que la dernière lettre seulement l'eût porté à imiter la manière dont Newton avait généralisé sa célèbre formule. Cette seconde lettre commence en effet par les explications de Newton sur la manière dont il a trouvé cette formule, explications dont nous avons déjà parlé.

Il résulte de ce que nous avons dit sur le traité *De quadratura*, dont il possédait en 1676, depuis longtemps déjà, les résultats principaux, que Newton connaissait alors très bien la règle générale de la différentiation des radicaux, règle qui est la base de la démonstration de ces résultats.

Leibniz donne, du reste, dans ses deux lettres des preuves très notables de l'habileté avec laquelle il savait traiter certaines équations différentielles à une époque où il ne possédait pas encore une théorie des quadratures ou un calcul intégral propre à donner des vues générales sur les questions de cette nature. Les communications que lui fait Newton sur les quadratures dans sa seconde lettre (du 24 octobre 1676[2])) devaient pour cette raison lui être très précieuses. Nous avons déjà dit, en

[1]) La précipitation de Leibniz se trahit encore dans sa lettre par une autre erreur. Je suppose du reste qu'en réponse aux conclusions que j'ai tirées des fautes commises par Leibniz dans une lettre écrite à la hâte, on m'objectera les fautes qu'on a attribuées à Newton et qu'il aurait commises dans des ouvrages dont il a toujours différé la publication. On répondra de la manière la plus simple à ces objections en discutant les fautes qu'on impute au grand géomètre anglais. On trouvera alors que la plupart de ces prétendues fautes dépendent de malentendus de la part du critique. Nous renvoyons à cet égard à notre prochaine Note.

[2]) *Newtoni Opuscula* I, p. 328—357

parlant des quadratures de Newton, que cette lettre donne — sous la forme dont on se servait alors, c'est-à-dire en disant quadrature là où nous disons intégration — les conditions de l'intégrabilité en termes algébriques des différentielles binômes. Ces conditions se présentent comme conséquences de la règle de formation des séries, en général infinies, qui représentent les intégrales. Newton ajoute que, dans les cas où les séries deviennent infinies, on peut réduire les intégrales à des quadratures de types fixes telles que celles des sections coniques. Il illustre ces communications par de nombreux exemples comprenant aussi la réduction d'autres quadratures à ses intégrales de différentielles binômes.

Ces communications si riches d'idées devaient donner à Leibniz tout au moins de puissantes suggestions. Les lacunes des démonstrations devaient être faciles à combler par la connaissance des résultats; car nous avons déjà vu que Leibniz savait (ou du moins aurait appris par l'appendice de l'*Analysis per æquationes infinitas*) que le résultat d'une quadrature se vérifie par une différentiation. Il est vrai que cette différentiation devient un peu plus difficile dans le cas actuel où les intégrales sont exprimées par des séries; mais les nombreux renseignements sur l'application des séries qu'il avait recueillis à cette époque devaient l'aider à lever en grande partie cette difficulté. Les essais de vérification pouvaient même le conduire à appliquer à la déduction de ces séries la méthode des coefficients indéterminés, méthode que Newton se contentait de consigner dans un anagramme [1]), qui indique aussi, comme le dit Newton, l'application de la même méthode aux équations différentielles [2]). Il va sans dire que Leibniz devait être poussé avant tout à essayer de retrouver les mêmes résultats par ses propres procédés. Les notes qu'il a ajoutées sur la

[1]) *Opuscula* I, p. 356.
[2]) *Inversa de tangentibus Problemata.*

lettre de Newton montrent[1]) qu'il a retrouvé l'intégration en termes algébriques dans le cas où elle est possible, et en d'autres cas la réduction à des intégrales plus simples, par la substitution dont nous nous servons aujourd'hui.

La lettre de Newton contient encore: une remarque sur l'usage des quantités négatives à l'occasion des deux séries différentes que Leibniz avait cru nécessaires pour représenter e^x suivant que le nombre dont x désigne le logarithme est $\gtrless 1$; des remarques sur la rapidité de la convergence des différentes séries et sur leur commodité au point de vue du calcul numérique[2]); des indications sur le procédé dont Newton s'est servi plus tard dans sa *Methodus differentialis* (l'interpolation) pour trouver des quadratures approchées, en substituant des courbes plus simples à celles qu'il faut carrer, etc.

On voit l'importance des communications contenues dans les deux lettres de Newton. Nous insisterons ici sur celles qui ont eu une influence importante sur la création du calcul différentiel et intégral de Leibniz, si peu différent au fond du calcul des fluxions de Newton:

1° Les communications sur la formule du binôme et sur la manière dont Newton en avait conçu la première idée; elles ont, en effet, conduit Leibniz à la différentiation des quantités irrationnelles;

2° Les communications complètes sur l'application des séries aux quadratures et sur la multitude de nouvelles séries qui en résultent; on sait en effet quel rôle considérable l'application des séries joue aussi dans le calcul intégral de Leibniz;

---

[1]) Leibniz I, p. 128.

[2]) C'est dans cette lettre que Newton a trouvé qu'il faudrait mille ans pour calculer 20 décimales de $\frac{\pi}{4}$ par la série de Leibniz (*Newtoni Opuscula* I, p. 345). On voit donc qu'il avait en vue aussi l'usage pratique des séries.

3° Les communications sur une classe très importante de quadratures; elles ont certainement fourni un excellent point de départ pour le développement des méthodes d'intégration.

Après des communications d'une telle étendue, d'une telle nouveauté, d'une telle portée, il me semble quelque peu injuste de demander que Newton ait donné encore d'autres renseignements sur ses recherches infinitésimales. La première question de Leibniz avait pour objet les séries servant à la quadrature ou à la rectification du cercle. Newton lui répond en lui communiquant en outre une foule d'autres séries obtenues par le même procédé. Ayant négligé d'indiquer en même temps toutes les démonstrations nécessaires, il y revient, à la prière de Leibniz, dans sa seconde lettre; il ne se contente pas de communiquer les démonstrations; il donne aussi des renseignements sur sa conception des idées. Il en multiplie les applications et discute les différentes remarques faites par Leibniz à propos de ses premières communications. Heureux de trouver chez Leibniz une si complète intelligence de ses idées[1]), il se complaît à lui écrire longuement et sa lettre n'en finit pas. Toutefois, comme il ne peut pas lui communiquer tout ce qu'il sait d'intéressant, tout ce qui était déjà consigné dans sa *Théorie des fluxions* et probablement aussi dans son *Tractatus de quadratura*, il faut bien qu'il fasse un choix. Je ne suis pas surpris qu'il ait alors préféré faire connaître avant tout ses résultats, beaucoup plus faciles à exposer que des méthodes nouvelles et très différentes de tout ce qui existait à cette époque. Les résultats qu'il a choisis se rattachent encore de très près à l'objet des communications précédentes. Il donne comme exemples les théorèmes sur les intégrales de différentielles binômes, qu'il a déduits des déve-

---

[1]) Voir le commencement de sa lettre du 24 octobre: *Quanta cum voluptate legi Epistolas clarissimorum virorum D. Leibnitii et D. Tschirnhausii, vix dixerim* etc. *Opuscula* I, p. 328.

loppements en série en cherchant les cas particuliers où les séries s'arrêtent d'elles-mêmes, de façon que les expressions intégrées deviennent finies.

Cependant nous avons déjà montré que ces dernières communications pouvaient conduire sans de trop grandes difficultés à la reconstruction des procédés grâce auxquels il a trouvé une partie de ces résultats et obtenu les séries exprimant les intégrales d'équations différentielles (les fluentes dont les fluxions sont déterminées par des équations contenant en même temps les fluentes). Les courtes allusions qu'il a faites à sa méthode de tangentes et des *maximæ* et *minimæ* pouvaient donner lieu à des suggestions semblables. Il est donc très naturel que Newton ait désiré s'assurer la priorité des méthodes que sa communication pouvait suggérer à d'autres. Il l'a fait en consignant en deux anagrammes [1]) de courts énoncés de procédés dont l'explication aurait demandé à un homme aussi sévère pour lui-même que Newton toute une nouvelle lettre de la même étendue. La franchise avec laquelle Newton communique, en sus de tout ce qu'on lui avait demandé, une foule d'autres vérités aussi intéressantes que nouvelles sans égard au risque d'en suggérer d'autres qu'il ne trouve ni le temps ni la place d'exposer dans sa lettre, cette franchise le lave selon nous de tout soupçon de mesquine cachotterie. Il a montré à cette occasion la même libéralité dont il devait donner plus tard de nouvelles preuves par ses réponses aux questions de Halley sur les lois de Keppler et à celles qu'on lui adressait après l'apparition des *Principes* [2]).

M. Cantor juge autrement que moi la valeur des communications faites à Leibniz dans les lettres de Newton et celle des renseignements que le grand philosophe et géomètre

---

[1]) *Opuscula* I, p. 335 et 356.

[2]) Voir Rouse Ball: *An essay on Newton's Principia*, London 1893, p. 114 et s.

allemand a pu tirer de l'*Analysis per æquationes infinitas*. Il fait par exemple remarquer que dans ce dernier travail il n'y a pas trace de la différentiation des produits et des quotients [1]). Il vante [2]) l'exposé clair, loyal et complet que dans sa dernière lettre Leibniz fait de l'application du calcul différentiel à la résolution du problème des tangentes, et tout en essayant d'expliquer pourquoi Leibniz ne communique pas aussi son signe d'intégration, il reproche à Newton de n'avoir pas répondu plus tard à cette lettre par un exposé aussi franc de la théorie des fluxions. Selon M. Cantor c'est à cette théorie que devait recourir Newton pour dévoiler les véritables démonstrations de ses résultats, même de ceux qu'il communique complètement ou qu'il fait entrevoir sans aucun recours direct à cette théorie; ou plutôt, comme il s'agit encore pour notre auteur de savoir si Newton était alors en possession de cette théorie, M. Cantor fait dépendre de l'usage de cet instrument la valeur des recherches elles-mêmes.

La divergence de ce que nous trouvons, M. Cantor et moi, dans les communications réciproques de Newton et de Leibniz, dépend de la différence de ce que nous y cherchons. M. Cantor y cherche principalement l'invention des algorithmes qui ont ouvert une *via regia* aux recherches infinitésimales; de mon côté j'y cherche surtout la découverte des vérités qui donnent la vie aux algorithmes, j'y cherche le travail mathématique nécessaire pour construire avec ces vérités un *substratum* solide à cette *via regia*. Il est vrai que Newton n'énonce pas dans l'*Analysis* les règles de la différentiation des produits et des quotients, règles par lesquelles il faut commencer lorsqu'il s'agit de former un algorithme permettant une exécution mécanique des opérations infinitésimales. C'est ainsi qu'il faut connaître l'algorithme de la multiplication pour

---

[1]) Cantor III, p. 151.
[2]) Ibid. p. 180.

exécuter mécaniquement cette opération; mais, connaissant la définition de la multiplication et l'algorithme de l'addition, on peut trouver par exemple 13×452 sans connaître aucune règle particulière pour l'exécution des multiplications. De même on peut très bien différentier un produit ou un quotient proposé sans aucune règle particulière, lorsqu'on connaît seulement la définition de la différentiation due à Fermat ou à Newton. Fermat différentie les produits sans aucune difficulté. Dans sa courte lettre de 1672 sur la nouvelle méthode de tangentes, Newton se montre même en possession de la règle qui permet d'exécuter cette opération sans recourir à la définition. Cette règle est du reste une conséquence assez immédiate de la définition pour que Leibniz ait pu la tirer de l'appendice à l'*Analysis*, s'il ne l'avait pas connue déjà. En ce qui concerne les quotients, la règle dont se sert Leibniz est aussi facile à déduire de la définition; et l'on voit dans le *Tractatus de quadratura* et ailleurs que Newton les différentie en réduisant le dénominateur à un facteur ayant un exposant négatif. Quant au quantités irrationnelles, nous avons déjà dit que la règle de Leibniz repose uniquement sur l'extension de la notion de puissance, et que cette extension lui avait été suggérée par Newton. Nous ne méconnaissons nullement l'immense avantage qu'il y a à posséder cette règle et à pouvoir en faire usage sans jamais recourir à sa démonstration; mais il ne faut pas oublier que même cet avantage avait été signalé dans la communication faite à Leibniz par Oldenburg.

Cependant nous sommes ici arrivés au point où commencent à se montrer les grands mérites de Leibniz qui ont fini par donner à son algorithme la victoire sur celui de Newton. Leibniz donne les énoncés explicites des règles même les plus simples, tandis que, même dans une œuvre didactique comme la *Methodus fluxionum*, Newton n'énonce pas explicitement les règles de la formation des fluxions des expressions irrationnelles. Il s'applique avant tout à en démontrer rigou-

reusement les applications en réduisant les équations dont dépendent ces expressions à des formes rationnelles [1]), et il laisse aux lecteurs le soin d'en tirer successivement les règles qui leur permettraient d'exécuter — comme il savait le faire lui-même — les opérations sans recommencer toujours cette même déduction. Nous admirons donc la prévoyance de Leibniz, qui avait déjà introduit les deux signes d et $\int$ dans ses notes personnelles, et qui savait donner aux règles des opérations les plus simples du calcul infinitésimal la forme la plus commode dans un système bien organisé d'algorithmes dès l'instant qu'il savait exécuter lui-même ces opérations. L'auteur de la *Characteristica geometrica*, qui a essayé le premier de créer un calcul représentant les opérations de la logique, a prévu toute l'utilité d'un algorithme infinitésimal à une époque où il n'était en possession que d'une partie assez limitée des vérités qui donnent à cet algorithme son importance supérieure. Si j'ai moins insisté ici sur ces grands mérites, c'est parce que je puis renvoyer à cet égard au livre de M. Cantor, que je cherche à compléter en insistant sur la découverte, un peu trop négligée par lui, des vérités mathématiques qui ont donné une si grande importance aux algorithmes de Newton et de Leibniz.

C'est à ces vérités, et non pas aux algorithmes plus ou moins développés à ce moment, qu'il faut renvoyer lorsqu'on demande la valeur qu'avaient pour Leibniz les communications contenues dans les lettres de Newton, et réciproquement. En effet, les algorithmes permettent, nous l'avons déjà dit, d'exécuter mécaniquement les opérations. La condition

[1]) Je ne sais pas pourquoi M. Cantor appelle (t. III, p. 164) ce procédé un *vielleicht nicht ganz erlaubter Kunstgriff*. Comme c'est le procédé le plus naturel pour démontrer cette différentiation si l'on ne veut pas recourir à la formule du binôme, qui doit alors être démontrée antérieurement, ce n'est pas à proprement parler un *artifice*; et quant à la rigueur, il fournit le moyen le plus sûr d'éviter les ambiguïtés qui pourraient provenir de la multiplicité des valeurs irrationnelles.

d'un usage bien assuré de l'algorithme, c'est donc qu'il soit lui-même si bien étudié qu'on connaisse aussi les limites de sa légitimité, s'il y en a, et que dans le cas contraire on se soit bien convaincu de sa généralité absolue. Ceux qui sont précisément le moins disposés à apprécier les algorithmes qu'ils n'ont pas inventés eux-mêmes, et que par conséquent ils ne connaissent pas à fond, ce sont les fondateurs de nouvelles théories. Ayant à lier une idée à une autre, ils ne gagneraient rien en se dispensant momentanément des idées qui font naître une opération. Ils embrassent trop intimement dans leur esprit toutes ces idées pour sentir l'allégement gagné grâce à l'algorithme, et ils trouvent d'autant plus lourd le fardeau qu'impose à leur mémoire tout ce qu'il faut apprendre par cœur pour en faire usage. Ils s'exagèrent même le poids de ce fardeau, n'ayant fait aucun effort sérieux pour le soulever. Nous avons vu, par exemple, dans notre Note précédente que Fermat aime à se passer des progrès de l'algorithme algébrique de son temps, et M. Cantor[1]) montre que Huygens était incapable d'apercevoir les avantages de l'algorithme infinitésimal de Leibniz. Huygens était trop accoutumé à fixer dans sa pensée les moindres détails des belles recherches infinitésimales qu'il a su mener à bonne fin, pour charger sa mémoire d'un appareil destiné à le débarrasser momentanément d'une portion des idées qui font partie intégrante de la recherche. Si tel a été son sentiment à une époque où l'algorithme était déjà assez développé et où son usage avait déjà conduit à des résultats très importants, qu'eût-il dit d'une courte communication, telle qu'on pouvait la faire dans une lettre, sur les algorithmes de 1676? Son intérêt se fût attaché exclusivement aux vérités auxquelles ces algorithmes devaient servir d'organes, et qu'il eût bien été en état de comprendre sans trop réfléchir sur les algorithmes eux-mêmes.

---

[1]) T. III, p. 209.

Il n'est donc pas étonnant que dans ses lettres Newton ait cru que les vérités intéresseraient aussi Leibniz plus que les algorithmes dont il se servait dans ses propres recherches. Que Leibniz ait trouvé superflu de communiquer à Newton l'usage qu'il faisait du signe $\int$ dans ses études personnelles, cela est assez naturel, vu qu'il n'était pas encore en état de prouver l'utilité de ce signe par aucun résultat nouveau et de quelque importance. Il en était autrement pour la notation des différentielles. Elle lui permettait d'exposer assez brièvement sa méthode des tangentes, et il pouvait espérer qu'à cause de l'identité présumée de cette méthode avec celle de Newton, il serait facile à son glorieux correspondant de reconnaître les grands avantages de ces signes. On voit par le célèbre *Scholium* du deuxième livre des *Principes* que Leibniz ne s'est pas trompé à cet égard. Newton y dit que la méthode exposée dans la dernière lettre de Leibniz (1677) ne différait de la sienne que par les dénominations et les notations.

Newton a donc appris en 1677 que Leibniz avait retrouvé les principes de la méthode qu'il possédait depuis longtemps et qu'il avait même consignée en 1671 dans un travail didactique, sa *Methodus fluxionum*; il venait de donner lui-même à Leibniz des suggestions importantes pour utiliser ultérieurement la même méthode en l'appliquant aussi aux recherches de calcul intégral. On croirait donc qu'il se hâta de publier le travail cité et d'assurer ainsi, avec sa propre priorité, le domaine futur de son algorithme, tout aussi commode que celui de Leibniz, et dont les applications s'étendaient alors sur un champ beaucoup plus vaste. Si la forme de son travail, où il s'agissait d'introduire des principes entièrement nouveaux dans la science, ne satisfaisait pas encore le scrupuleux Newton, qui avait peur de toute contestation[1]), il pouvait du moins en confier

[1]) On sait qu'à cause des remarques de Hooke il songeait à garder pour lui le 3e vol. des *Principes*.

une copie à la *Société Royale* ou à un savant ami, comme il avait confié son *Analysis per æquationes infinitas* à Collins. Newton n'en a rien fait. Les seules mesures qu'il ait prises à cette époque en vue d'assurer sa priorité pour les découvertes dont l'exposé complet aurait demandé trop de place, ce sont les anagrammes contenus dans la dernière lettre, et, heureusement, aussi la lettre à Wallis de 1676, qui porte M. Cantor lui-même à reconnaître cette priorité de Newton.

On ne comprend cette réserve qu'en ayant égard au caractère de Newton tel qu'il s'est montré en des occasions semblables. Newton était un géant, qui ne savait pas à quel point ses propres forces étaient supérieures à celles des autres géomètres, et sans doute, après que Barrow eut quitté Cambridge, il n'y trouva personne qui pût lui faire connaître cette supériorité. C'est ce qu'on voit, pour citer un exemple, par l'histoire de l'application qu'il fit des séries aux quadratures, histoire qu'il raconte dans sa seconde lettre à Leibniz[1]). Cette application date des années 1665—1666; mais, ayant appris plus tard que Mercator dans sa *Logarithmotechnia* (1668) avait carré l'hyperbole au moyen du développement de $\frac{1}{1+x}$ en série, Newton crut que cet auteur ou quelque lecteur de son livre devait être en état de développer de même les quantités irrationnelles en série infinie et d'en faire un usage semblable; et pour cette raison il commença de se soucier moins des résultats qu'il avait déjà obtenus lui-même de cette manière.

Même ses grandes découvertes dans l'astronomie physique, il les a gardées pour lui assez longtemps pour faire croire

---

[1]) *Opuscula* t. 1, p. 332—333. Nous en citons en particulier cette phrase: *Sed ubi prodiit ingeniosa illa Nicolaï Mercatoris Logarithmotechnia (quem suppono sua primum invenisse), cœpi ea minus curare; suspicatus, vel eum nosse extractionem radicum æque ac divisionem fractionum; vel alios saltem, divisione patefactâ, inventuros reliqua priusquam ego ætatis essem maturæ ad scribendum.*

qu'il n'en a pas bien vu toute la grandeur. En 1665 ou 1666[1] — pendant ses vacances involontaires, causées par une épidémie de peste, et dont il profita pour fonder les principes du calcul des fluxions — il avait vu que la troisième loi de Keppler concorde, pour des trajectoires circulaires, avec une attraction inversement proportionnelle au carré des distances. Une supposition inexacte sur les dimensions de la terre l'a empêché alors d'identifier de la même manière la gravité avec la force qui retient la lune sur sa trajectoire; mais le fait même qu'il savait imaginer des raisons particulières de ce désaccord avec la loi constatée pour le système solaire montre qu'il avait déjà confiance dans la généralité de cette loi. Néanmoins il n'en publia rien alors. En 1679 une correspondance avec Hooke le porta à s'occuper de la question de savoir si la forme elliptique des trajectoires des planètes n'est pas, elle aussi, une conséquence de la même loi d'attraction. Cette supposition se confirma; mais il ne publia pas non plus cette découverte, cette fois peut-être parce qu'il ne voyait pas clairement d'après les lettres de Hooke jusqu'à quel point ce savant se doutait du même fait. C'est seulement en 1684, lorsque Halley s'adressa directement à lui, qu'il chercha de nouveau l'ancienne démonstration qu'il en avait donnée. A cette époque plusieurs savants avaient fait sur la 3e loi de Keppler la même observation que Newton en 1666. Implicitement cette observation est contenue dans la détermination de la force centrifuge par Huygens. On avait même commencé de s'occuper de la question, résolue par Newton en 1679, de la 2e loi de Keppler; mais ni Hooke, ni Wren, ni Halley ne surent démontrer les suppositions qu'on avait à cet égard. C'est alors que Halley se rendit à Cambridge pour demander à Newton son opinion sur cette matière. La bonne volonté avec laquelle

[1]) Voir Rouse Ball: *An Essay on Newton's «Principia»*, *London 1893*; en particulier aux pp. 7, 15, 20, 26.

Newton répondit à ses questions montre que son silence n'était pas dicté par un esprit de dissimulation. Une fois rompu, ce silence fut remplacé, sous la pression amicale de Halley, qui se chargea de toutes les peines et de toutes les dépenses, par une étonnante productivité qui allait bientôt avoir pour fruit le livre des *Principes*.

Ces détails rendent peut-être moins inintelligible le fait que Newton ne fut pas poussé par la dernière lettre de Leibniz à publier immédiatement sa théorie des fluxions. Comme, autrefois, la connaissance de la série de Mercator l'avait dégoûté des recherches sur l'application des séries aux quadratures, on peut s'imaginer avec vraisemblance que son algorithme des fluxions perdit à ses propres yeux beaucoup de sa valeur du jour où il vit Leibniz en possession d'un algorithme semblable. Originairement il a sans doute inventé le sien pour son usage personnel, afin de retenir pendant son travail et de noter ses propres pensées. Ce qui lui donnait de la valeur à ses yeux, c'étaient les importants résultats auxquels il parvenait en s'en servant; mais au commencement il a probablement eu l'intention de publier ses découvertes dans le langage dont se servaient alors ordinairement les géomètres. Une telle pensée semble du moins assez naturelle chez un homme qui voulait avant tout démontrer complètement ses résultats. Pour donner à ses démonstrations toute la sûreté possible, il avait alors à sa disposition les principes éprouvés dans l'antiquité et par ses prédécesseurs de l'âge moderne, principes où tout danger de méprise était prévu. En usant de ses nouvelles notations, il aurait eu besoin non seulement de les expliquer, mais aussi d'en assurer complètement la portée — ce qu'ont négligé plus tard en grande partie les successeurs de Leibniz —. Cette peine n'eût été compensée que par la découverte d'un certain nombre de nouvelles et importantes vérités dont il pouvait simplifier assez les démonstrations au moyen des nouvelles méthodes pour avoir un équivalent du travail consacré à l'exposé de celles-ci. En fait

Newton était déjà arrivé jusque-là, et il avait rédigé en 1671 sa *Methodus fluxionum*, ouvrage qui rendait évidente la fécondité de sa méthode [1]). Néanmoins la communication de Leibniz a pu retirer à Newton un peu de sa confiance dans l'importance de l'invention de l'algorithme qui joue là un si grand rôle. Voyant un autre se servir d'autres notations pour exprimer les mêmes idées, il a pu croire que plusieurs savants

---

[1]) Ceci reste vrai quand même la rédaction de 1671 n'aurait pas contenu toutes les applications qu'on trouve dans l'édition parue en 1736; ce que suppose M. Cantor (t. III, p. 171), et ce qui est bien possible. Nous avouons du reste que nous ne regardons pas comme absolument convaincant à cet égard le calcul de probabilité que fait M. Cantor. La coïncidence d'une série de matières traitées par Huygens et par Newton s'explique, en effet, assez bien par la connexion qu'ont entre elles ces matières en vertu de leur nature même. M. Cantor concède que la manière dont Newton détermine les centres de courbure est tout à fait différente de celle d'Huygens. La cycloïde était un exemple assez naturel d'une pareille détermination. La simplicité de la construction de son centre de courbure devait frapper un œil aussi exercé aux considérations géométriques que celui de Newton: cet œil si pénétrant a dû apercevoir bien vite la simplicité du lieu de ce centre, ainsi que la propriété de ce lieu de toucher les normales de la première cycloïde. En continuant d'avancer dans cette voie, Newton devait découvrir que cette propriété appartient à tous les lieux des centres de courbure, et qu'elle conduit à une rectification très simple de ces lieux. Lorsque plus tard il chercha des courbes rectifiables, comme il avait déjà cherché des courbes carrables, les développées de courbes données devaient se présenter à lui en première ligne, et, parmi celles-ci, la première courbe algébrique qu'on avait su rectifier, savoir la parabole semi-cubique, développée de la parabole ordinaire.

Du reste, comme Newton ne prétend nulle part, pour sa théorie des courbures, à aucune priorité sur Huygens, qu'il cite au contraire avec vénération dans la proposition LII du premier livre des *Principes*, il est fort probable qu'il doit la première idée de cette théorie à une suggestion de celui-ci; mais M. P. Tannery montre dans son analyse du livre de M. Cantor (*Bulletin de Darboux* 1894, p. 229) que cette suggestion a pu lui parvenir par d'autres voies longtemps avant la publication de l'*Horologium oscillatorium*. Quoi qu'il en soit, Newton cite déjà dans sa lettre à Collins du 10 décembre 1672 (*Opuscula* I, p. 298) les problèmes sur les courbures au nombre de ceux auxquels sa nouvelle méthode est applicable.

avaient à leur disposition particulière des instruments semblables, et qu'alors chacun préférerait le sien, en sorte qu'aucun n'avait chance de devenir l'organe commun de tous les géomètres. Dans ce cas la communication de Leibniz n'a pu contribuer à surmonter la paresse qu'il montrait déjà depuis 1671 à publier son ouvrage [1]).

Il aurait agi autrement, s'il avait prévu aussi bien que Leibniz l'importance universelle de ces algorithmes, s'il avait su voir que la grandeur des résultats qu'ils pouvaient procurer immédiatement à leur inventeur n'était pas la seule mesure de leur valeur, mais que cet inventeur allait prendre sa part de l'honneur de toutes les découvertes qui seraient faites plus tard à l'aide de ces mêmes algorithmes. Newton ne s'est pas montré insensible à cet honneur par la suite, alors que l'algorithme de Leibniz avait commencé de porter des fruits et de montrer son importance universelle, non seulement par les résultats dus au maître lui-même, mais aussi par ceux de ses élèves; mais alors il était trop tard pour que Newton pût donner au sien une popularité semblable; il ne lui restait plus qu'à réclamer la priorité absolue pour l'invention et l'usage qu'il avait faits d'un algorithme aussi bon que celui de Leibniz [2]), et ses amis n'avaient plus autre chose à faire que de discuter — avec plus ou moins de justice — l'influence générale que les recherches de Newton avaient eue sur celles de son rival.

On a souvent agité la question de savoir pourquoi Newton n'a pas profité de l'occasion que lui fournissait la publication des *Principes* de faire connaître sa méthode des fluxions. On a jugé cette occasion d'autant plus naturelle que Newton dit

---

[1]) M. Cantor explique (t. III, p. 189) d'une manière semblable le fait que la communication de Leibniz sur son algorithme n'a pas porté Newton à assurer immédiatement ses droits sur le sien.

[2]) Voir le *Scholium* déjà cité du second livre des *Principes*.

lui-même que c'est au moyen de cette méthode[1]) qu'il a trouvé les propositions les plus importantes des *Principes*. Pour expliquer que néanmoins il a donné dans ce livre la forme ancienne à toutes les démonstrations, on invoque ordinairement la difficulté de faire pénétrer dans le monde scientifique des résultats d'une nouveauté si surprenante: pour faire croire à leur vérité, il fallait des démonstrations satisfaisant à toutes les exigences traditionnelles d'exactitude[2]).

Il y a tout au moins quelque chose d'exagéré dans cette explication. Nous avons déjà vu que non seulement trois savants anglais avaient retrouvé l'explication newtonienne de la troisième loi de Keppler (pour des trajectoires circulaires), explication qui se rattache de très près aux recherches déjà publiées de Huygens[3]), mais que les mêmes savants avaient aussi conçu l'idée d'une connexion analogue entre la 2e loi de Keppler et la loi d'attraction. Tout ce travail précurseur a certainement contribué au bon accueil que la Société Royale de Londres fit immédiatement aux grandes découvertes de Newton, en même temps qu'il explique un peu les réclamations de Hooke.

Ce qui nous semble vrai dans l'explication que nous venons de mentionner, c'est que la nouveauté et l'importance des résultats contenus dans les *Principes* était trop grande pour que l'auteur voulût y joindre l'exposé d'une méthode aussi nouvelle et aussi importante que celle des fluxions. On objectera que l'usage de cette méthode, qui avait conduit, selon Newton lui-même, à la découverte des vérités, en eût facilité

---

[1]) Nous citerons ici un passage publié pour la première fois dans le livre déjà cité de Rouse Ball (p. 7): *By this Method [of fluxions] I invented the Demonstration of Kepler's Proposition in the year 1679, and almost all the rest of the difficulter Propositions of the Book of Principles in the years 1684, 1685, and part of the year 1686.*

[2]) Cantor III, p. 192.

[3]) Voir le *Scholium* de la 4me proposition du premier livre des *Principes*.

aussi l'exposé et la démonstration. Oui, il en eût été ainsi, si Newton s'était adressé à des lecteurs aussi familiers avec la méthode des fluxions que nous le sommes à présent grâce à notre connaissance du calcul différentiel et intégral; mais commencer par fournir de la méthode des fluxions un exposé assez complet pour donner aux démonstrations des propositions de mécanique une base aussi solide que le demandait avant tous les autres Newton lui-même, c'eût été certainement faire un bien long détour.

A l'appui de cette opinion je renvoie premièrement aux remarques que j'ai déjà faites sur l'étendue du travail nécessaire pour donner à la nouvelle analyse infinitésimale un fondement aussi assuré que celui que possédaient déjà les anciennes méthodes géométriques. Pour bien adapter son calcul infinitésimal à ses recherches mécaniques, Newton aurait encore eu besoin d'une géométrie analytique plus développée que celle qui était à sa disposition. Dans une lettre qui nous a été conservée[1]) il indique lui-même les traités de géométrie analytique qu'il faut connaître pour bien comprendre les *Principes*: ce sont les livres de l'inventeur de cette nouvelle science et de ses élèves immédiats. Ils ont pour cette raison le plus grand intérêt; mais ils étaient encore peu commodes pour servir de point de départ aux formules infinitésimales. Pour les coniques du moins, Newton pouvait trouver dans Apollonius une grande richesse de propriétés propres à fournir un appui aux démonstrations infinitésimales, bien plus que dans la géométrie de Descartes. Ce livre, qu'il avait étudié dans sa jeunesse avec un intérêt qui lui fit même négliger pendant quelque temps l'étude des anciens, aura du reste contribué à lui inspirer le goût de généralité qui le porte à ne pas se contenter de la solution des premières questions posées par l'astronomie.

Il ne faut pas, toutefois, exagérer la différence qu'on sup-

[1]) Rouse Ball p. 121.

pose exister entre les méthodes personnelles de Newton et les démonstrations publiées dans les *Principes*. Ceux qui attribuent à l'usage de la méthode des fluxions la principale part des succès de Newton, qui lui devrait la découverte des importants résultats exposés dans les *Principes*, ceux-là donneront lieu à des malentendus assez graves si en même temps ils regardent l'algorithme comme l'avantage le plus essentiel de cette méthode. Les géomètres de notre temps sont tellement accoutumés au langage du calcul infinitésimal, si bien adapté à présent à l'expression des vérités mécaniques trouvées par Newton, qu'ils sont trop disposés à oublier le long travail qu'a coûté cette adaptation aux géomètres qui nous séparent du temps de Newton, et l'effort que nous avons fait nous-mêmes une fois pour toutes pour nous approprier l'usage de cet instrument. Le calcul n'est pas une baguette magique, donnée par une bonne fée ou par une heureuse inspiration, et qui ouvre ensuite tous les secrets. C'est un outil assez grossier à l'origine, qui s'est amélioré à mesure que l'ont exigé ses applications. Toutes les fois qu'on a donné à ces applications une direction nouvelle, les premiers pas ont été faits sans son aide, ou du moins par des esprits qui embrassaient assez bien les pensées auxquelles il ne fait que donner une expression concise pour pouvoir se passer de lui. L'adaptation du calcul infinitésimal aux résultats et aux démonstrations consignés dans les *Principes* a contribué infiniment plus au développement de ce calcul lui-même que le calcul des fluxions, tel que le possédait Newton, n'a pu contribuer à la découverte des premiers et des plus importants de ces résultats.

Cette dernière remarque ne s'applique qu'au calcul des fluxions; car, quant à la méthode des fluxions, nous avons déjà rappelé que, d'après Newton lui-même, c'est grâce à elle qu'il a fait ses grandes découvertes. Cela se comprend bien, vu qu'à l'exception des déterminations des coniques par des conditions données contenues dans les 4e et 5e sections

du premier livre [1]), toutes les recherches dans les *Principes* sont par leur nature même infinitésimales. La vitesse et l'accélération dans un mouvement curviligne ou variable sont des notions infinitésimales et ne se conçoivent pas autrement; et elles se rattachent aux notions géométriques de tangence et de courbure dont Newton avait traité dans la *Methodus fluxionum*. La première de ces notions mécaniques, celle de vitesse, était même pour Newton presque identique à sa notion infinitésimale fondamentale, savoir celle de fluxion. La méthode des fluxions avait pris ainsi son point de départ dans la mécanique, ce qui facilitait évidemment un retour à la mécanique proprement dite. Newton faisait profiter cette science de tous les résultats déjà obtenus par les applications antérieures qu'il avait faites des fluxions, ainsi que de la faculté qu'il avait acquise d'en faire avec sûreté de nouvelles. Il va sans dire que dans ses recherches personnelles il s'est servi aussi, là où il en avait besoin, des notations qu'il avait attachées à cette méthode et de toutes les facilités particulières que permet un long exercice; mais n'ayant pas publié ces procédés et n'en ayant pas démontré l'exactitude, il devait s'en passer dans son livre. Néanmoins, autant que je sache, l'étude soigneuse qu'on a faite des papiers laissés par Newton n'a pas mis au jour une seule démonstration plus étroitement liée au calcul des fluxions que celles qu'on trouve dans les *Principes*. C'est donc à ces dernières qu'il faut s'en tenir pour retrouver les

[1]) Il nous semble assez vraisemblable que la 5e section tout au moins soit le fruit de recherches antérieures. Nous avons, en effet, déjà rappelé que, dans sa seconde lettre à Leibniz, Newton a mentionné la détermination d'une courbe par des points donnés comme un moyen de quadrature approchée. Dans les *Principes* ces constructions deviennent des constructions de trajectoires des planètes. L'existence antérieure de telles parties dans les *Principes* contribue à expliquer la rapidité avec laquelle Newton a pu écrire cette grande œuvre. L'extension de la propriété des développées des cycloïdes due à Huygens aux épicycloïdes et hypocycloïdes (*Principia* I, 49—51) est un autre exemple de théorèmes que Newton connaissait déjà et qu'il a saisi cette occasion de publier.

idées qui l'ont conduit à la découverte de nouvelles vérités. Leur eût-il même donné une autre forme dans ses recherches personnelles, l'esprit qui sut créer cette forme ne l'a certainement pas séparée de la pensée qu'elle exprime. Pour soutenir l'opinion que Newton aurait trouvé d'abord ses résultats par le calcul et y aurait ensuite substitué une démonstration géométrique, et pour avoir ainsi une sorte d'explication des grands résultats auxquels il est parvenu, il faudrait montrer, au moins par un exemple, la possibilité de faciliter ainsi essentiellement la recherche. Mais il faudrait le faire en se servant des seuls procédés de la *Methodus fluxionum*, et non avec les ressources de l'analyse moderne dont l'existence est elle-même le résultat d'un long enchaînement d'idées.

C'est donc dans les *Principes* eux-mêmes qu'il faut chercher les idées de Newton et les avantages qu'il a pu tirer de la méthode des fluxions. Nous nous bornerons à cet égard à quelques remarques.

Newton énonce et démontre dans les lemmes du premier livre de son grand ouvrage les principes infinitésimaux dont il va faire usage dans ses recherches. M. Cantor y voit de légers indices [1]) de la méthode infinitésimale dont il était en possession. Selon nous la place et la forme de ces lemmes s'explique suffisamment par le fait qu'ils constituent le fondement à la fois indispensable et suffisant d'une démonstration exacte des théories qui suivent. Qu'ils puissent en même temps servir de base à un calcul infinitésimal complet, tel que Newton le possédait déjà, ceci est une simple conséquence de l'unité des principes infinitésimaux, soit qu'on en fasse dériver un calcul, soit qu'on donne une forme plus géométrique à leurs applications. Newton énonce ces principes avec beaucoup plus de clarté et de précision que ne le firent plus tard les successeurs de Leibniz, qui regardaient le seul nom d'in-

[1]) Cantor III, p 192. *Leise Andeutungen.*

fini ou d'infiniment petit comme une explication suffisante de la notion que ce nom représente [1]).

Fidèle élève des anciens, Newton s'occupe des valeurs limites, qu'il appelle valeurs *dernières* ou *premières*, et il précise l'égalité de deux limites par la condition, énoncée dans son premier lemme, que les quantités qui tendent respectivement vers ces deux limites arrivent à différer l'une de l'autre de moins de toute quantité donnée. Dans un *Scholium* qu'il ajoute aux *Lemmes*, il explique ultérieurement sa notion de limite [2]).

A l'endroit que nous avons déjà cité, Newton dit expressément que c'est par la méthode des fluxions qu'il a trouvé en 1679 la démonstration de la proposition de Keppler (c'est-à-dire des deux premières lois de Keppler). Cette remarque nous autorise plus que toute autre chose à étendre le sens de l'application de cette méthode de la manière que nous l'avons fait. Sa démonstration classique de la première loi de Keppler [3]), qui s'est conservée dans tous nos cours de physique et de mécanique, n'est l'application d'aucun calcul infinitésimal: elle dépend immédiatement des principes qui doivent précéder toute application du calcul. Newton prépare ensuite la démonstration de la seconde loi de Keppler [4]) en déduisant des mêmes principes que la force attractive émanée du centre S

[1]) Le *pseudo-infini* dont parle M. Mansion à la p. 22 de son *Esquisse de l'histoire du calcul infinitésimal.*

[2]) M. Cantor attribue (t. III, p. 195) cette explication au dessein d'éviter le mot de *fluxion*, que Newton voulait encore garder pour lui-même. Nous ne voyons pas quel intérêt il pouvait avoir ici à employer ou à celer ce mot. L'explication était également nécessaire, soit qu'il voulût l'appliquer à la limite du rapport de deux quantités qui s'approchent de zéro, et plus particulièrement à la notion mécanique de vitesse instantanée, soit qu'il voulût introduire en même temps la notion de fluxion qui se rattachait à une théorie particulière dont il n'avait pas à parler dans son livre. L'explication de Newton nous semble en tout cas très claire, bien que M. Cantor qualifie ses expressions de *gewunden.*

[3]) *Principia*, 1er livre, prop. I.

[4]) Ibid. prop VI.

(figure à la p. 252) est proportionnelle à la valeur limite de $\frac{RQ}{t^2}$, PQ étant l'arc parcouru pendant le temps t, et RQ étant le segment intercepté sur le rayon vecteur voisin SQ entre la tangente en P et l'arc. A cause de la première loi, cette force sera donc aussi proportionnelle à la valeur limite de $\frac{RQ}{SP^2 \cdot QT^2}$, QT étant la hauteur du triangle SPQ [1]). Nous ne croyons pas qu'une introduction directe de la notion de fluxion, qui aurait demandé des explications nouvelles sans rendre superflue aucune partie de la démonstration, aurait pu contribuer à simplifier l'énoncé de ces principes.

Pour en venir à l'explication physique de la seconde loi de Keppler [2]), il suffit à présent de démontrer que, dans le cas où la trajectoire est une ellipse et S un de ses foyers, la valeur limite de $\frac{RQ}{QT^2}$ est indépendante de la position de P. A cet effet, Newton fait usage des trois propriétés suivantes de l'ellipse:

1°. Le théorème (dit d'Apollonius mais bien connu avant lui) que le rapport du carré d'une demi-corde vQ au produit des segments $Gv \cdot vP$ qu'elle intercepte sur le diamètre correspondant est égal au rapport des carrés $\left(\frac{b_1^2}{a_1^2}\right)$ du diamètre KD $(= 2b_1)$ parallèle à la demi-corde et du diamètre GP $(= 2a_1)$;

2°. L'égalité des parallélogrammes construits sur deux demi-diamètres conjugués et sur les deux demi-axes $(a_1 b_1 \sin\omega = ab)$;

3°. Le segment EP intercepté sur le rayon vecteur SP par le diamètre conjugué du diamètre passant par P est égal au demi grand axe a.

Newton emprunte directement à Apollonius les deux

---

[1]) *Principia* 1er livre, prop. VI, cor. I.

[2]) Ibid. prop. XI.

premières de ces propriétés. Quant à la troisième, qui lui sert à caractériser un foyer, il l'obtient en considérant une droite HI menée parallèlement au diamètre CE par le second foyer H. Alors $EI + IP = \frac{1}{2}(SI + IP + PH) = a$.

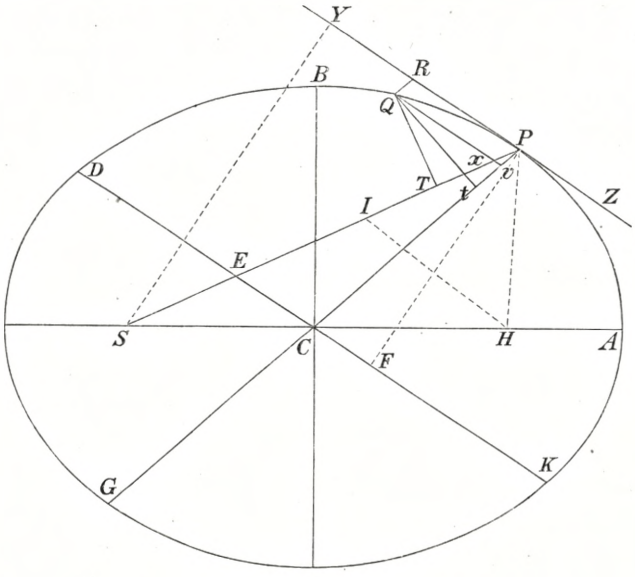


Figure de Newton [1]).

Si nous désignons par x le point où la demi-corde Qv rencontre SP, il résulte: 1° de la similitude des triangles xPv et EPC, et 2° de la première des propriétés citées, que

$$xP = \frac{EP}{CP} \cdot vP = \frac{EP}{a_1} \cdot \frac{a_1^2}{b_1^2} \cdot \frac{vQ^2}{Gv}.$$

D'après les principes infinitésimaux établis dans les *Lemmes*, on peut, dans le cas limite où QR devient parallèle à xP et où R, Q, T, v et x coïncident avec P, substituer QR à xP et xQ à vQ. En même temps Gv devient égal au diamètre GP, ou bien, si nous faisons usage des notations déjà introduites, à $2a_1$.

[1]) *Principia* I, prop. XI.

Le rapport cherché $lim \frac{RQ}{QT^2}$ se transformera donc, si nous désignons par PF la perpendiculaire menée de P au diamètre CD et si nous faisons usage: 1° de la similitude des triangles TQx et FPE, et 2° de la deuxième des propriétés citées ($b_1 \cdot FP = ab$), de la manière suivante:

$$lim \frac{RQ}{QT^2} = lim \frac{EP}{2b_1^2} \cdot \frac{xQ^2}{QT^2} = \frac{EP^3}{2b_1^2 \cdot FP^2} = \frac{EP^3}{2a^2b^2}.$$

Enfin, si nous faisons usage de la troisième propriété ($EP = a$), le rapport aura la valeur constante $\frac{a}{2b^2}$ ou $\frac{1}{2p}$, $2p$ désignant le paramètre.

Cette démonstration, qui ne diffère de celle de Newton que par un usage plus complet du langage algébrique, et un peu aussi par l'ordre des déductions, fait voir que, dans le cas où S n'est pas le foyer, la force attractive sera toujours proportionnelle à $\frac{EP^3}{SP^2}$, E étant comme ci-dessus le point d'intersection de SP avec le diamètre conjugué de celui qui passe par P. Cette circonstance a été remarquée aussi par Newton, qui la met en lumière dans sa seconde démonstration. Celle-ci ne différera guère de la première si l'on remonte directement aux principes infinitésimaux et à la similitude des triangles sur lesquels elle est fondée; mais elle prend une forme assez différente par l'usage que l'auteur y fait des solutions de problèmes qu'il a déjà données dans les propositions précédentes. Dans la 7e proposition il avait trouvé la dépendance des attractions émanées de deux points différents qui produisent des mouvements sur la même trajectoire circulaire. En appliquant le résultat trouvé au cercle osculateur de l'ellipse en P, il est en état de déduire l'attraction exercée par un point S de celle qui, émanée du centre de figure, donnerait au point attiré un mouvement sur la même ellipse, et dont il a trouvé la valeur dans la 10e proposition.

Cette seconde démonstration montre le soin avec lequel

Newton a étudié toutes les conséquences de ses principes. Par l'emploi du cercle osculateur, elle fait ressortir aussi la connexion de cette étude avec les recherches consignées dans la *Methodus fluxionum*. Cependant Newton n'a pu faire aucun usage de sa détermination analytique et générale du rayon de courbure, qui revient à la formule $\frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$, pour démontrer la connexion de la seconde loi de Keppler avec la loi générale de l'attraction aussi simplement qu'il le fait dans sa 11e proposition. C'est seulement à l'application des mêmes principes infinitésimaux qu'il s'était déjà exercé par les recherches sur la courbure et par des recherches semblables.

Jusqu'à ce qu'on me montre une autre voie que Newton aurait pu suivre pour parvenir à l'explication des lois de Keppler, en utilisant non seulement les principes infinitésimaux d'une nature générale, mais encore les résultats qu'on trouve dans la *Methodus fluxionum*, je persisterai à croire qu'il a suivi dans cette question la même marche, indépendante de tout *calcul* de fluxions, qu'on retrouve dans ses démonstrations mêmes. Il en est autrement pour les études plus générales sur les mouvements résultant d'attractions qui dépendent autrement de la distance, et sur les forces correspondant à des trajectoires données. Il a découvert les principes généraux qu'il faut suivre en même temps qu'il en trouvait l'application aux problèmes posés par les lois de Keppler; mais ensuite, faisant abstraction de ces applications particulières, il a énoncé explicitement les dépendances générales qui ont lieu entre les lois d'attraction et les mouvements rectilignes ou curvilignes. Pour en trouver les applications aux cas particuliers, on a besoin de la détermination de valeurs limites identiques à des quotients différentiels ou à des intégrales. Il va sans dire que, pour y parvenir, Newton a fait usage des déterminations de ces limites dont il était déjà en possession. Cependant celles dont il a besoin dans les exemples qui se

rencontrent dans les *Principes* sont ordinairement assez simples pour le dispenser d'exposer en même temps sa méthode générale des fluxions; mais il déclare expressément qu'une telle méthode sera utile à qui voudra profiter de ses solutions générales; c'est ce qu'il fait en ajoutant à plusieurs problèmes posés dans une forme générale la condition suivante: *la quadrature des courbes étant supposée.*

C'est la même manière de procéder qu'on retrouve dans une autre classe importante de recherches contenues dans les *Principes*, celles sur l'attraction des masses. Tout d'abord, en cherchant l'attraction d'une sphère composée de couches homogènes, Newton n'a à sa disposition aucune formule générale. Il doit appliquer à ce problème particulier des procédés particuliers; mais en même temps qu'il le résout, il découvre les formules ou principes généraux dont dépend la solution de problèmes analogues, et il peut ensuite réduire de nouveaux problèmes à des quadratures.

On ne caractérise donc pas bien les rapports des *Principes* avec les méthodes infinitésimales en fixant principalement l'attention sur le profit que leur auteur a pu tirer de ces méthodes et même du calcul infinitésimal, et en y cherchant des indices de la connaissance qu'il pouvait avoir de ce calcul. En même temps que Newton crée l'astronomie physique et étend puissamment la mécanique rationnelle, il donne une extension aussi considérable au domaine des recherches infinitésimales. Certainement, s'il n'avait pénétré antérieurement jusqu'aux derniers principes infinitésimaux, s'il ne s'était exercé à les appliquer à des recherches analytiques et géométriques dont sa *Methodus fluxionum* contient des preuves si éminentes, il n'aurait pas été en état de faire cette nouvelle conquête; mais, pour commencer du moins, il n'a guère pu faire usage du calcul infinitésimal. Avant d'appliquer cet instrument à la conquête d'un nouveau territoire, il faut connaître celui-ci assez bien pour savoir traduire soit les nouvelles questions dans le langage du calcul,

soit, inversement, les résultats analytiques trouvés par l'algorithme, en réponses à ces questions. Cette connaissance une fois acquise par la solution d'un certain nombre de questions mécaniques, on a pu appliquer ensuite le calcul à de nouveaux problèmes au plus grand profit de la mécanique; mais il ne faut pas oublier qu'en même temps Newton ouvre ainsi au calcul infinitésimal un nouveau et vaste champ et qu'il a apporté ainsi au développement de ce calcul une contribution très importante, bien qu'il ne se présente dans les *Principes* que d'une manière indirecte.

Ce sont des contributions de la même nature qu'on doit à celui de ses contemporains que Newton semble avoir le plus admiré, à Huygens, dont les recherches sur la force centrifuge et sur la courbure avaient paru avant celles de Newton; et Huygens n'a certainement appliqué à ses recherches aucune espèce de calcul infinitésimal.

L'étude que nous venons de faire des *Principes* nous a éloigné un peu de la question qui nous occupait, celle de l'influence qu'ont eue sur Leibniz les découvertes de Newton; mais en discutant les contributions les plus importantes de Newton à l'analyse infinitésimale, et principalement celles auxquelles il me semble que M. Cantor ne rend pas suffisamment justice, j'ai dû parler ici de ce livre immortel. Quant aux contributions directes qu'on trouve dans la *Methodus fluxionum*, je me contente de renvoyer aux *Leçons* de M. Cantor, en me réservant toutefois de parler dans une Note subséquente de quelques critiques que l'auteur élève contre plusieurs des recherches de Newton et dont j'espère avoir réussi à montrer le peu de fondement.

Notes sur l'histoire des mathématiques.

Par

H.-G. Zeuthen.

Suite.

(Présenté à la séance du 3 mai 1895).

VI. Sur quelques critiques faites de nos jours à Newton.

Dans notre Note précédente, nous avons eu plusieurs fois l'occasion d'insister sur l'esprit d'exactitude de Newton et sur les hésitations qui lui ont fait retarder la publication de la plupart de ses œuvres. Il en est résulté une rare correction de tout ce qu'il a fait paraître. Néanmoins plusieurs auteurs modernes lui ont attribué des méprises, des erreurs qui donneraient à tous ceux qui comprennent l'importance qu'elles auraient, si elles étaient réelles, une tout autre image de la solidité de l'intelligence de Newton. Ils est vrai qu'ils excusent ces erreurs, faciles à éviter à présent grâce au développement ultérieur de la science suscité par les découvertes mêmes de Newton, en invoquant la nouveauté des matières et en assurant qu'il n'aurait plus commis de telles fautes après 1700[1]); mais ces excuses, d'ailleurs bien superflues, ne servent qu'à donner une opinion par trop modeste de la clarté avec laquelle les idées nouvelles peuvent se former dans l'esprit de celui qui

[1]) Cantor III, p. 165.

les conçoit. Or cette clarté n'a pas fait défaut à Newton aux endroits critiqués: c'est ce qui apparaîtra facilement aux géomètres qui consulteront ces endroits avec assez de soin. Mais si ces critiques restaient sans contradiction, il y aurait danger qu'elles contribuent à répandre des idées fausses sur l'exactitude d'esprit de Newton. Elles ont même commencé de le faire. En effet, les plus importantes de ces critiques se trouvent dans un ouvrage publié en 1856 par M. Weissenborn[1]), et de là elles se sont propagées jusque dans les *Leçons* de M. Cantor de 1894. Il ne sera donc pas inutile d'essayer d'arrêter cette propagation des reproches peu fondés faits au grand géomètre.

A cet effet, j'ai soumis à un examen attentif toutes les remarques que j'ai trouvées sur des erreurs prétendues de Newton.

Dans un seul cas (le n° 2, dans ce qui suit) Newton s'exprime tout au moins d'une manière inexacte; dans un autre (n° 1) ses considérations manquent de la généralité que nous demandons aujourd'hui; dans les autres il ne dit rien qui soit faux, ou même il donne des explications d'une haute valeur. Il est du reste bien possible qu'on puisse citer des cas où il s'est trompé réellement, car un Newton même peut être sujet à erreur. M. Rouse Ball nous en raconte un exemple très curieux[2]). En essayant de retrouver, à la prière de Halley, son ancienne démonstration de la seconde loi de Keppler, il n'y réussit pas au premier abord, parce que la figure qu'il s'était tracée le portait à regarder comme rectangulaires deux diamètres conjugués différents des axes. Mais de telles fautes ne se seraient pas glissées dans ses ouvrages publiés, non plus,

---

[1]) H. Weissenborn: *Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwickelung von Leibniz bis auf Lagrange als ein historisch-kritischer Beitrag zur Geschichte der Mathematik.* Halle 1856.

[2]) Rouse Ball: *An Essay on Newton's Principia* p. 26.

d'ailleurs, que des fautes telles que lui en attribuent MM. Weissenborn et Cantor.

1. Je commencerai par la discussion de l'exactitude des développements en séries infinies à laquelle j'ai déjà renvoyé dans ma Note précédente (p. 201). M. Reiff[1]) cite complètement, en latin et en traduction allemande, la démonstration que donne Newton, à la fin de son *Analysis per æquationes infinitas*, du développement en série des racines d'une équation algébrique, et il y ajoute la critique suivante: «Il est très essentiel de remarquer qu'il (Newton) sent bien la nécessité de démontrer la convergence des séries; toutefois il le fait d'une manière qu'on ne peut pas approuver aujourd'hui, mais qui suffisait complètement pour son temps, si l'on a égard à l'idée que ses contemporains avaient en fait de rigueur dans les démonstrations mathématiques.»

M. Reiff n'a pas tort. Seulement Newton et ses contemporains méritent bien qu'on se rende un compte précis de ce qui manque à la démonstration de Newton, afin qu'on ne fasse pas trop peu de cas de la rigueur que le XVIIe siècle conservait encore comme un héritage de l'antiquité.

A cet effet je commencerai par rappeler ce que j'ai dit, à l'endroit cité de ma précédente Note, sur la manière dont Newton formait les séries en question dans le travail cité. En écrivant l'*Analysis*, il connaissait bien le théorème général du binôme; mais, sans doute, comme il ne savait pas donner à sa démonstration une forme assez générale, il développait, par la méthode des coefficients indéterminés, les fractions et les radicaux en des séries qui n'auraient été que de simples applications de cette formule générale. Il appliquait ensuite la même méthode au développement des racines des équations. Ce qui manque encore à ses développements c'est la démonstration complète de la loi de formation des termes successifs,

[1]) *Geschichte der unendlichen Reihen* p. 30—33.

dans les cas où une telle loi existe; mais la méthode permet toujours de vérifier cette formation pour un nombre quelconque de termes. Nous allons voir que c'est à peu près la même chose qui manque à sa démonstration de la convergence, tandis que sa notion de la convergence est identique à la nôtre.

Newton commence la démonstration qui nous occupe [1]) en énonçant avec une précision parfaite la condition suivante de possibilité d'un développement en série: il doit exister des valeurs de la variable indépendante x assez petites pour rendre convergentes les séries exprimant la variable dépendante y. Sans se servir encore du mot *convergent*, il définit l'idée qu'il renferme par la condition qu'en prenant un nombre assez grand de termes on puisse rendre la différence de la série et de la quantité y à développer plus petite que toute quantité assignable [2]).

Pour démontrer que les séries qu'il obtient par sa méthode de développement satisfont bien à cette condition, Newton fait remarquer que son procédé consiste dans la formation successive de nouvelles équations ayant pour racines, p, q, r, les différences entre les racines y de l'équation donnée et la somme des termes déjà obtenus de la série. Il considère en particulier le *dernier* terme (total) de ces nouvelles équations, savoir celui qui ne contient pas l'incrément cherché, p ou q ou r. Ce terme est un polynôme en x, que nous appellerons ici $\varphi(x)$, et Newton dit que chaque nouvelle approximation en enlève le terme (partiel) qui contient la puissance la plus basse de x. En prenant une valeur assez petite de x, on peut faire en sorte que cette partie enlevée soit plus grande que la moitié de $\varphi(x)$. Alors il résulte du critère de convergence d'Euclide (X, 1) qu'il est possible, en continuant indéfiniment la formation des

[1]) *Opuscula* p. 27.

[2]) M. Cantor rappelle (t. II, p. 823) que cette manière exacte d'exprimer une approximation indéfinie est due à Wallis. Cependant il ne faut pas oublier que c'est précisément à cette question que répond la méthode d'exhaustion des anciens.

nouvelles équations, de rendre le dernier terme $\varphi(x)$ aussi voisin qu'on veut de zéro. En même temps une seule des racines cherchées — savoir celle qui correspond à la racine considérée y de l'équation donnée — s'approchera de zéro. Cette approximation peut être poussée aussi loin qu'on le veut. La série formée des incréments trouvés successivement tendra donc à représenter une des racines de l'équation proposée.

On pourrait objecter à cette démonstration que le passage d'une des équations successives à la suivante ne se borne pas à enlever au dernier terme $\varphi(x)$ la partie qui contient la puissance la plus basse de x; mais cette remarque n'a que peu d'importance. En comparant les derniers termes $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ de deux équations consécutives, on s'arrangera, en effet, sans aucune difficulté de manière que $\psi(x)$, qui ne contient plus une puissance de x aussi basse qu'en contient $\varphi(x)$, soit plus petit que la moitié de $\varphi(x)$.

Plus importante serait la remarque que le dernier terme en question, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, etc., se compose de termes de plus en plus nombreux à mesure que progresse l'opération, et que, dans le cas de l'inversion d'une série infinie donnée, les équations en y, p, q, r, ... sont de degré infini. On peut craindre dès lors que la valeur de x dont il y aurait besoin pour assurer la convergence, n'ait elle-même pour limite zéro, contrairement à la définition de la convergence. Pour ces raisons on peut contester la généralité à laquelle semble prétendre cette démonstration, que Newton se borne à donner une fois pour toutes; mais elle suffira dans les cas particuliers. Elle suffira évidemment, dans les cas où Newton se contente de la formation d'un nombre limité de termes, pour juger de l'approximation ainsi obtenue; car au moyen des considérations de Newton on peut constater la possibilité de prendre une valeur de x assez petite pour rendre le *reste* plus petit que le dernier terme trouvé de la série ou même plus petit qu'une fraction quelconque de ce terme. Une application des séries de Newton

semblable à celles qu'on fait ordinairement, dans le calcul différentiel, d'une série de Taylor dont on ne prend qu'un nombre limité de termes, est donc assez bien fondée. Quant aux séries d'un nombre infini de termes que Newton apprend à former, une démonstration complète de la loi de formation aurait dû précéder la démonstration de la convergence. C'étaient les symboles nécessaires pour démontrer complètement quelque chose sur *le terme général* qui lui faisaient défaut, et non pas une idée rigoureuse de la nature et des conditions générales de la convergence.

2. Nous passons ensuite à une erreur qu'on a déjà reprochée à Newton de son vivant. Dans son traité *De quadratura curvarum* (*Scholium* de la proposition XI)[1] et ailleurs, il déduit de la série

$$(z+o)^\eta = z^\eta + \eta o z^{\eta-1} + \frac{\eta\eta-\eta}{2} oo z^{\eta-2} + \text{ etc.},$$

que $\frac{\eta\eta-\eta}{2} oo z^{\eta-2}$ est l'*incrementum secundum seu differentia secunda* de la quantité z^η, etc. Cette erreur était naturellement assez grave aux yeux des élèves de Leibniz, qui devaient identifier l'*incrementum secundum* à $d^2 z^\eta$. Newton lui-même l'a reconnue plus tard en ajoutant, sur un exemplaire qu'il donna en 1711 à Nicolas Bernoulli, le mot *ut* exprimant que la valeur citée sera seulement proportionnelle au second incrément[2]. Cependant cette erreur ne décèle chez l'auteur de la *Methodus differentialis* aucune ignorance sérieuse de la véritable nature des différences d'ordre supérieur. Ce n'est pas, en effet, l'*incrementum secundum* qu'il a défini rigoureusement à l'endroit qui fait l'objet de la critique, mais la *fluxio secunda*, et de celle-ci il dit fort justement qu'elle est proportionnelle à la quantité *nascens* qu'il avait égalée à $\frac{\eta\eta-\eta}{2} oo z^{\eta-2}$.

---

[1] *Opuscula* I, p. 241—242.

[2] *Commercium epistolicum* II, p. 310; voir aussi Gerhard: *Die Entdeckung der höheren Analysis* p. 89.

3. J'ai déjà dit[1]) que MM. Weissenborn et Cantor ne partagent pas mon admiration pour l'usage que Newton fait de la liberté du choix de la variable indépendante. Cependant, comme ils ne précisent pas leur critique à cet égard, je ne sais pas bien à quoi répondre. Cette critique semble être le résultat de quelque malentendu sur la notion de fluxion, le même, probablement, qui les porte[2]) à prendre l'équation

$$2\dot{x} - \dot{z} + \dot{y}x = 0$$

pour une équation aux différences partielles, et à critiquer la manière dont Newton l'intègre. Cette équation est une équation différentielle totale, la même qu'on écrirait à présent

$$2dx - dz + xdy = 0,$$

et comme elle ne satisfait pas à la condition d'intégrabilité par une seule équation, il est impossible de l'intégrer autrement que par deux équations dont l'une peut être choisie arbitrairement. Voilà précisément ce que fait Newton[3]) en indiquant le résultat qu'on obtient par un choix particulier ($x = y^2$), qui d'ailleurs pourrait être remplacé par tout autre.

4. MM. Weissenborn[4]) et Cantor[5]) critiquent la règle dont se sert Newton pour trouver l'intégrale $\int(Mdx + Ndy)$, où M et N sont des polynômes en x et y, ou bien pour intégrer immédiatement l'équation

$$M\dot{x} + N\dot{y} = 0.$$

Newton en intègre séparément chaque terme, en regardant y ou x comme constant suivant que l'intégration a lieu par rapport à x ou par rapport à y, et il efface ensuite de la

---

[1]) A la note au bas de la p. 206.

[2]) Weissenborn p. 39; Cantor III, p. 166,

[3]) *Opuscula* I, p. 83. Newton s'exprime à cet égard avec sa clarté ordinaire: ... *sufficit quamlibet relationem inter binas supponere, cum hæc relatio à statu quæstionis non determinatur.* La seule objection qu'on pourrait faire, c'est qu'il aurait été tout aussi bien permis d'établir la relation arbitraire entre les trois variables qu'entre deux seulement.

[4]) P. 31—33.

[5]) T. III, p. 164—165.

somme une fois chaque terme qui se présente ainsi deux fois (une fois dans $\int M dx$ et une fois dans $\int N dy$). MM. Weissenborn et Cantor font remarquer que cette règle conduirait à intégrer par exemple

$$x^3\dot{x} - 3x^2y\dot{x} + xy^2\dot{y} - y^3\dot{y} = 0$$

par [1])

$$\frac{x^4}{4} - x^3y + \frac{xy^3}{3} - \frac{y^4}{4} = 0.$$

Tout géomètre qui connaît la condition d'intégrabilité de $Mdx + Ndy$ sait qu'ils ont mille fois raison, et que la méthode de Newton ne conduira à un résultat exact que dans le cas où $Mdx + Ndy$ est intégrable; mais en consultant l'endroit critiqué on voit que Newton ne néglige nullement de faire la même remarque [2]). Seulement il l'éclaircit par un autre exemple ($\frac{1}{2}x^2 - yx + ay = 0$ n'est pas l'intégrale de $x\dot{x} - y\dot{x} + a\dot{y} = 0$). On objecterait peut-être encore que l'équation est intégrable même dans les cas où son premier membre ne l'est pas; mais Newton ne s'occupe expressément que de la *solutio peculiaris* des équations qu'on peut intégrer en en intégrant le premier membre.

5. Tandis que dans le cas précédent MM. Weissenborn et Cantor ont reproché à Newton d'avoir oublié une restriction qu'il n'a nullement négligée, il y a un autre cas où ils lui reprochent [3]) de dire quelque chose qui est juste. Newton détermine [4]) les points d'inflexion d'une conchoïde en cherchant les tangentes qui interceptent sur une droite fixe à partir

---

[1]) En négligeant la constante d'intégration, ils ne font qu'imiter l'exemple de Newton.

[2]) *Newtoni Opuscula* I, p. 62. .... *siquidem hoc pacto problema non semper solvi potest. Unum tamen addam, videlicet, quod si, postquam fluentium relationem inveneris hâc methodo, regredi potes per Probl. 1 ad propositam æquationem fluentes involventem, certò noscis opus esse rectum, aliàs non.*

[3]) Weissenborn p. 48; Cantor t. III, p. 168—169.

[4]) *Opuscula* I, p. 91.

d'une origine fixe des segments de valeur *maxima* ou *minima*. M. Weissenborn a vérifié le résultat obtenu pour la conchoïde, mais croit qu'il n'est correct que par un pur hasard; il a même souligné les mots *zufälliger Weise*. Selon M. Cantor cette même détermination décèlerait des idées peu claires (*unklare Vorstellungen*) sur l'inflexion. Néanmoins la règle de Newton est fort bonne, à condition qu'on ne substitue pas avec M. Cantor la sous-tangente au segment intercepté à partir d'une origine fixe. Il n'est pas difficile de s'en persuader, soit au moyen d'une figure, ce qu'a dû faire l'inventeur, soit en déduisant analytiquement l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ de celle qui exprime immédiatement la règle. Celle-ci était même assez naturelle à une époque où l'on déterminait les tangentes au moyen de la sous-tangente, dont on dérive en effet la quantité qui doit être *maxima* ou *minima* par l'addition (ou la soustraction) de l'abscisse du point de contact. Il est vrai qu'à côté des points d'inflexion la règle comporte en général des solutions étrangères, savoir les points d'intersection de la courbe avec l'axe fixe; mais il n'est pas difficile de distinguer celles-ci des véritables solutions au moyen d'une épreuve. Néanmoins pour cette raison l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ est peut-être à préférer [1]; mais elle n'était nullement inconnue à Newton. Non seulement il identifie plus loin [2] le problème de trouver les inflexions avec celui de trouver les points où l'angle de la tangente avec l'axe des abscisses a une valeur *maxima* ou *minima* (ce que M. Cantor appelle *ziemlich richtig*); mais encore il caractérise expressément [3] par $\dot{z} = 0$ ou bien, puisque z est égal à $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$, par $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ le *punctum rectitudinis*. Il cite comme exemple de ces points singuliers le sommet de la parabole $a^3x = y^4$, mais il ajoute

---

[1] On sait du reste qu'elle comporte, elle aussi, des solutions étrangères si l'on a égard à ce qui se passe à l'infini du plan.

[2] *Opuscula* I, p. 103.

[3] *Opuscula* I, p. 121.

immédiatement la remarque que les points déterminés de cette manière sont, en général, des points d'inflexion (*Illud idem punctum plerumque est limes flexûs contrarii*). Non seulement donc il connaît la condition $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$, mais il sait encore distinguer les points d'inflexion proprement dits de ceux qui ne présentent aucune inflexion visible et dont la parabole qu'il cite fournit un exemple. A cet égard les deux déterminations au moyen d'un *maximum* ou d'un *minimum* ont l'avantage de ne correspondre qu'aux inflexions visibles.

C'est comme application de la théorie de la courbure que se présente cette détermination des points de *rectitude*. Cette théorie comprend, non seulement la pénétrante recherche infinitésimale qui a conduit à l'expression du rayon de courbure au moyen des deux premiers quotients différentiels de y (exprimés par l'algorithme de Newton), mais aussi la détermination du rapport des fluxions du rayon de courbure et de l'arc, rapport qu'il regarde comme mesure de la variation (*inæquabilitas*) de la courbure, et Newton applique ces déterminations à beaucoup de courbes particulières. Il serait difficile de s'imaginer comment Newton aurait pu s'élever jusque-là sans avoir commencé par se faire une idée nette des points d'inflexion. Nous venons de voir qu'il ne se borne pas à y appliquer la méthode que ses critiques semblent regarder comme la seule possible.

6. Au même endroit[1]) où M. Cantor reproche à Newton l'introduction de nouvelles relations arbitraires (voir au n° 3 de la présente Note), il qualifie aussi d'arbitraire un autre procédé de Newton. Celui-ci en fait usage[2]) là où il s'agit d'exprimer l'intégrale d'une différentielle totale ou d'une équation différentielle donnée (représentée par des fluxions) au moyen d'une série de puissances. Newton évite alors dans la série à intégrer les termes de la forme $\frac{a}{x}$ en remplaçant, dans la

[1]) Cantor III, p. 166.
[2]) *Opuscula* p. 70 et ailleurs.

question proposée, x par $b \pm x$. A vrai dire, je ne vois pas qu'est-ce qu'on peut reprocher à Newton à cet égard, et de quelle justification [1]) aurait besoin ce changement de variable ou, si l'on veut, d'origine. C'est du même artifice que les géomètres se servent toujours, soit qu'il s'agisse simplement d'exprimer les logarithmes par des séries de puissances, soit qu'on veuille obtenir une représentation analytique de toute autre fonction qui présente une singularité semblable à celle du logarithme.

7. Nous avons déjà parlé (p. 237, note) de la critique que M. Cantor élève contre l'artifice qui consiste à donner une forme rationnelle à une équation qu'il s'agit d'intégrer.

8. Je citerai encore une remarque de M. Rouse Ball [2]) sur le lemme 28 du premier livre des *Principes*, où Newton démontre l'impossibilité de carrer algébriquement une figure limitée par des droites et par un arc arbitraire d'ovale. Newton fait tourner d'un mouvement uniforme autour d'un point pris à l'intérieur de l'ovale une droite sur laquelle un point se meut avec une vitesse proportionnelle au carré r^2 du rayon vecteur de son point d'intersection avec l'ovale. Le rayon vecteur R de la trajectoire de ce point mobile sera alors proportionnel à $\int r^2 d\vartheta$, ou bien au secteur de l'ovale que la droite mobile a balayé. On voit que, si l'on continue à l'infini ce mouvement, les incréments du rayon vecteur R se répéteront périodiquement à l'infini, ce qui serait impossible si R était une fonction algébrique des lignes trigonométriques de l'angle ϑ. Signalons comme conséquence particulière de cette démonstration (que nous avons rapportée librement, mais sans y changer aucun point essentiel) que les fonctions circulaires sont des fonctions transcendantes. Si dans ce cas on prend pour point fixe le centre du cercle, la trajectoire auxiliaire sera une spirale

[1]) . . . *an eine Rechtfertigung dieser Willkür scheint gar nicht gedacht zu sein* (Cantor III, p. 166).

[2]) *An Essay on Newton's Principia* p. 83.

d'Archimède, et il n'est pas improbable que l'idée de cette démonstration ait été suggérée à Newton par les courbes du grand Syracusain.

Le seul défaut de la proposition très intéressante de Newton, c'est celui d'une définition précise des ovales. Afin d'y suppléer, il est nécessaire et il suffit d'avoir en vue la démonstration simple que nous venons de rappeler. Il est supposé, premièrement, que l'ovale dépend d'une seule équation, ce qui a lieu lorsqu'il fait partie d'une courbe algébrique. Newton suppose encore évidemment que l'aire entière peut être balayée par un rayon vecteur variable faisant sans interruption une rotation égale à 2π, et que la loi de la variation du rayon vecteur n'est soumise, pendant cette rotation, à aucune altération subite. Il ne regarde donc comme un ovale ni un contour fermé à arcs rentrants (ou à inflexions) ni une boucle de courbe attachée par un point double à d'autres branches de la même courbe.

On n'aurait du reste besoin que d'une légère extension de la démonstration pour l'appliquer aussi aux courbes fermées à arcs rentrants et même à des contours finis et fermés tracés d'un trait continu et formant des boucles, à la seule condition que l'aire totale limitée par un tel contour ne devienne pas égale à zéro si l'on donne aux différentes parties de l'aire un signe différent, suivant qu'elles se trouvent à droite ou à gauche d'un observateur parcourant le contour toujours dans le même sens [1]). Au contraire la démonstration de Newton ne permet nullement de regarder comme un ovale une seule des parties de cette aire totale, par exemple l'une des deux boucles de la lemniscate. Appeler une telle boucle un ovale ne serait

[1]) En combinant la démonstration de Newton à des théories modernes, on en peut même conclure, inversement, que la quadrature d'une partie quelconque de l'aire d'une courbe du genre zéro s'exécute algébriquement dans le cas où l'aire totale est égale à zéro. Cela a lieu, par exemple, pour la lemniscate.

pas non plus conforme à l'usage ordinaire de ce mot dans le cas où la boucle est attachée aux autres parties de l'aire totale par un nœud simple ou par une combinaison de nœuds qui nécessiterait un rebroussement de la direction d'un point parcourant seulement le contour de la boucle considérée. Je m'étonne donc que M. Rouse Ball puisse citer comme exemple de l'incorrection du lemme de Newton la possibilité de la quadrature des courbes

$$y^{2m} = (2n)^{2m} x^{2m(2n-1)} (a^{2n} - x^{2n}),$$

dont les différentes boucles ne sont pas des ovales dans le sens ordinaire de ce mot. Il m'eût semblé plus explicable qu'il imaginât un exemple de courbe dont les deux parties présenteraient du moins à vue d'œil la figure d'ovales. C'est ce qui aurait lieu si les deux branches passant par l'origine étaient tangentes l'une à l'autre; pour établir alors la connexion des deux boucles nécessaire pour l'intégrabilité en termes algébriques, il faut supposer que les deux branches aient entre elles un contact d'ordre pair. Même une courbe carrable de cette nature, par exemple celle que représente l'équation

$$y^2 = ax^{\frac{2}{3}} - bx^2,$$

ne mettrait pas en défaut le lemme de Newton, si l'on a égard à la démonstration, qui défendrait de regarder les deux boucles comme deux ovales.

9. Dans les critiques dont nous avons parlé ici, on a reproché à Newton des erreurs ou des inexactitudes. Il y a d'autres critiques qui ont seulement pour but de montrer les limites de ses procédés, afin de faire ressortir les progrès ultérieurs qu'on doit à Leibniz. Renfermées dans leurs justes bornes, ces critiques contribuent essentiellement à faire comprendre le développement du calcul infinitésimal. A condition qu'on ne prétende pas faire croire que Newton a ignoré les règles de la formation des fluxions des produits, des quotients et des racines, règles qu'il applique au contraire avec une sûreté complète chaque fois qu'il en a besoin, il est juste de

faire remarquer qu'aux endroits où il s'agit de faire connaître ces règles, il les démontre au lieu de les énoncer. Leibniz fait preuve ici de cet éminent esprit pédagogique, qui a fait de lui le créateur de la forme du calcul infinitésimal conservée jusqu'à nos jours, en énonçant nettement ces règles tout d'abord. Connaissant l'utilité actuelle du signe d'intégration, nous devons regarder l'introduction de ce signe dans l'algorithme de Leibniz comme un avantage sur celui de Newton, avantage que, néanmoins, il ne faut pas exagérer. Or on tombe dans cette exagération en mesurant cet avantage d'après la commodité qu'il comporte pour les lecteurs modernes qui y sont accoutumés, et en oubliant que la représentation de la même notion par une aire correspondait mieux aux besoins d'une époque où l'on étudiait les fonctions sous la forme des courbes qui les représentent. En cherchant les *fluentes* qui ont une fluxion connue, Newton a même une représentation analytique des intégrales.

Tout en reconnaissant l'importance de ces avantages, qu'on doit à Leibniz, je n'en ai guère parlé dans ce qui précède, parce que cela était superflu. Cette importance, chacun a eu lieu de l'apprécier en apprenant le calcul différentiel et intégral. On l'a proclamée en termes pompeux [1]) et on y insiste dans le livre de M. Cantor, qui sera pour longtemps la principale source de la connaissance de l'histoire des mathématiques. J'ai eu, dans ma Note précédente, beaucoup plutôt besoin de donner à cette reconnaissance d'un fait indéniable le supplément nécessaire, en montrant non seulement que le développement moins complet de la forme et du détail de l'algorithme n'empêcha pas Newton de l'employer aussi librement que Leibniz et ses successeurs, mais de plus que c'est Newton

[1]) Voir par exemple le discours de Hankel (*Die Entwickelung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten*, Tübingen 1885, 2e édition) cité par M. Giulio Vivanti (*Il concetto d'infinitesimo*), où il est dit que le seul nom de calcul différentiel et intégral marque la supériorité de ce calcul sur la méthode de fluxions.

qui découvrit les principales vérités mathématiques dont dépend l'utilité de l'un et l'autre algorithme.

A condition qu'on reconnaisse l'importance des contributions particulières apportées au calcul infinitésimal par chacun de ces deux grands hommes, je ne disputerai pas de la valeur respective de ces contributions. C'est en quelque sorte une question de goût. Je n'aurai à m'occuper ici que d'une comparaison entre les deux créateurs du calcul infinitésimal faite par M. Weissenborn, qui méconnaît entièrement les mérites de Newton dont nous avons rendu compte dans la Note précédente, et qui les regarde même comme des détours ou comme des solutions incomplètes.

Ce qui est vrai à cet égard c'est que Newton n'a pas un mot particulier qui corresponde au mot d'intégrale, et ne représente qu'exceptionnellement les intégrales par un signe particulier. Ceci, nous venons de le concéder; mais tout ce que M. Weissenborn lui reproche quant à l'exécution des intégrations, c'est de faire exactement la même chose qu'il aurait faite et qu'il aurait dû faire s'il avait été en possession de ce mot et de ce signe, et encore l'a-t-il fait à une époque où personne ne pensait encore à ces manières d'exprimer les mêmes résultats. Selon M. Weissenborn[1]), c'est par la voie inverse de celle que nous suivons aujourd'hui que Newton trouve, dans l'appendice à l'*Analysis per æquationes infinitas*, la quadrature des paraboles, et s'il procède ainsi, c'est parce qu'il ne connaît pas encore les règles qui servent à déduire la loi des aires de celle des ordonnées. En effet! si nous désignons par x l'abscisse, par y l'ordonnée et par z l'aire, Newton ne dit pas que $z = \int y\,dx$, ce qui ne servirait à rien ni à Newton, ni à nous, qui ne possédons, pas plus que Newton, aucun moyen im-

[1]) P. 22: *Es schlägt also Newton den dem jetzt gewöhnlichen Verfahren entgegengesetzten Weg ein, da er die Regeln, wie aus dem Gesetze der Ordinaten das der Flächen abgeleitet wird, noch nicht entdeckt hatte.*

médiat de trouver les intégrales; mais il dit — dans un langage intelligible alors — que $\frac{dz}{dx} = y$, ce qui lui permet de démontrer que $z = \frac{n}{m+n} x^{\frac{m+n}{n}}$ dans le cas ou $y = x^{\frac{m}{n}}$, et ce qui nous permet à nous de démontrer que $\int y\,dx = \frac{n}{m+n} x^{\frac{m+n}{n}}$ (à condition qu'on choisisse convenablement la limite inférieure de l'aire et de l'intégrale).

C'est le retour de la même critique qu'on retrouve partout où M. Weissenborn parle des intégrations exécutées par Newton. Dans l'ingénieux usage des développées, que fait Newton comme l'avait déjà fait Huygens, pour trouver des courbes rectifiables, M. Weissenborn voit seulement une ressource qui ne permet à Newton de rectifier qu'un certain nombre de courbes, tandis que le problème lui reste impossible pour la plupart des autres courbes [1]). Cela est vrai lorsqu'on a en vue le problème que se posait alors Newton, savoir celui de rectifier les courbes sous forme finie, ou algébriquement; mais de ce même problème il n'existe aucune autre solution aujourd'hui. En effet, lorsqu'on est en état de rectifier algébriquement une courbe, on en pourra déduire algébriquement une développante, qui sera algébrique ou transcendante en même temps que la courbe donnée. A mon sens M. Weissenborn fait tort à Newton en disant que sur ce point la méthode des fluxions le cède *auf das Entschiedenste* à celle de Leibniz, au moyen de laquelle on peut du moins trouver de chaque problème (de rectification) une solution aussi approchée qu'on veut. Dans la méthode de Leibniz, on y parvient en exprimant la longueur des courbes

[1]) P. 51: *Es blieb daher Newton nichts übrig, als von allen ihm bekannten Curven die Evoluten zu suchen ... Bei den meisten andern war für Newton die Lösung der Aufgabe unmöglich. Dies ist also ein Umstand, durch den seine Fluxionsrechnung gegen Leibnizens Differenzialmethode auf das Entschiedenste in den Schatten tritt, indem letztere frei von dieser Beschränkung ist und jede Aufgabe, wenigstens bis zu jedem Grade der Genauigkeit, lösen kann.*

par une intégrale dont on peut trouver la valeur approchée à l'aide d'une série; mais avant Leibniz d'autres savants connaissaient la réduction des questions de rectification à des questions de quadrature, et c'est précisément Newton qui a introduit l'usage général des séries à l'effet d'exécuter ces opérations. Il suffit de renvoyer à cet égard aux exemples de rectification que contient déjà l'*Analysis per æquationes infinitas.*

La critique suivante, où M. Weissenborn [1]) reproche à Newton presque toutes les méthodes de quadrature que nous avons admirées au commencement de la précédente Note, n'a pas plus de sérieux. Il est vrai que Newton n'y fait pas même usage de son propre signe d'intégration x'; mais je ne comprends pas sur quel point le seul usage d'un signe d'intégration aurait rendu superflu un seul des procédés dont il se sert pour exécuter les intégrations, ou lui aurait permis d'ajouter une seule quadrature à celles qu'on peut exécuter sans ce signe. M. Weissenborn reproche, par exemple, à Newton de réduire la quadrature d'une courbe à celle d'une autre, par exemple la quadrature de la cissoïde à celle du cercle, et trouve évident que l'intégration directe est préférable à ce procédé indirect. Mais quel procédé plus direct peut-il exister? De quelque manière qu'on exécute la quadrature de la cissoïde, elle demande, sous une forme ou sous une autre, l'introduction des fonctions circulaires, ou, si l'on cherche l'aire totale limitée par la courbe et son asymptote, l'introduction du nombre π. C'est cette introduction qui devait se présenter à l'époque de Newton sous la forme d'une réduction à la quadrature du cercle. Exprimer l'aire cherchée par une intégrale sans en observer les rapports avec ce problème infiniment plus connu, voilà qui eût été un grand et véritable défaut.

[1]) P. 51—55.

M'étant occupé dans cette Note et dans la précédente des travaux de Newton et ayant eu pour guide dans les questions historiques les Leçons de M. Cantor, je ne puis m'empêcher de faire encore une observation sur un point de l'analyse de ces travaux qu'on trouve dans cet ouvrage. C'est précisément parce que je ne veux nullement affaiblir — réserve faite des points dont je parle expressément — la confiance qu'on doit avoir dans l'éminent historien, que je ne dois négliger aucune des objections sérieuses que je puis avoir à faire. Je rappelle à cet égard ce que j'ai déjà dit plusieurs fois dans ces Notes et ailleurs: le but de mes critiques, qui ne sont pas fondées sur des recherches historiques très étendues, est seulement de puiser dans mes études mathématiques des plus grands géomètres, des Archimède, des Apollonius, des Fermat et des Newton, quelque supplément aux résultats des recherches plus historiques de M. Cantor, qui ont à cet égard une étendue et une profondeur inconnues jusqu'à présent.

Je fais l'observation préliminaire que selon moi le plan du grand travail de M. Cantor n'aurait pas dû empêcher l'auteur de s'occuper particulièrement des *Principes* de Newton, dont l'importance pour les mathématiques pures est égale à celle qu'a eue cette grande œuvre pour la physique et pour l'astronomie. J'ai parlé dans ma Note précédente du développement donné dans ce livre aux principes infinitésimaux, qui y trouvent une foule d'applications, non seulement à la mécanique, mais encore à la géométrie, et aussi de l'influence qu'ont eue plus tard sur l'évolution de l'analyse les essais de refaire analytiquement ses démonstrations géométriques. Je rappelle encore que ce livre marque le terme d'un des plus intéressants développements qu'il y ait dans l'histoire des mathématiques. Dans l'antiquité on avait été porté à étudier les coniques par un intérêt théorique, et on en avait découvert une foule de propriétés importantes. La connaissance de ces propriétés a trouvé sa plus splendide application par la décou-

verte due à Keppler des véritables trajectoires des planètes, et ensuite par la découverte due à Newton de la loi exprimée par la figure de ces trajectoires. Il y aurait eu un intérêt tout particulier à signaler l'usage immédiat que Newton a fait, dans cette importante découverte, des propriétés connues depuis l'antiquité. M. Cantor ne l'a pas fait. Toutefois, il y a dans son œuvre assez de choses qui méritent notre plus vive reconnaissance pour qu'il lui soit permis d'en fixer lui-même les limites et de laisser à d'autres le soin de suppléer ce qu'il n'a pas voulu y mettre. C'est ce que j'ai essayé de faire pour la question actuelle dans les modestes limites de ma Note précédente [1]).

La connexion la plus intime avec les recherches des anciens se montre encore dans la section purement géométrique du premier livre des *Principes*: celle-ci a pour objet la détermination des coniques par des conditions données. M. Cantor ne néglige pas entièrement d'en parler [2]); mais c'est la manière dont il s'en acquitte qui fera l'objet de la présente critique. Au lieu des découvertes originales de Newton, il cite, comme exemple des théorèmes de géométrie qu'on lui doit, celui qui exprime que les produits des distances d'un point d'une conique aux côtés opposés d'un quadrilatère, mesurées sur des droites faisant des angles donnés avec les côtés, ont un rapport constant. Ce théorème, qu'on a appelé théorème de Pappus, n'appartient pas à Newton; il a une histoire dont l'importance égale à certains égards celle qu'a eue la théorie antique des coniques pour les progrès modernes de l'astronomie. M. Cantor n'en dit absolument rien à l'endroit cité, et ce qu'il en avait dit dans les tomes précédents en parlant de Pappus et de Descartes [3]) suffit à peine à préserver le lecteur de l'erreur

[1]) P. 250—55.

[2]) Cantor III, p. 200.

[3]) T. I, p. 422 (2e édition); T. II, p. 741. M. Cantor ne s'y occupe que de la généralisation due à Pappus. C'est seulement dans une nouvelle Note (*Bulletin de Darboux* 1895, p. 68) qu'il rappelle la partie antique

de croire que le théorème en question a été trouvé par Newton. Rappelons donc en peu de mots cette histoire.

Le théorème dont il s'agit énonce la solution du problème relatif au lieu dit *à quatre droites*, qui avait — en même temps que le lieu *à trois droites* qu'on en déduit en faisant coïncider deux côtés opposés du quadrilatère — occupé les géomètres grecs depuis les temps d'Aristée et d'Euclide. La connexion de ce qui nous est rapporté sur ce lieu avec la théorie des coniques nous montre bien qu'on a su dès lors que c'est une conique; mais il y a eu quelque chose d'incomplet, soit dans la démonstration de ce théorème, soit dans la détermination de la conique correspondant à un quadrilatère donné et à un rapport connu [1]).

Apollonius nous assure que les théorèmes du 3e livre de ses *Coniques* lui permettent de déterminer complètement les lieux en question. Bien qu'il ne nous communique pas immédiatement cette détermination, la perfection et l'exactitude de toutes les recherches géométriques que nous avons de sa main inspirent une telle confiance qu'il est impossible de ne pas croire à sa parole à cet égard. Ce qu'en dit Pappus, témoin peu favorable, du reste, à Apollonius, confirme entièrement l'énoncé de celui-ci. Pappus généralise d'ailleurs le problème en demandant le lieu des points dont les distances à deux groupes de droites forment des produits ayant un rapport donné.

---

de l'histoire des lieux géométriques dont nous allons parler. Il relate à cet égard les faits historiques sur lesquels j'appuie ma restitution (hypothétique quant au détail) de la détermination antique de ces lieux; mais — malgré le caractère polémique de son article — il ne discute pas du tout les interprétations d'Apollonius qui constituent la base géométrique de cette restitution.

[1]) Dans ma Théorie des coniques dans l'antiquité (*Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Deutsch durch* v. Fischer-Benzon 1886) j'énonce l'hypothèse que ce qui empêchait de résoudre complètement le problème, c'est qu'avant Apollonius on ne faisait pas usage de la combinaison des deux branches d'une hyperbole, et je rends compte des faits qui rendent vraisemblable cette hypothèse.

Conduisant à des courbes dont on n'avait encore aucune connaissance, le problème de Pappus est une sorte de définition de ces nouvelles courbes [1]).

Au XVIIe siècle, époque où l'on avait pénétré jusqu'au fond des vérités consignées dans les écrits mathématiques conservés de l'antiquité — beaucoup mieux étudiés alors que par les géomètres et par les historiens de nos jours — et où l'on se sentait assez fort pour continuer l'œuvre des anciens, il était naturel d'essayer avant tout: 1° de retrouver la détermination complète d'une conique comme lieu à trois ou à quatre droites 2° de trouver une autre détermination des lieux plus généraux de Pappus que celle qu'exprime immédiatement leur définition.

Ces essais ont conduit à la fondation de la géométrie analytique. Fermat a résolu le premier de ces deux problèmes, Descartes les a résolus l'un et l'autre [2]), en combinant avec l'usage des coordonnées la nouvelle algèbre, qui avait commencé de prendre une position indépendante de la géométrie, organe jusqu'alors unique des mathématiques exactes. On appliqua ensuite les mêmes méthodes à d'autres questions.

Bien que les déterminations des lieux à trois ou à quatre droites qu'ont trouvées Fermat et Descartes se rattachent à la géométrie d'Apollonius, bien plus directement que ne devait le faire plus tard une détermination par la géométrie

[1]) La détermination des coniques comme lieu à quatre droites étant une représentation générale de ces courbes, on serait tenté de regarder la généralisation de Pappus comme un essai de représenter d'une manière générale toutes les courbes qui dépendent de constructions géométriques (ou bien les courbes dites à présent algébriques). Un tel essai n'eût pas été très heureux; car il existe des courbes algébriques qu'on ne peut représenter de cette manière, quoique Descartes semble encore croire à la généralité d'une telle représentation (*Géométrie*, édition de 1885, p. 10).

[2]) Voir ma *Note sur l'usage des coordonnées dans l'antiquité, et sur l'invention de cet instrument.* Bulletin de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark, 1888, p. 127—144.

analytique[1]), elles différaient par l'emploi de la nouvelle analyse de celles qui étaient à la disposition d'Apollonius[2]). Au contraire le grand intérêt de la démonstration qu'a donnée Newton du théorème relatif au lieu à quatre droites dérive de la circonstance qu'il le déduit immédiatement de théorèmes connus par Apollonius et à l'aide de procédés semblables aux siens[3]).

A l'observation faite ici sur un passage du livre de M. Cantor se rattache de très près une autre remarque. Dans leurs premières déterminations de lieux solides, Fermat et Descartes font usage de coordonnées obliques. Leurs premières mises en équation des problèmes de lieux à trois, à quatre ou à plusieurs droites sont, en effet, facilitées par des choix convenables d'axes coordonnés qui ne sont pas toujours perpendiculaires entre eux. Même en sachant que M. Cantor ne regarde pas comme de véritables coordonnées celles dont se servaient les géomètres de l'antiquité, et qui pouvaient être orthogonales ou obliques, on ne voit pas sans étonnement qu'il considère l'introduction des coordonnées obliques comme un progrès particulier dû à Newton[4]).

---

[1]) Voir à la p. 136 de la Note que je viens de citer.

[2]) Cependant Fermat a donné du théorème relatif au lieu à trois droites une démonstration semblable à celle que contiennent effectivement les dernières propositions du 3e livre d'Apollonius. *Varia Opera* p. 87—89

[3]) Pour la question de savoir quelle est la probabilité de l'identité essentielle de la détermination de Newton avec celle d'Apollonius, je renvoie à une note de mon livre sur la Théorie des coniques dans l'antiquité (édition danoise p, 92; édition allemande p. 134—135).

[4]) Cantor III, p. 168: ... *hat Newton den nur von Fermat fast verstohlenerweise angedeuteten Fortschritt vollzogen, dass die Ordinaten der Curve nicht mehr senkrecht zu den Abscissen gezeichnet sind.*

Effet de l'humidité de l'air et action du champ magnétique terrestre sur l'aspect de l'aurore boréale.

Par

Adam Paulsen.

(Présenté dans la séance du 8 mars 1895.)

Tous ceux qui dans les pays arctiques ont observé l'aurore boréale ont été frappés des ressemblances entre les aurores et certaines formes de nuages, de sorte qu'au crépuscule ou au clair de lune il est souvent impossible de distinguer si l'on a réellement devant les yeux une vraie aurore ou un nuage en forme d'aurore et illuminé par la clarté du crépuscule ou par le clair de lune.

Ainsi Bravais parle de certains nuages ayant même forme et même structure que l'aurore boréale [1]). Ces nuages étaient arrangés en forme d'arcs auroraux. Au clair de la lune on ne pouvait pas les discerner d'avec les aurores boréales. Dans le journal de l'expédition on a plusieurs fois noté comme aurore un phénomène que quelques minutes après on désignait sous le nom de cirrus, et *vice versa*.

«A l'époque du crépuscule du matin», dit Bravais, «il n'est pas rare de voir ces bandes nuageuses se substituer aux bandes aurorales. D'autres fois les nuages arqués existent sur

[1]) Voyages en Scandinavie, etc.; Aurores boréales, p. 532.

le ciel avant l'arrivée de la nuit, et c'est l'aurore au contraire qui paraît venir les remplacer. Ainsi les deux phénomènes peuvent exister ensemble, ou paraître se succéder; dans ce dernier cas, les bandes aurorales peuvent n'être que masquées par la lumière du jour et rester alliées aux bandes nuageuses diurnes.» Bravais parle aussi de certains nuages qui paraissent de jour et dont la forme et la structure rappellent celles des arcs de l'aurore. Dans ce cas on a observé que les bandes nuageuses offraient des stries transversales, perpendiculaires à l'axe de leur plus grande longueur. C'est précisément la même structure qui est caractéristique pour les zones aurorales, appelées bandes zénithales par Bravais.

Bravais est par ces analogies amené à supposer une certaine liaison entre les nuages et les aurores. Devons-nous en conclure», dit-il, «qu'une même cause règle ces deux ordres de phénomènes?» Il finit par conclure qu'il est bien permis de penser que la cause inconnue dont cette orientation est le résultat est aussi la même qui dirige les arcs de l'aurore boréale, ou du moins que ces causes ont toutes les deux une origine électrique.

Dans ses «Nordlichtbeobachtungen» Weyprecht relate des observations tout à fait semblables. Souvent on ne pouvait pas distinguer les formes nuageuses de l'aurore des nuages ordinaires, surtout à la clarté de la lune. Dans le journal des observations aurorales on trouve souvent répété cette phrase: «Les formes nuageuses de l'aurore ne peuvent pas être distinguées de nuages éclairés par la lune.»

Nous citerons ci-dessous textuellement, par exemple, les notes suivantes de Weyprecht:

«Le 9 nov. 1872, à $1^1/_2{}^h$ du soir, des stries nuageuses blanchâtres à peu près parallèles se forment vers le nord en gagnant le zénith. Elles sont composées de vapeurs ténues qui ont un mouvement oscillatoire; elles s'allongent, se raccourcissent et se déplacent, tout en laissant nettement aper-

cevoir à travers elles Castor, Pollux et d'autres étoiles. L'ensemble du phénomène se meut lentement vers l'ouest en prenant plus de corps. A $3^1/_4{}^h$ il devient très lumineux et il disparaît lentement à $3^3/_4{}^h$.»

Je citerai une autre observation qui présente l'intérêt particulier d'être faite en plein jour:

«Le 22 février 1873 vers midi, le soleil étant à peu près à 1° au-dessus de l'horizon, le ciel légèrement couvert, on aperçut un arc nuageux très clair et nettement dessiné partant de l'est et gagnant le zénith pour s'étendre vers l'ouest. Vers le sud, s'élevant à une hauteur moindre que celle du premier arc, on aperçut encore quelques autres arcs moins nets à cause de la proximité du soleil. Les arcs nuageux n'étaient point des bandes de cirrus; ils étaient composés de masses nuageuses homogènes et on les aurait confondus avec des halos extraordinairement grands si le soleil n'eût pas été hors de leur centre. L'arc supérieur descendit lentement du zénith vers l'horizon du nord, puis il disparut. Les arcs étaient orientés dans la direction ordinaire des arcs auroraux; leurs sommets se trouvaient dans la direction du sud magnétique.»

Voici encore une observation, celle du 2 février: «A 9^h du matin, des bandes nuageuses éclairées par la lune et ressemblant à des bandes aurorales s'étendent à l'ouest en dépassant le zénith vers l'est. Les étoiles brillent à travers les bandes comme à travers une aurore. Entre 9^h5^m et 9^h10^m, mouvement oscillant comme celui d'une aurore boréale. L'ensemble du phénomène se condense lentement; le tout est transformé en nuages à 10^h.»

Weyprecht cite encore plusieurs observations semblables; mais malgré toutes ces analogies il est pourtant d'avis qu'on ne doit pas attacher importance à ce fait que les nuages peuvent prendre la même forme qu'une aurore; l'un et l'autre phénomène sont changeants quant à la forme, il n'y a donc

pas lieu de s'étonner qu'ils prennent quelquefois des formes identiques.

Puisque les aurores ont été plus fréquentes dans les mois d'une grande nébulosité moyenne, Weyprecht en conclut que cependant il y a peut-être réellement une certaine relation entre les nuages et les aurores, de sorte que l'activité aurorale serait favorisée par une grande nébulosité.

Dans son ouvrage contenant les observations sur l'aurore boréale faites au Spitzberg en 1882—83, M. Carlheim-Gyllenskiöld relate aussi plusieurs cas où l'on est resté dans le doute sur la nature vraie des phénomènes observés. «Est-ce donc, peut-on demander», dit M. Carlheim-Gyllenskiöld, «que la lumière aurorale émane des nuages mêmes? Ou enfin n'y a-t-il pas de connexion entre les nuages et l'aurore boréale?» Néanmoins M. Gyllenskiöld en vient à cette conclusion: «Malgré toutes les analogies qui existent entre l'aurore boréale et les nuages ou les brouillards, je ne crois pas qu'il y ait la moindre relation entre ces deux phénomènes essentiellement différents.»

L'expédition allemande qui en 1882—83 était en station à Kingua-Fjord ($\varphi = 70°27'$, $\lambda = -26°12'$) a souvent observé que l'aurore boréale était suivie d'une formation de cirrus. La même observation a été faite par plusieurs autres observateurs des phénomènes auroraux. Ainsi, M. Vedel, membre de l'expédition danoise qui sous la direction de M. Ryder en 1891—92 hivernait à Scoresby-Sound, a fait plusieurs observations semblables. Une fois, à l'extinction d'une grande aurore, le ciel, qui avant l'apparition était serein, se couvrit de petits nuages semblables à des flocons de cirrus occupant précisément les mêmes points où les arcs auroraux étaient apparus. Hors de la partie qui avait été couverte par l'aurore, le ciel restait parfaitement serein.

Je serais entraîné trop loin, si je parlais de tous les faits relevés par des observateurs habiles et qui révèlent les ressemblances entre l'aurore et les nuages. Avant de donner les impressions que j'ai reçues moi-même de ces analogies, je vais

encore pourtant citer les observations suivantes parce qu'elles ont été faites par M. Hildebrandson, bien connu par ses profondes études sur les nuages. M. Hildebrandson a donné la description que voici de quelques phénomènes qu'il a classés comme nuages, mais qui, à mon avis, ont été de vraies aurores boréales [1]):

«Le 27 sept. 1880 à $6^h 24^m$, à Upsal, des bandes de cirrus déliées et ayant une couleur gris-blanchâtre s'étendaient du N.E. au S.W. en se condensant lentement vers le N.W. Une telle bande s'étendait justement à travers Capella et Polaris. Cette bande montra dans l'intensité de sa lueur des variations rapides. Quelquefois elle s'affaiblissait jusqu'à disparaître pour, un moment après, apparaître très nettement dessinée sur le ciel. La bande voisine qui était située au S.E. présenta les mêmes fluctuations dans l'intensité de sa lueur, fluctuations qui pourtant étaient moins prononcées. Les périodes n'étaient pas de même durée; quelquefois l'intensité de la lumière restait presque constante pendant plusieurs minutes, parfois l'intensité était très variable pendant quelques secondes. Le phénomène fut visible pendant une demi-heure durant laquelle l'ensemble se mouvait vers le S.E.» M. Hildebrandson pense que les variations de l'intensité de la lumière étaient produites par des décharges électriques. Le même phénomène fut observé simultanément par M. Finemann.

Nous citerons encore une autre observation. A Upsal, le 24 novembre 1894, à 5^h du soir, MM. Hildebrandson et Westman ont observé sur un ciel parfaitement serein une strie nuageuse ayant une longueur de quelques degrés et qui émettait une assez forte lumière. Pendant que M. Hildebrandson allait chercher un spectroscope, M. Westman vit le nuage disparaître subitement. M. Hildebrandson pense que la lueur de ce nuage provenait des rayons du soleil et

[1]) Meteorologische Zeitschrift. Années 1880, p. 451, et 1895, p. 71.

cherche à expliquer la disparition subite par le coucher du soleil au-dessous de l'horizon où se trouvait le nuage. D'après cette explication le nuage aurait été suspendu à une altitude de 138 km. M. Hildebrandson parle aussi d'un nuage semblable qui a été observé le 19 décembre 1892 au-dessus de la mer du Nord et dont la hauteur selon M. Mohn était de 132 km. M. Hildebrandson dit que pour le moment il n'est pas possible d'expliquer la nature de tels nuages.

Pour moi, je pense que ces nuages lumineux étaient des aurores boréales couvertes par une couche nuageuse produite par l'activité même de l'aurore.

Je vais maintenant décrire quelques observations que j'ai faites moi-même et rappeler les impressions que m'ont faites ces phénomènes.

Ainsi je me souviens que pendant mon séjour en Groenland j'ai observé au crépuscule un phénomène que d'abord j'ai pris pour un nuage dont la forme attirait mon attention. Le phénomène avait la forme d'une draperie nuageuse illuminée par la clarté du crépuscule. Mais ce qui surtout excita mon intérêt c'était le mouvement singulier du phénomène. Cette draperie nuageuse cheminait avec une grande vitesse dans la direction du méridien magnétique. Le phénomène se rapprocha et sa nature vraie me fut révélée par le mouvement ondulatoire qui caractérise les aurores boréales. En passant au zénith il ressemblait à une strie claire et oscillante. A la nuit tombante je reconnus la lueur propre du phénomène. Le tout me fit l'effet d'un nuage dans lequel s'était cachée une aurore boréale, ainsi que je le dis alors aux autres membres de l'expédition. Il était impossible de nier et la nature nuageuse et la nature aurorale de ce singulier phénomène.

Le clair de lune produisant une illumination beaucoup plus grande que la lueur aurorale, je pensais d'abord qu'il serait impossible de voir les aurores quand la pleine lune était au-dessus de l'horizon. On sait qu'il n'en est pas ainsi. Mais ce

qui me frappa ce fut l'aspect particulier sous lequel l'aurore boréale se présenta en pareilles circonstances. Les aurores ressemblaient à des formations nuageuses qui n'étaient visibles que par la lumière reflétée du clair de lune. Les draperies ressemblaient à des voiles de brouillard légers et blancs flottant dans l'air. Par le clair de lune il était souvent absolument impossible de discerner une strie de nuage d'une bande aurorale; et en effet, dire que, par le clair de lune, nous avons très souvent vu des nuages ayant la forme et le mouvement d'une aurore boréale, sans que la lueur propre de ce phénomène, c'est-à-dire l'aurore elle-même, nous fût visible, c'est répéter exactement ce qu'on a vu et ce qu'on a pu voir dans ces circonstances.

Je dirai maintenant quelques mots d'une autre particularité dans l'apparence de l'aurore. Par une nuit obscure et par un ciel serein je me suis souvent étonné de l'apparence sombre d'une aurore. Pendant qu'une portion d'une bande resplendissait, on pouvait à peine distinguer la lueur propre de l'autre partie de l'aurore. J'ai souvent vu toute une bande aurorale se détacher presque en sombre sur un ciel étoilé; à peine pouvait-on reconnaître la lueur propre du phénomène. Une telle aurore presque obscure peut subitement devenir resplendissante, mais cette variation brusque dans l'intensité est toujours liée à une ondulation ou à un autre mouvement.

Je dirai encore quelques mots des formes d'aurores dites nuageuses ou nébuleuses. On sait qu'une aurore faible se présente souvent sur le ciel comme une clarté semblable à l'aube du jour. Ces lueurs peuvent occuper une grande étendue du ciel. Mais souvent une aurore faible se montre aussi comme de petites taches lumineuses répandues sur un ciel qui semble être couvert d'un léger voile brumeux. On voit quelquefois aussi l'aurore sous forme d'un assez grand nuage isolé et très lumineux. A Godthaab j'ai vu souvent les grandes aurores s'élever de l'horizon au S.E. sous l'aspect d'une série d'arcs parallèles dont la lumière quoique intense semblait être transmise

à travers un milieu nébuleux. Quand ces arcs montaient vers le zénith, leurs intervalles étaient remplis comme d'une brume uniforme et luisante. En s'évanouissant, les aurores, surtout les grandes, laissaient souvent comme résidu une espèce de nuage, quelquefois sous forme d'une grande masse de fumée luisante qui disparaissait peu à peu.

Sur ces phénomènes auroraux d'une forme nuageuse ou brumeuse, les savants qui se sont occupés de l'aurore ont émis des opinions différentes. Bravais les considère comme des formes dégénérées de l'aurore. De son côté, M. Wilcke s'exprime en ces termes: «Les arcs s'éteignent ou se dissipent laissant après eux des lueurs palpitantes. Ces phénomènes méritent à peine une explication spéciale. Les couches de vapeur une fois enflammées restent lumineuses jusqu'à ce que l'électricité se soit écoulée; mais à mesure que les vapeurs, chargées d'électricité se confondent avec l'air, les phénomènes deviennent de plus en plus irréguliers.» [1])

M. Loomis croit que «cette vapeur d'aurore boréale est due à une extrême diffusion de la substance dont sont formés les arcs auroraux». [2])

Selon l'opinion de Weyprecht [3]), les aurores dites nébuleuses ou nuageuses consistent en une certaine «matière lumineuse» à laquelle la lueur de l'aurore est intimement liée.

Quant à moi, j'ose prétendre que toutes ces formes nuageuses qui accompagnent l'aurore boréale sont des véritables nuages formés de globules d'eau ou de flocons de glace et qui sont produits par l'activité aurorale; ces nuages ne sont pas lumineux par eux-mêmes, mais seulement illuminés par l'aurore boréale qui les a produits.

---

[1]) Wilcke: Discours sur l'aurore boréale, p. 59.
[2]) Loomis: The aurora borealis, p. 215.
[3]) Weyprecht: Nordlichtbeobachtungen, pp. 21 et 22.

Dans un mémoire présenté à l'Académie [1]) j'ai cherché à montrer que les formes et les mouvements de l'aurore boréale ne permettent pas d'admettre que le phénomène provienne de courants électriques. Après la publication de ce mémoire, M. Angot, dans un traité sur les aurores, a émis l'hypothèse qu'il y a deux espèces d'aurores d'origine différente, savoir des aurores qui selon la théorie d'Edlund proviennent de l'induction unipolaire, et des aurores qui sont dues à des courants d'induction produits par les variations du champ magnétique terrestre [2]). Mais même en négligeant les objections que suscitent les apparences de l'aurore contre l'explication du phénomène par des courants électriques, de tels courants d'une intensité un peu forte ne pourraient être causés par aucune sorte d'induction. D'abord les variations du champ magnétique terrestre qui, selon M. Angot, doivent produire ces courants électriques sont trop faibles pour engendrer des courants ayant pour effet les grands phénomènes de l'aurore; et surtout ces courants d'induction seraient — d'après une loi fondamentale de l'induction — soumis à des forces qui les déplaceraient, de sorte qu'ils seraient anéantis par leur propre mouvement. Or nous ne devons certainement pas supposer dans l'air un obstacle au déplacement de ces courants induits; en effet il n'y a pas dans l'atmosphère de phénomène plus mobile que l'aurore boréale. Mais plus une aurore est mobile, plus sa lumière est intense et plus ses effets magnétiques sont grands.

A la vérité, il me semble bien difficile d'admettre que l'aurore boréale doive son origine à des courants électriques dans l'atmosphère. Il sera donc juste, à mon avis, d'abandonner les théories qui assignent comme origine aux aurores boréales des courants électriques.

---

[1]) Adam Paulsen: Sur la nature et l'origine de l'aurore boréale; Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Danemark, 1894.

[2]) A. Angot: Les aurores polaires, p. 228.

Le plus naturel me semble être de saisir la nature de l'aurore boréale d'après l'impression immédiate que nous produit l'observation de ce phénomène, c'est-à-dire d'y voir un phénomène dû à un rayonnement. Dans des rayons cathodiques ou, si l'on aime mieux, dans les rayons lumineux que peut émettre le pôle négatif d'une machine électrique dans de l'air très raréfié, nous trouvons toutes les qualités qui sont inhérentes aux rayons de l'aurore boréale. On sait que la marche des rayons cathodiques dépend de la direction des lignes de force dans un champ magnétique; les rayons cathodiques sont absorbés par l'air avec production de fluorescence. Les importantes expériences de M. Lenard montrent que l'air rendu fluorescent par des rayons cathodiques est bon conducteur de l'électricité. C'est dans cet effet de l'absorption de ces rayons par l'air qu'il faut, à mon avis, chercher l'explication de l'existence dans l'aurore boréale de courants électriques qui y prennent naissance par des différences de potentiel dans les parties de l'atmosphère qui absorbent les rayons auroraux. On comprend ainsi que les grandes aurores qui apparaissent dans les latitudes moyennes et dont la grandeur est de l'ordre de celle des grands continents de notre globe, doivent toujours être le siège de courants électriques. Dans les pays arctiques, au contraire, beaucoup d'aurores boréales sont des phénomènes locaux; il n'y peut donc naître des courants, sinon momentanément, quand l'aurore est stationnaire, tandis que, selon notre hypothèse, des courants doivent prendre naissance par le mouvement du phénomène, ce qui est aussi d'accord avec les faits. Et enfin, pour revenir à la question qui nous préoccupe, l'absorption des rayons cathodiques dans l'air produit une formation abondante d'ozone. En admettant que les rayons auroraux par leur absorption dans l'atmosphère produisent le même effet, la production de l'ozone par l'aurore boréale doit amener la formation de nuages.

En effet, M. Mascart a constaté que la présence de l'ozone conserve à l'air la faculté de provoquer des buées[1]); on sait encore que surtout l'existence de l'eau oxygénée, qui peut se former par la présence de l'ozone dans de l'air humide, donne des condensations sous forme de brouillards très épais. On pourrait peut-être objecter que dans les hautes régions de l'atmosphère où apparaissent les aurores boréales la température est si basse qu'on doit considérer comme nulle la quantité de vapeur d'eau qui peut s'y trouver réellement. Mais il faut remarquer que, à ces hauteurs, l'air peut être regardé comme absolument exempt de corpuscules en suspension, de sorte qu'il peut renfermer des quantités de vapeur beaucoup plus grandes que celles qui correspondent au point de saturation. On sait en outre que la production d'ozone par voie électrique est fortement favorisée par de basses températures.

Dans cette hypothèse on comprend, à mon avis, facilement la relation intime entre les aurores boréales et les nuages. Quand une aurore faible apparaît dans une atmosphère sèche, la formation de l'ozone n'y peut pas produire de condensations, et la lumière de l'aurore se présente comme une clarté faible mais sereine; c'est cette espèce d'aurore qu'on appelle ordinairement «lueurs faibles sans forme bien définie». Quand, au contraire, l'air, dans les régions où se forme l'aurore, est humide ou sursaturé, l'absorption des rayons auroraux produit un voile nuageux qui couvre le ciel dans toute l'étendue de l'aurore. Les taches lumineuses sous forme de petits nuages ne sont donc que des parties de ce voile de brume plus déliées que les autres et à travers lesquelles l'éclat de l'aurore nous devient visible. La variation dans l'épaisseur de la brume fait donc l'impression de la «palpitation» dans la lumière dont parlent Bravais, M. Carlheim-Gyllenskiöld et autres savants

[1]) Mascart: Traité d'optique. T. III, p. 405; id. Notice sur les Travaux scientifiques, p. 40.

observateurs de l'aurore boréale. On comprend aussi pourquoi ces «masses lumineuses semblables à des cumulus» disparaissent subitement pour reparaître un instant après dans un autre lieu, «croissant rapidement en extension pour disparaître ensuite de nouveau» [1]). J'ai vu quelquefois une faible aurore sous forme de points lumineux palpitants qui donnaient l'impression d'une lueur phosphorescente remplissant le ciel. On comprend qu'un tel phénomène doit apparaître quand le voile brumeux produit par l'aurore est ténu et très uniformément réparti sur le ciel.

En présence de la pleine lune on ne voit donc que le voile nuageux entourant l'aurore qui l'a formé, mais non l'aurore elle-même. Il est donc tout naturel qu'à la clarté de la lune Weyprecht ne sût pas faire la différence entre ce qu'il appelle «Nordlichtdunst», c'est-à-dire brume aurorale, et des nuages ordinaires, parce que ce «Nordlichtdunst» n'est nullement une forme particulière de l'aurore, mais simplement un amas de véritables nuages. Nous comprenons aussi comment des arcs auroraux, en disparaissant le matin devant la clarté du jour, peuvent être remplacés dans le ciel par des bandes de cirrus, et pourquoi des nuages qui se montrent d'abord dans la journée en forme d'arcs auroraux émettent, la nuit suivante, la lueur de l'aurore boréale. Le phénomène qu'on appelle «aurore en forme de panaches de fumée» et qui a été observé par Payer, Weyprecht, Holm et d'autres explorateurs des régions arctiques n'est donc pas une forme particulière de l'aurore, mais seulement une groupe de masses nébuleuses illuminées par l'aurore boréale qui leur a donné naissance.

Pour expliquer le «segment obscur», on a émis des opinions différentes. Beaucoup d'auteurs qui ont écrit sur l'aurore boréale attribuent ce segment à l'effet du contraste, tandis que d'autres admettent l'existence d'une matière spéciale dans le segment. Mais si le segment n'était pas autre chose que la

[1]) Carlheim-Gyllenskiöld: Aurore boréale, p. 141.

partie du ciel limitant le bord inférieur d'un arc auroral, la hauteur de celui-ci devrait croître dans une proportion encore plus grande que la latitude du lieu d'observation. On sait qu'il n'en est pas ainsi. Bravais est tenté de voir dans le segment obscur un amas de brumes ordinaires ou de nuages de stratus qu'on voit souvent près de l'horizon. Mais le bord du segment obscur affecte toujours la forme d'un arc auroral ayant en tous lieux son point culminant à peu près dans le méridien magnétique, ce qui montre que la forme arquée du bord du segment est due à un effet de perspective et que la matière dont est formée le segment doit, comme les arcs auroraux, être suspendue à des hauteurs surpassant de beaucoup celle des nuages ordinaires les plus élevés. Or, si le segment obscur est dû à la présence d'une brume, l'altitude de celle-ci doit être de même ordre que celle de l'aurore.

Si l'hypothèse que j'ai exposée sur la relation entre l'aurore et les nuages est juste, la formation du segment obscure me semble être une conséquence naturelle de l'activité aurorale. Dans les latitudes moyennes la partie principale de l'aurore est toujours située vers l'horizon Nord. La teinte sombre du segment provient et de la masse de brume formée par l'aurore et du chemin que doivent parcourir à travers la brume les rayons visuels. La hauteur pour laquelle la brume nous cache la lumière d'une aurore boréale, quand l'épaisseur de la couche est uniforme, doit donc être à peu près la même à différentes latitudes.

Le «segment obscur» est donc, à mon avis, un phénomène de même nature que la brume dont j'ai parlé plus haut (p. 289) qui se montre comme un produit de l'activité aurorale et dans laquelle les parties plus déliées que les autres affectent la forme de nuages lumineux. Aussi Bravais[1]) a-t-il vu des «plaques aurorales» apparaissant dans le segment obscur; le même ob-

[1]) Voyages en Scandinavie: Aurores boréales, p. 440 et 441.

servateur a quelquefois vu le segment, «au lieu de former une masse compacte et continue», présenter la forme de «cumulus plus ou moins isolés» les uns des autres: «ceux-ci paraissent alors se projeter sur un fond lumineux, et leurs bords peuvent prendre différents degrés d'éclairement.»

Je citerai encore quelques observations[1]) de Siljeström qui me semblent être très dignes d'attention. Dans les «Résultats des observations faites sur les aurores boréales de Bossekop» M. Siljeström remarque qu'il a souvent vu des lueurs brillantes à une très grande hauteur; «si ces mêmes lueurs restaient quelque temps au même endroit du ciel sans descendre jusqu'à l'horizon, il y avait toujours au-dessous d'elles un espace noir sur lequel elles reposaient ou duquel elles paraissaient provenir. Tel était, par exemple, le cas de l'arc peu élevé qui se présentait habituellement à l'horizon Nord, et dont j'ai fait mention plus haut; l'espace situé au-dessous de lui jusqu'à l'horizon formait un segment parfaitement noir, dont l'arc était le bord lumineux.

Les lueurs détachées paraissent aussi émaner de semblables espaces noirs, et souvent je voyais des colonnes de lumière entre deux espaces noirs superposés l'un à l'autre. Quelquefois j'observai des lueurs, entourées de tous côtés de semblables espaces noirs ... D'après l'apparence de ces tâches noires il me paraît évident qu'elles étaient réellement formées de vapeurs fort éloignées, mais très fines, puisque j'observai quelquefois des étoiles au travers d'elles.» Ces observations me semblent aussi rentrer dans l'explication que j'ai donnée sur la formation du segment obscur.

La production de nuages par l'activité aurorale nous rend aussi compte des phénomènes lumineux qui se montrent sous forme de nuances particulières dans la disposition de la lumière

[1]) Voyages en Scandinavie: Aurores boréales, p. 558.

de l'aurore ou comme des ondes lumineuses parcourant les bandes et les draperies.

L'aurore paraît souvent, dans les pays arctiques, sous forme d'une draperie ondulante, ce qui lui donne l'apparence d'un drapeau agité par le vent. Dans une telle forme d'aurore, la disposition de la lumière fait l'impression de plis verticaux en relief fortement luisants séparés par des plis en creux d'une lumière sombre. Quand une draperie se plisse, les parties situées en arrière paraissent toujours dans une lumière plus sombre, de sorte qu'on reçoit l'impression qu'elles sont ombragées par la partie tournée vers l'observateur [1]). Cette impression de relief et de creux n'est pas une illusion d'optique, car la lumière des parties les plus éloignées de l'observateur paraît toujours plus sombre que celle des parties les plus rapprochées. Les nuances lumineuses ne peuvent pas être expliquées par une différence d'éloignement, puisque la clarté apparente d'un objet doit être indépendante de la distance s'il n'y a pas d'absorption par le milieu intermédiaire. Elles ne peuvent pas non plus provenir d'une disposition différente de l'intensité vraie de la lumière; car imaginons deux observateurs, l'un placé au nord et l'autre au sud d'une draperie; l'observateur au nord verra resplendir dans la plus grande intensité les mêmes parties du phénomène que l'autre verra dans une lumière sombre, et *vice versa*. La seule explication possible est que la lumière des parties en creux est atténuée par l'interposition d'un milieu sombre. Les nuances dans la lumière d'une draperie sont donc une conséquence nécessaire de la production de nuages. En effet quand la draperie ondule, les plis se mouvant vers l'observateur sortent de leur couche nuageuse et l'aurore nous apparaît dans toute sa nudité splendide, tandis que les plis en creux sont obscurcis par la brume dans laquelle ils se retirent.

---

[1]) Ces nuances de lumière sont très bien représentées dans les beaux dessins de Bravais. Voir: Voyages en Scandinavie, etc.; Atlas de physique.

Dans les bandes aurorales on aperçoit souvent un mouvement de lumière auquel on a donné le nom d'«ondes lumineuses». Ces ondes lumineuses apparaissent comme des parties plus lumineuses que les autres, parcourant une bande généralement dans toute sa longueur. La direction du mouvement peut être de l'est à l'ouest ou inversement; on n'a pas trouvé de direction préférée par ces ondes. Quand une bande est parcourue par une onde lumineuse, elle est toujours en mouvement; les bords semblent prendre un mouvement bondissant quand ils sont frappés par l'onde. Si la bande est composée de rayons, l'onde, en les frappant, semble faire abaisser ou remonter les rayons, ce qu'on exprime en disant que les rayons «jouent» ou «dansent». «La vitesse et l'intensité des ondes dépendent de la forme et de l'intensité lumineuse de la bande. Dans un mouvement lent de la bande, les ondes lumineuses sont à peine visibles, le tout a donc un cachet d'immobilité» [1]).

Pour expliquer ce phénomène de mouvement lumineux dans les bandes, on a émis des opinions différentes. MM. Wilcke et Carlheim-Gyllenskiöld [2]) voient dans ces ondes des éclairs faibles ou des décharges électriques entre les différentes parties de l'aurore. Mais quelque idée qu'on se fasse de la nature de l'aurore boréale, il me semble très difficile de considérer ces mouvements de lumière comme l'effet de décharges électriques. Ces ondes n'ont point de ressemblance avec des étincelles électriques ou des éclairs. Leur vitesse n'est pas tellement grande qu'on ne puisse suivre des yeux le mouvement; et encore ne se présentent-elles que comme des parties, souvent assez grandes, de l'aurore, d'une lueur plus brillante que celle des autres, mais non pas sous l'apparence bien connue d'une étincelle électrique. Même au cas où des décharges électriques auraient lieu dans une bande aurorale, celle-ci de-

[1]) Voir: Weyprecht, Nordlichtbeobachtungen, pp. 5 et 6.
[2]) Carlheim-Gyllenskiöld: Aurores boréales, p. 139.

vrait être composée de parties conductrices séparées par des parties isolantes, ce qu'on n'a pas le droit de supposer.

Weyprecht admet que les ondes lumineuses proviennent d'un mouvement de la «matière lumineuse» qui selon lui est intimement liée à la lumière de l'aurore, et qui ferait luire d'une intensité particulière les parties de l'aurore qu'elle frappe [1]). Bravais [2]) et M. Loomis sont aussi de l'opinion que les arcs auroraux sont formés d'une certaine «substance».

Mais, à mon avis, il serait difficile d'admettre pour l'apparition des aurores une matière particulière. La pénétration réciproque des gaz et les vents empêcheraient l'isolement de cette matière dans l'atmosphère, et comment comprendre la qualité particulière qu'aurait cette matière de pouvoir courir le long des bandes aurorales, qui certainement ne pourraient pas résister à leur entraînement par le vent?

Les «ondes lumineuses» qui semblent parcourir les bandes s'expliquent, à mon avis, tout naturellement par la couche nuageuse que produit l'aurore. Remarquons d'abord que de telles «ondes», comme le remarque aussi Weyprecht, n'apparaissent que quand l'aurore est en mouvement. Dans une bande aurorale non agitée, quelques parties apparaissent souvent avec un éclat très brillant, tandis que d'autres sont sombres jusqu'à disparaître. Les parties brillantes proviennent, d'après notre hypothèse, des déchirures dans la couche nuageuse à travers lesquelles nous voyons l'aurore, tandis que les autres parties de la bande sont plus ou moins cachées par les nuages. Quand donc une bande se met en mouvement, on en voit, à travers la déchirure, les différentes parties resplendissantes dans toute l'intensité de leur lumière, ce qui donne l'illusion d'une onde lumineuse parcourant la bande. Par le mouvement ondulant de la bande, la partie du bord qu'on voit à travers la

---

[1]) Weyprecht: Nordlichtbeobachtungen, p. 21.
[2]) Bravais: Voyages en Scandinavie; Aurores boréales, p. 519.

déchirure semble être dans un état alternatif de descente et de montée; il semble donc que les endroits de la bande qui sont frappés par «l'onde» prennent un mouvement bondissant.

D'après notre hypothèse, l'intensité vraie d'une aurore boréale est uniquement déterminée par le nombre des rayons qui sont absorbés par l'atmosphère. Quand donc l'intensité d'une bande croît, on voit la bande s'élargir et elle semble émettre des rayons; c'est là la seule preuve sûre d'un accroissement réel de l'intensité. En même temps que s'accroît le nombre des rayons absorbés, croît aussi l'intensité vraie de la lumière; mais il se peut que la lumière soit assombrie par la production de nuages. Ni l'intensité apparente de la lumière d'une aurore boréale ni ses effets magnétiques ne peuvent donc servir à mesurer l'intensité vraie du phénomène. Quand une aurore intense reste quelque temps sensiblement immobile, si l'air est assez humide, elle se cache dans sa couche nuageuse; voilà, à mon avis, pourquoi, comme le remarque Weyprecht, «les aurores sensiblement immobiles et d'une lumière brumeuse n'ont sur la position de l'aiguille aimantée aucun effet sensible.»

Nous venons de voir le rôle que joue l'humidité de l'air dans les apparences de l'aurore boréale et nous avons vu que, d'après notre hypothèse, toutes les formes d'un caractère nuageux ne sont que des phénomènes accidentels sans rapport avec la forme vraie de l'aurore, qui dépend seulement de la distribution et de l'intensité des rayons qui par leur absorption dans l'atmosphère produisent les phénomènes auroraux.

L'apparence la plus caractéristique de l'aurore boréale, celle qui a servi de base à notre hypothèse, c'est la structure rayonnante du phénomène. L'expérience montre que les rayons de l'aurore suivent les lignes de force du champ magnétique terrestre. D'après notre hypothèse, les arcs, les bandes et tous les phénomènes qui peuvent émettre ce que nous appelons des

rayons, proviennent de l'absorption d'un rayonnement dirigé suivant les lignes de force du champ terrestre.

Mais il y a une autre apparence aurorale dans laquelle on ne peut pas reconnaître une structure rayonnante: c'est la forme dite «lueurs vagues sans forme bien définie».

Cette forme de l'aurore se présente comme une lueur blanchâtre d'une intensité très variable: souvent à peine visible, elle peut quelquefois atteindre l'intensité de l'illumination du ciel par l'aube du jour quand le soleil n'est que de quelques degrés au-dessous de l'horizon. Cette variété d'aurore boréale n'émet jamais de rayons, et quelque grande que soit son intensité, on ne peut jamais y reconnaître la moindre trace de rayons.

Le fait que les rayons de l'aurore boréale prennent la direction des lignes de force du champ terrestre montre que l'action du champ sur les rayons est nulle dans ladite direction et que par conséquent cette action doit avoir son maximum pour un rayon émis tangentiellement à une surface de niveau.

Imaginons maintenant un rayon cathodique lancé dans la direction des lignes de force d'un champ magnétique homogène. A cause de la symétrie le rayon n'est pas dévié par l'action du champ. Imaginons encore un rayon cathodique dont la direction initiale est située dans une surface de niveau qui, dans le cas que nous considérons, est un plan. L'action du champ n'ayant pas de composante dans la direction des lignes de force, le rayon continuera de se mouvoir dans le plan de niveau en se courbant à droite ou à gauche selon la direction des lignes de force. Or, puisque nous avons supposé que le champ est homogène, le rayon va décrire une ligne ayant en tous ses points la même courbure; la trace du rayon sera donc un cercle qui passe par le point d'émission du rayon. Il est évident que la courbure de ce chemin circulaire doit croître avec l'intensité du champ et dépendre de la vitesse de propagation du rayon cathodique, de sorte que plus cette vitesse est

grande, plus le rayon de courbure l'est aussi. Supposons que l'action du champ soit telle que dans le même temps infiniment petit dt le rayon cathodique s'éloigne toujours d'une même quantité de la tangente correspondant au commencement du temps dt, il s'ensuit que les rayons des trajectoires circulaires doivent être proportionnels au carré de la vitesse avec laquelle se propagent les rayons cathodiques.

Considérons maintenant un rayon cathodique émis dans une direction qui fait avec les lignes de force un angle qui n'est pas droit. Décomposons la vitesse initiale en deux composantes: l'une parallèle aux lignes de force, et l'autre suivant une direction qui leur est perpendiculaire et qui par conséquent est située dans un plan de niveau. La projection du mouvement dans un plan de niveau étant un cercle, la trajectoire doit être une hélice dont l'axe coïncide avec la direction des lignes de force. Quand donc un point émet des rayons cathodiques, les rayons dont les directions initiales font des angles très petits avec les lignes de force se propageront le long de ces lignes qu'ils contourneront en hélice. De tels rayons peuvent donc parcourir un long chemin dans le sens des lignes de force avant que leur énergie soit absorbée par l'air. Quant aux rayons dont les directions initiales font de plus grands angles avec les lignes de force, ils se propageront aussi en hélice; mais puisque ces courbes sont appliquées sur la surface de cylindres ayant de grands diamètres, l'énergie de ces rayons est déjà absorbée dans les régions supérieures de l'air. Si notre supposition sur la relation entre la vitesse de propagation dans un plan de niveau et la courbure des rayons cathodiques émis dans ce plan est légitime, ce sont seulement les rayons dont la direction initiale coïncide sensiblement avec le sens des lignes de force qui se propageront le long de ces lignes.

Ces considérations sont justifiées par les belles expériences

de M. Hittorf[1]) sur l'action de l'aimant sur les rayons cathodiques (Glimmlicht). M. Hittorf s'est servi d'une cathode linéaire isolée dans toute sa longueur excepté à l'extrémité. Le tube de verre à air raréfié pour la production des rayons cathodiques était placé sur le pôle d'un électro-aimant. Quand l'axe de la cathode était parallèle à la surface polaire, les rayons cathodiques émis dans le sens de l'axe se courbaient, par une aimantation suffisamment forte, en un anneau circulaire dont le plan était perpendiculaire à la direction des lignes de force. De chaque côté de ce cercle les rayons divergents entouraient les lignes de force en spirales, de sorte qu'il se formait un cône lumineux dont les coupes transversales diminuaient vers le pôle à cause de l'accroissement de l'intensité du champ magnétique. Si la cathode était placée de la même manière par rapport aux lignes de force, mais entre deux pôles de même force et de noms contraires, l'anneau circulaire se formait aussi, mais les rayons divergents entouraient les lignes de force en hélices appliquées sur des surfaces cylindriques.

En plaçant le tube de sorte que l'axe de la cathode fût perpendiculaire à la surface polaire, si l'électro-aimant n'était pas aimanté, les rayons se propageaient en cône pour former sur la paroi du tube une tache phosphorescente circulaire et assez grande. En faisant circuler un courant dans les spires de l'électro-aimant, les rayons émis dans le sens des lignes de force conservaient leur direction, tandis que les rayons divergents se courbaient en spirale autour desdites lignes, et que le diamètre du cercle fluorescent diminuait. Une forte aimantation réduisait presque à un point le cercle fluorescent.

Quand donc des molécules électrisées négativement viennent dans les régions supérieures de l'atmosphère émettre un flux de rayons cathodiques, l'énergie de la plus grande partie de ces rayons est absorbée dans les couches les plus hautes de

[1]) Pogg. Ann. T. CXXXVI, pp. 213—222.

l'air. En se propageant en hélices appliquées sur des surfaces cylindriques de diamètres différents mais toujours assez grands, les trajectoires des rayons, qui sont émis des différents points de rayonnement, s'entrelacent et s'entre-croisent dans tous les sens pour former une toile ou un tissu de rayons dont l'absorption produit cette lumière blanchâtre et uniforme qui est connue sous le nom de «lueurs vagues sans forme bien définie».

Ce sont seulement les rayons lancés dans la direction des lignes de force ou qui font avec ces lignes des angles très petits, qui se détachent du tissu formé par les autres rayons pour se propager le long de ces lignes et produire le phénomène dit «rayon d'aurore boréale». Un tel rayon est donc, d'après notre hypothèse, composé d'un faisceau cylindrique de rayons cathodiques dont l'axe est formé par des rayons qui suivent exactement la direction de lignes de force du champ terrestre, tandis que les rayons cathodiques extérieurs se tordent autour des rayons centraux comme les torons autour de l'axe d'une corde.

La position presque verticale des lignes de force du champ terrestre dans les pays arctiques fait que les aurores boréales qui apparaissent dans ces contrées peuvent descendre jusqu'à des hauteurs peu considérables au-dessus du sol, tandis que, dans les latitudes basses où les lignes de force sont peu inclinées vers l'horizon, toute l'énergie des rayons auroraux est absorbée dans les hautes régions de l'atmosphère.

D'après notre hypothèse, l'apparence la plus générale sous laquelle se présente l'aurore doit donc être celle de «lueurs vagues sans forme bien définie». L'expérience montre aussi que cette forme d'aurore boréale apparaît en général sur une grande étendue du ciel et qu'elle accompagne toujours toutes les autres formes de l'aurore. Les arcs, les draperies et les bandes ne se projettent jamais sur un ciel parfaitement noir. Dans les latitudes basses une aurore boréale se présente en général

comme un arc lumineux bordant un segment obscur qui est situé vers le nord de l'horizon; mais au-dessus de ce bord lumineux on observe toujours une lueur blanchâtre qui s'efface vers le zénith, et qui persiste quand l'arc a cessé de darder ses rayons. Durant mon séjour au Groenland j'ai souvent remarqué une clarté particulière apparaissant pendant la nuit, en plein hiver et à des heures où l'influence du clair de lune était complètement écartée. Les nuits étaient tellement pleines de cette clarté qu'on distinguait de petits détails à des distances relativement considérables. Ainsi l'observateur voyait distinctement, sur une montagne distante d'environ 20 kilomètres, non seulement les endroits couverts de neige, mais encore ceux où il n'y en avait pas. La lueur en question formait un contraste frappant avec les ténèbres de la nuit telles qu'on les a sous de faibles latitudes. On sait en outre que de telles lueurs ont aussi été observées quelquefois dans les latitudes moyennes.

La lumière de l'aurore boréale étant essentiellement monochromatique, on peut par un spectroscope convenablement construit constater la présence d'une lueur aurorale trop faible pour être observée à l'œil nu. On sait que, d'après les observations de M. Wright[1]), la ligne jaune-verdâtre de l'aurore boréale qu'on a trouvée dans le spectre de la lumière zodiacale est due à une lueur atmosphérique, et qu'on a souvent constaté à l'aide du spectroscope que le ciel émet la lueur de l'aurore boréale même entre les tropiques. «On peut en effet», comme le remarque M. Vogel[2]), «très souvent voir la ligne de l'aurore boréale sur presque tous les points du ciel.»

D'après notre hypothèse, c'est donc l'action du champ magnétique terrestre qui dispose l'aurore boréale sous forme de rayons, de draperies, de bandes et d'arcs. Si la terre n'était

---

[1]) A. W. Wright: Sur le spectre de la lumière zodiacale. The American Journal of science and arts. 3e série, t. VIII, p. 39.

[2]) Newcomb-Engelmanns populäre Astronomie; herausgegeben von Dr H. C. Vogel, p. 464.

pas entourée d'un champ magnétique, la lueur de l'aurore boréale, provenant d'une absorption de rayons dispersés, ne se montrerait que comme une illumination uniforme du ciel dont on aurait grand'peine à constater la structure rayonnante et qui dans un air humide nous serait plus ou moins cachée par le voile brumeux qu'elle produirait et à travers lequel l'aurore se présenterait sous forme de nuages lumineux.

Note sur le calcul de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann.

Par

J.-P. Gram.

(Présenté dans la séance du 17 mai 1895.)

La fonction $\zeta(s)$ de Riemann a dans ces dernières années beaucoup attiré l'attention des géomètres, non seulement à cause de l'application qu'on en a faite au problème des nombres premiers, mais aussi parce qu'elle est étroitement liée à diverses autres fonctions transcendantes et parce qu'elle fournit un nouvel exemple de l'application de la théorie moderne des fonctions analytiques.

Comme on le sait, cette fonction se présente tout d'abord sous la forme

$$\zeta(s) = \sum_1^\infty n^{-s}$$

ou

$$\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} dx.$$

L'une et l'autre de ces expressions n'est valable que si la partie réelle de la variable complexe s est plus grande que 1.

Riemann est le premier qui ait reconnu le vrai caractère de la fonction en question, et il a donné une définition générale qui permet de montrer que $\zeta(s)$ est une fonction méromorphe

ayant le seul pôle $s = 1$. C'est à présent un fait bien connu qu'elle peut être représentée par une expression de la forme

$$\zeta(s) = \frac{1}{s-1} + P(s),$$

où $P(s)$ désigne une série entière, convergente dans tout le plan.

On sait également corriger les définitions incomplètes de la fonction tant par la série $\sum_1^\infty n^{-s}$ que par l'intégrale définie $\frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} dx$, de manière qu'elles puissent être appliquées aux régions du plan autres que celles qui sont situées à droite de la ligne représentée par $s = 1$.

Je me bornerai seulement à citer la formule suivante

$$\sum_1^n n^{-s} = \zeta(s) + \frac{n^{1-s}}{1-s} + \frac{1}{2} n^{-s} - \frac{s}{2!} B_1 n^{-s-1} + \frac{s(s+1)(s+2)}{4!} B_3 n^{-s-3} + \ldots,$$

qui, s étant supposé réel, donne la valeur de $\zeta(s)$, en général, au moyen d'une série semi-convergente. Si toutefois s est égal à un nombre entier négatif ou si l'on fait $n = \infty$, la série se réduit à un nombre fini de termes. On obtient ainsi, pour les valeurs de s dont la partie réelle est positive, l'expression

$$\zeta(s) = \lim_{n=\infty} \left(\sum_1^n n^{-s} - \frac{n^{1-s}}{1-s} \right).$$

Cette formule, trouvée avec une légère modification par M. Pilz et un peu plus tard retrouvée indépendamment par MM. Stieltjes et J. L. W. V. Jensen, a été appliquée par ce dernier auteur au calcul des coefficients de la série

$$s\,\zeta(1-s) = c_0 + c_1 s + c_2 s + \ldots$$

Rappelons encore que Riemann lui-même a démontré que, si l'on pose

$$\Gamma\left(1 + \frac{s}{2}\right) \pi^{-\frac{s}{2}} (s-1)\,\zeta(s) = F\left(s - \frac{1}{2}\right),$$

on obtient une nouvelle fonction analytique qui est holomorphe dans tout le plan et qui en outre est une fonction paire de

$(s-\frac{1}{2})$. En posant $s-\frac{1}{2}=ti$, Riemann représente cette fonction par $\xi(t)$.

Sur la fonction $\xi(t)$ Riemann indique sans démonstration deux théorèmes importants.

Le premier de ces théorèmes, qui énonce que la fonction $\xi(t)$ considérée comme fonction de t^2 est du genre zéro et que $\xi(t)$ par conséquent peut être représentée par un produit de facteurs primaires de la forme $k\cdot\left(1-\frac{t^2}{\alpha^2}\right)$, a été démontré par M. Hadamard. Le second théorème, consistant en ce que toutes les quantités α, racines de l'équation transcendante $\xi(t)=0$, sont réelles, est resté jusqu'ici sans démonstration.

La théorie générale des fonctions ζ et ξ est donc encore assez incomplète. On ne possède notamment, pour les coefficients des séries en question, aucune expression assez simple pour qu'on puisse calculer sans difficulté la valeur numérique d'une de ces fonctions pour une valeur donnée de l'argument. Et en ce qui concerne les racines α, on sait seulement que la plus petite d'entre elles surpasse 12 (Mangoldt). Feu M. Stieltjes est, à ma connaissance, le seul auteur qui ait entrepris le calcul numérique de ces racines; dans une lettre de 1887, il me dit qu'il a trouvé la valeur de α_1 égale à environ 14·5.

Mais plus la théorie générale reste en défaut, plus les résultats d'un calcul numérique auront d'importance, non seulement à cause des renseignements qu'ils donnent sur les variations que peuvent subir les fonctions en question, mais aussi parce qu'il peut arriver que le calcul numérique fournisse un guide utile pour les considérations théoriques.

Néanmoins, aucun des auteurs qui se sont occupés de la fonction ζ ne semble avoir eu le courage de continuer et de compléter les calculs de MM. Jensen et Stieltjes. Cela ne peut étonner personne, car pour arriver à une determination, qui ait quelque valeur, des premières racines α, il faut faire le calcul des coefficients de la série $P(s)$ avec une très

grande exactitude, et les calculs nécessaires pour arriver au but sont alors très longs et très fatigants. Il faut par exemple avoir les puissances des logarithmes naturels avec environ 20 décimales.

Rebuté par ces difficultés, j'ai cherché une autre voie pour calculer les premiers α, et quoique mes calculs sur ce point exigent encore un complément, j'ai néanmoins réussi à obtenir quelques résultats qui ont assez d'intérêt pour que je désire les publier dès à présent. Tout en me réservant de donner plus tard des renseignements plus complets, je me borne ici à quelques indications sommaires.

D'après les théorèmes de Riemann sur la fonction $\xi(t)$, on peut, pour les petites valeurs de t, développer $\log \xi(t)$ en une série de la forme

$$\log \xi(t) = a_0 - \frac{t^2}{1} \Sigma \frac{1}{\alpha^2} - \frac{t^4}{2} \Sigma \frac{1}{\alpha^4} - \frac{t^6}{3} \Sigma \frac{1}{\alpha^6} - \ldots$$

Les coefficients de cette série pourront, s'ils sont connus, servir à la détermination des α. Afin d'obtenir ces coefficients, j'ai calculé directement $\log \xi(it)$ pour $t = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots \frac{29}{2}$, avec 20 décimales, en partie au moyen des valeurs de $\zeta(s)$ données avec 30 décimales par Stieltjes (*Acta Mathematica*, t. X). En outre je possède la valeur de $\zeta(\frac{1}{2})$ avec 26 décimales d'après une communication de Stieltjes. J'ai vérifié le résultat donné par cet auteur et trouvé moi-même:

$$\zeta(\tfrac{1}{2}) = -1{\cdot}4603'5450''8809'''5868^{IV}1288^{V}9499^{VI}1525^{VII}125\ ^{1}).$$

Cela me permet de calculer directement $\log \xi(0) = a_0$.

On peut alors former les valeurs de

$$\frac{\log \xi(it) - \log \xi(0)}{t^2} = a_1 + a_2 t^2 + a_3 t^4 + \ldots$$

et déterminer la valeur numérique de a_1 par interpolation: le calcul est facilité par cette circonstance que la fonction

---

[1]) Les indices ont pour but de mieux marquer l'ordre des différentes unités.

considérée est paire. Une fois a_1 trouvé, on peut continuer par le même procédé à déterminer successivement les coefficients suivants de la série qui représente $\log \xi(it)$. La série ainsi obtenue pour $\log \xi(t)$ se trouve ci-dessous avec 16 décimales.

$\log_e \xi(t) =$		$\xi(t) : \xi(0) = 1$
$- 0{\cdot}6989'2226''7945'''3314^{IV}$		$- 0{\cdot}0231'0499''3115'''4190^{IV}t^2$
$- 231'0499''3115'''4190^{IV}t^2$	$+$	$2'4833''4053'''7892^{IV}t^4$
$- 1858''6299'''6426^{IV}t^4$	$-$	$167''4352'''6280^{IV}t^6$
$- 4''8057'''9771^{IV}t^6$	$+$	$8030'''6974^{IV}t^8$
$- 165'''7579^{IV}t^8$	$-$	$29'''4014^{IV}t^{10}$
$- 6427^{IV}t^{10}$	$+$	$860^{IV}t^{12}$
$- 26^{IV}t^{12}$	$-$	$2^{IV}t^{14}$

De $\log \xi(it)$ on peut remonter à $\xi(it)$ lui-même; je donne dans le tableau précédent l'expression de $\frac{\xi(t)}{\xi(0)}$ en remarquant que

$$\xi(0) = 0{\cdot}4971'2077''8188'''3141^{IV}.$$

Remplaçant it par $s - \frac{1}{2}$, je possède donc le développement de

$$\log \Gamma\left(1 + \frac{s}{2}\right) - \frac{s}{2} \log \pi + \log (s-1)\, \zeta(s)$$

suivant les puissances de $(s - \frac{1}{2})$; d'où l'on peut facilement déduire le développement suivant les puissances de s ou de $(s-1)$.

En faisant $s = 1 + z$ et en calculant les coefficients du développement de $\log \Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{z}{2}\right)$, on trouve ensuite la série représentant $\log z\zeta(1+z)$, et de cette série on déduit finalement celle qui représente $z\zeta(1+z)$ elle-même. Les coefficients de cette dernière étant, au signe près, les mêmes que ceux de la série $s\zeta(1-s)$, on est ainsi parvenu à vérifier les valeurs antérieurement calculées par M. Jensen avec 8 décimales, valeurs qui se sont trouvées exactes.

$\log_e \Gamma\left(1+\frac{s}{2}\right)\pi^{-\frac{s}{2}}(s-1)\zeta(s) =$	$z\,\zeta(1+z) = 1$
$-\ 0{\cdot}6931'4718''0559'''9453^{IV}$	$+0{\cdot}5772'1566''4901'''5329^{IV}z$
$-\ 230'9570''8966'''1210^{IV}s$	$+\ 728'1584''5483'''6767^{IV}z^2$
$+\ 230'7715''8647'''9023^{IV}s^2$	$-\ 48'4518''1596'''4361^{IV}z^3$
$+\ 3705''2743'''8174^{IV}s^3$	$-\ 3'4230''5736'''7172^{IV}z^4$
$-\ 1840''6805'''3155^{IV}s^4$	$+\ 9689''0419'''3944^{IV}z^5$
$-\ 14''3018'''6711^{IV}s^5$	$-\ 661''1031'''8108^{IV}z^6$
$+\ 4''6906'''0695^{IV}s^6$	$-\ 33''1624'''0909^{IV}z^7$
$+\ 653'''4559^{IV}s^7$	$+\ 10''4620'''9459^{IV}z^8$
$-\ 158'''6084^{IV}s^8$	$-\ 8733'''2181^{IV}z^9$
$-\ 3'''1416^{IV}s^9$	$+\ 94'''7827^{IV}z^{10}$
$+\ 5997^{IV}s^{10}$	$+\ 56'''5842^{IV}z^{11}$
$+\ 154^{IV}s^{11}$	$-\ 6'''7687^{IV}z^{12}$
$-\ 24^{IV}s^{12}$	$+\ 3492^{IV}z^{13}$
$-\ 1^{IV}s^{13}$	$+\ 44^{IV}z^{14}$
	$-\ 24^{IV}z^{15}$
	$+\ 2^{IV}z^{16}$

Mes calculs ont, pour la plus grande partie, été faits avec 20 décimales. Les vérifications que j'ai pu faire m'ayant montré qu'on ne peut pas avoir confiance dans les derniers chiffres, j'ai rejeté toutes les décimales qui viennent après la 16ième. J'ai lieu de croire que mes résultats sont exacts au moins jusqu'au 15ième chiffre inclusivement; mais pour être tout à fait certain de ce point, il faudrait recalculer quelques-uns des coefficients, particulièrement les premiers, d'après une méthode tout à fait différente. J'espère avoir l'occasion d'achever aussi ce calcul et parvenir à donner les coefficients avec assez d'exactitude pour qu'on puisse déterminer au moins les trois ou quatre premiers α à une unité près. Les valeurs que donnent actuellement mes calculs sont les suivantes:

$$\alpha_1 = 14{\cdot}135,\quad \alpha_2 = 20{\cdot}82,\quad \alpha_3 = 25{\cdot}1.$$

Mais on ne peut pas se fier aux deux derniers chiffres.

Sur une modification que la lumière produit dans la méthémoglobine.

Expériences faites au Laboratoire de physiologie de l'Université.

Par

Johannes Bock.

(Présenté dans la séance du 25 janvier 1895.)

Quelques recherches au spectroscope sur la méthémoglobine m'ont fait remarquer que de faibles solutions de méthémoglobine exposées à une forte lumière solaire, changent de couleur et de spectre. En examinant de plus près, je suis arrivé au résultat suivant. Ces modifications tiennent à ce que la méthémoglobine se transforme en une autre espèce d'hémoglobine, et comme le nouveau produit est dû à la lumière, je lui ai donné le nom de *photométhémoglobine*. Avant d'en arriver à décrire plus en détail les propriétés de cette substance, je parlerai de la méthode que j'ai employée pour préparer la méthémoglobine. Cette méthode est au fond celle qu'indique M. Hüfner [1]). Pour ladite préparation j'ai toujours employé du sang de chien. Les globules sanguins se lavèrent à plusieurs reprises dans l'appareil centrifuge avec une solution de chlorure de sodium à 0,7 %; après avoir refroidi à zéro on ajouta de l'éther; puis, ayant laissé reposer dans un mélange

[1]) Zeitschrift f. physiol. Chemie, vol. 8, p. 366.

réfrigérant, on sépara par la force centrifuge le stroma, et les cristaux furent dissous dans de l'eau, sur quoi l'on fit évaporer l'éther. La solution d'oxyhémoglobine étant saturée, on ajouta à 37° environ du cyanoferrure de potassium en dissolution. D'après la recette Hüfner, une bonne proportion est celle de 3 ou 4^{cc} de solution saturée par litre d'hémoglobine en dissolution. Mais ce rapport m'a paru trop faible dans la plupart des cas; c'est pourquoi j'ai suivi l'indication de M. Jæderholm[1]), celle d'ajouter du cyanoferrure de potassium, jusqu'à ce que tel échantillon qu'on vient de prendre, puisse être encore additionné de ce composé sans changer de spectre. Pour produire des cristaux de méthémoglobine, il suffit d'ajouter environ $^1/_5$ du volume, et de tenir la solution dans un mélange réfrigérant. On pressa ces cristaux entre deux papiers à filtrer, et, après des lotions réitérées à l'eau distillée, ils passèrent à l'appareil centrifuge. Enfin le reste des cristaux fut dissous dans de l'eau. Les solutions préparées de cette manière, étaient colorées en brun; réaction neutre; au spectroscope, la raie du rouge qui caractérise la méthémoglobine.

Si, ayant préparé de la sorte une faible solution (0,1 à 0,5 %) de méthémoglobine, on l'expose pendant quelque temps, préférablement en couche mince, à de forts rayons solaires, on constatera les modifications que voici: de brun le liquide devient rouge sombre à teinte jaunâtre sur le bord, et simultanément on voit disparaître de la partie rouge du spectre la raie de la méthémoglobine; les autres raies s'estompent, et dans la portion verte du spectre apparaît un large ruban ayant à peu près l'aspect de la raie qui caractérise la raie d'absorption de l'hémoglobine réduite; mais ce ruban est un peu refoulé vers la partie violette du spectre. Dans le bleu du spectre, on trouve encore une portion plus claire, tandis que la partie violette est fortement assombrie. Le spectre ne se modifie pas,

[1]) Nordisk medicinsk Arkiv, vol. 16, nº 17, 1884.

si l'on secoue ladite solution avec de l'air; même après ces modifications la solution a une réaction neutre.

Cette transformation se produit rapidement en couche mince et dans de faibles solutions; mais elle a également lieu, quoique lentement, si la couche est épaisse et que les solutions soient fortes. Veut-on faire ces expériences d'une manière conforme au but, on doit se servir des fioles de teinture carrées (Nielsen) dont parle M. Salomonsen[1]). Si l'on y met 10^{cc} de méthémoglobine en dissolution, ces fioles couchées à plat présenteront à la lumière une couche mince. Debout, elles offrent à l'examen spectroscopique une couche convenable. Je vais communiquer quelques expériences sur la rapidité avec laquelle s'effectue la modification. Je les ai faites par une chaude et radieuse journée, le 25 août 1894.

Titre de la solution de méthémoglobine.	Épaisseur de la couche.	Temps écoulé.	Modification.
0,1 %	3^{mm}	$^1/_2$^{h}	Transformation complète en photo-méthémoglobine.
0,2 %	»	$1^1/_2$^{h}	»
0,4 %	»	$1^1/_2$^{h}	»
0,8 %	»	5^h	»
4 %	1^{mm},5	13^h	Encore vestiges de méthémoglobine.
»	»	16^h	Transformation complète en photo-méthémoglobine.

J'ai fait plus de 100 expériences de ce genre sur de la méthémoglobine provenant de cinq préparations différentes, et j'ai toujours constaté la même modification. Laissait-on la méthémoglobine à l'abri de la lumière, la transformation n'avait lieu en aucun cas. C'est ainsi que j'ai conservé dans l'obscurité une solution faible et stérilisée de méthémoglobine qui, au bout

[1]) Salomonsen: Bakteriologisk Teknik, p. 22, Copenhague 1894.

de cinq mois, n'avait pas subi de modification; sur quoi elle fut exposée à la lumière du soleil, et se transforma comme d'ordinaire en photométhémoglobine. Toutes les fois que j'ai expérimenté à la lumière sur la méthémoglobine, j'en ai pris un échantillon; je l'ai enveloppé soigneusement dans de l'étain battu et l'ai placé dans les mêmes conditions que les doses exposées à l'action de la lumière. Les échantillons ainsi soustraits à l'action lumineuse, n'ont jamais subi de modification.

La photométhémoglobine placée à l'abri de la lumière ne redevient pas méthémoglobine. Ainsi j'ai conservé à l'abri de la lumière, pendant quatre mois, une solution stérile de photométhémoglobine, sans qu'elle subît aucune modification.

Dans ces expériences il était clair que l'intensité de la lumière jouait un grand rôle. La modification s'effectuait beaucoup plus rapidement aux rayons solaires directs qu'à la lumière diffuse. En outre j'ai constaté qu'en hiver, à la lumière moins intense et de courte durée, la modification se fait bien plus lentement qu'en été.

La chaleur ne paraît pas jouer de rôle. En tout cas, agissant seule, elle n'a pas pu produire ladite modification dans des solutions faibles de méthémoglobine qui depuis assez longtemps séjournaient, à l'abri de la lumière, dans un thermostat à 37°.

La modification dont il s'agit, s'est opérée sans l'intervention des bactéries; car on pouvait la provoquer dans des solutions stériles. Ces dernières se préparaient comme suit: la solution de méthémoglobine traversait à haute pression un filtre Chamberland et passait dans un alambic stérilisé. Filtre et alambic subissaient ensemble une stérilisation.

De cette manière on ne peut stériliser que des solutions faibles; car le filtre est imperméable aux solutions fortes. Dans la majorité de mes expériences, j'ai employé des solutions stérilisées ainsi, et me suis convaincu de leur stérilité en les inoculant dans la gélatine. C'est pendant la nuit ou dans une

chambre obscure que furent tant préparées que stérilisées les solutions de méthémoglobine employées dans mes expériences ultérieures.

La présence de l'oxygène ne parut pas jouer de rôle. Ainsi la modification eut lieu dans une fiole remplie jusqu'au bouchon. Dans un autre cas on élimina l'oxygène d'une solution de méthémoglobine en y faisant barboter de l'acide carbonique pendant plusieurs heures, sur quoi la fiole fut scellée au chalumeau. La modification s'effectua de la manière habituelle dans l'espace de deux jours, et dans ce cas aussi je mis à l'abri de la lumière un échantillon témoin traité de la même manière, et dont la méthémoglobine ne se modifia pas.

La lumière artificielle, au moins celle qui n'est pas très intense, semble ne provoquer ladite modification que lentement. Je n'ai pas eu l'occasion d'examiner l'action de rayons provenant des diverses régions du spectre; mais ce qu'il y a de plus vraisemblable, c'est que l'effet est dû à l'action des rayons chimiques.

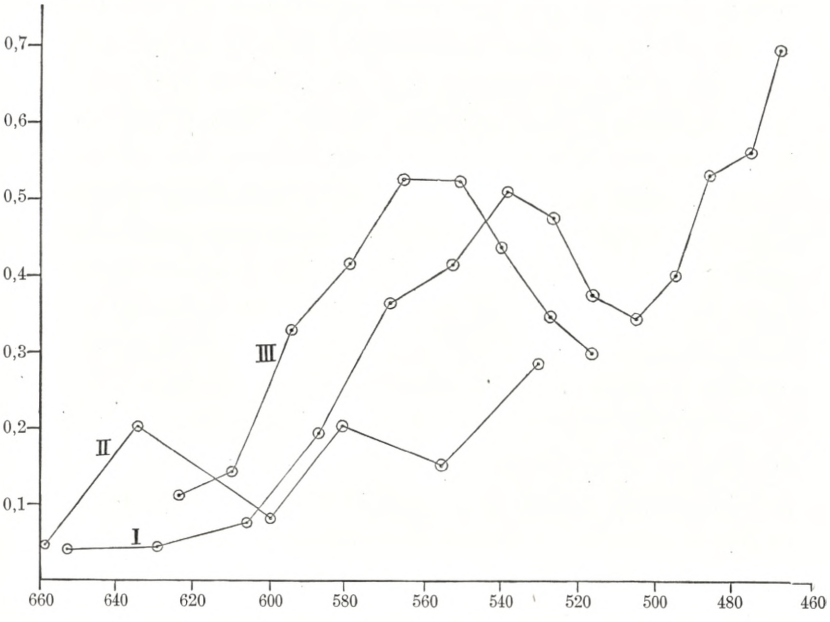
En étudiant plus à fond la photométhéglobine au spectroscope, j'ai employé une solution faible de méthémoglobine préparée à l'abri de la lumière, et qui, passée au filtre Chamberland, fut répartie en deux alambics stérilisés, dont l'un subit l'action lumineuse du soleil, d'où résulta la modification en question au bout de huit heures; l'autre fut conservé à l'abri de la lumière. On étendit convenablement les solutions, et l'absorption de la lumière fut examinée pour les diverses parties du spectre, à l'aide d'un appareil Vierordt-Krüss. Dans le tableau ci-dessous, λ désigne la longueur d'onde (en millionnièmes de millimètres) pour les rayons de la partie explorée du spectre, ε est le coefficient d'extinction trouvé.

Photométhémoglobine.
Titre: 0,000963.

λ	ε	λ	ε
653	0,03982	526	0,47900
629	0,04478	516	0,37426
607	0,07652	505	0,34430
587	0,19377	495	0,40288
569	0,36767	486	0,53780
553	0,41488	476	0,56101
539	0,51423	468	0,70038

Méthémoglobine.
Titre: 0,000943.

λ	ε
659	0,04620
634	0,20350
600	0,08070
581	0,20350
556	0,15388
529	0,29018



Cette figure donne une représentation graphique des déterminations: les abscisses figurent les longueurs d'onde, les ordonnées sont les coefficients d'extinction. I est la courbe de

la photométhémoglobine, II celle de la méthémoglobine, III une courbe indiquée par M. Torup[1]) et relative à l'hémoglobine réduite.

Cette même figure montre qu'à tous égards les spectres de la méthémoglobine et de la photométhémoglobine diffèrent complètement et qu'en outre le spectre de la photométhémoglobine ressemble beaucoup à celui de l'hémoglobine réduite, mais qu'il se porte vers la région verte du spectre. D'après M. Torup, le milieu de la raie d'absorption de l'hémoglobine réduite se trouve à $\lambda = 559$; j'ai trouvé le milieu de la raie d'absorption de la photométhémoglobine à $\lambda = 535$.

M. Torup n'indiquant aucunement le titre de la solution qu'il emploie pour dresser la courbe, j'ai cherché à m'en faire une idée. Suivant, dans ce but, la relation absorptrice indiquée par M. Hüfner[2]) pour l'hémoglobine réduite et pour la région D 63 E — D 79 E, j'ai calculé le titre et trouvé environ 0,0007. Comme on le voit par la figure, dans les courbes de la photométhémoglobine et de l'hémoglobine réduite, les ordonnées atteignent à peu près les mêmes valeurs pour le maximum de la raie d'absorption; mais le titre de la photométhémoglobine étant 0,000963, celui de l'hémoglobine réduite environ 0,0007, on voit que la plus sombre partie de la raie d'absorption absorbe un peu moins de lumière, quand il s'agit de photométhémoglobine, que pour l'hémoglobine réduite.

En solutions acidules, neutres et alcalines, la photométhémoglobine a le même spectre, et contraste ainsi avec la méthémoglobine. Une trop forte addition d'acide estompe le spectre; à cet égard la méthémoglobine se comporte de même.

Ensuite j'ai tâché de préparer des cristaux de photométhémoglobine. Ici j'ai constaté qu'il faut partir de solutions étendues et stériles de méthémoglobine; car les solutions fortes

---

[1]) S. Torup: Om Blodets Kulsyrebinding, p. 46, courbe 7, Copenhague 1887

[2]) Zeitschrift f. physiol. Chemie, vol. III, p. 9.

empêchent la stérilisation et favorisent soit la dessication, puisqu'il faut les employer en couches minces pour obtenir une modification passablement rapide, soit l'action destructive des bactéries. J'ai donc procédé comme suit: 1800^{cc} d'une solution de méthémoglobine à environ 0,2 % furent passés au filtre Chamberland, répartis en six bouteilles coniques stérilisées et exposés à la lumière du soleil. Au bout de cinq jours, la totalité de la méthémoglobine était passée à l'état de photométhémoglobine. Là-dessus on fit subir à la solution une forte évaporation, en employant un bain-marie légèrement chauffé, la succion continuelle d'une puissante pompe hydraulique à air et une allonge refroidie à la glace. L'évaporation eut lieu, sans que la température du liquide dépassât 25°. Alors on traita par la force centrifuge environ 100^{cc} de la solution qui restaient; un dosage à sec donna 2,69 %. La solution fut refroidie à 0°, et, additionnée d'environ $^1/_6$ de volume d'alcool à la glace, passa dans un mélange réfrigérant. Le lendemain on ajouta une minime quantité d'alcool et l'on renouvela le mélange réfrigérant. Le troisième jour, il y avait des cristaux qui, au microscope, affectaient la forme de prismes allongés, assez minces et groupés en paquets et faisceaux, ayant tout à fait le même aspect que l'oxyhémoglobine et la méthémoglobine cristallisées en prismes. Les cristaux avaient une couleur claire, jaune-brun, à peu près celle des cristaux de méthémoglobine. On ne vit aucune trace de précipité amorphe. Les cristaux furent lavés à l'alcool étendu et furent dissous dans de l'eau. Cette solution donna le spectre qui caractérise la photométhémoglobine.

J'ai en outre examiné si, à l'instar de l'oxyhémoglobine, la photométhémoglobine forme des combinaisons dissociables avec l'oxygène, et j'ai employé à cet effet la même solution que pour obtenir les cristaux (2,69 % de produits secs). A 18°,65, 49^{cc},7 de la solution furent secoués dans un air atmosphérique exempt d'acide carbonique, et purgés d'air à la pompe Hagen.

Analyse d'air à la Bunsen:

Après KOH . . . . . 0,972 cent. cub.
Après H_2 . . . . . 5,767 » »
Après l'explosion . . . . . 4,826 » »

c.-à-d. O_2 — $0^{cc},314$ N_2 — $0^{cc},655$.

Aux mêmes température et pression (barom. 751^{mm}), $49^{cc},7$ d'eau [1]) secoués dans l'air atmosphérique absorberont

O_2 — $0^{cc},328$ N_2 — $0^{cc},637$.

Ceci fait voir que la photométhémoglobine ne forme avec l'oxygène aucune combinaison capable à céder à l'aspiration d'une pompe, et qu'une solution de photométhémoglobine absorbe autant d'oxygène que l'eau.

De ce qu'on a dit ci-dessus, il ne ressort pas que la photométhémoglobine résulte d'une décomposition, ou qu'elle soit une modification de l'hémoglobine. La transformation de la méthémoglobine en photométhèmoglobine ayant lieu sans précipité, et le type cristallin de ces deux substances étant le même, les probabilités sont en faveur de la dernière hypothèse, celle-ci pouvant se prouver directement, puisque la photométhémoglobine peut redevenir méthémoglobine. Si l'on remplit d'une solution de photométhémoglobine une bouteille, en n'y laissant que très peu d'air; si l'on y ajoute un puissant agent de réduction (j'ai employé à cela le sulfhydrate de zinc dissous qui sert à absorber l'oxygène dans les analyses de l'air par la méthode Petterson), et qu'on secoue cette bouteille, la solution de photométhémoglobine pâlit, et la raie d'absorption se déplace vers la partie rouge du spectre: la photométhémoglobine s'est

---

[1]) Bohr & Bock: Détermination de l'absorption de quelques gaz dans l'eau à des températures comprises entre 0° et 100°. Extrait du Bulletin de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark 1891, p. 84.

changée en hémoglobine réduite. Que maintenant on agite à l'air cette solution, il se produira de l'oxyhémoglobine qui, additionnée de cyanoferrure de potassium, prend les caractères de la méthémoglobine. L'hémoglobine a donc parcouru la série que voici: oxyhémoglobine — méthémoglobine — photométhémoglobine—hémoglobine réduite—oxyhémoglobine—méthémoglobine. En outre, j'ai vu une solution de photométhémoglobine, abandonnée dans une bouteille bouchée, passer par voie de putréfaction à l'état d'hémoglobine réduite qui, agitée à l'air, donna de l'oxyhémoglobine, dont, à son tour, et comme on l'a vu plus haut, la méthémoglobine provint facilement.

La photométhémoglobine ayant tant de facilité à provenir de la méthémoglobine et cette transformation s'opérant sans consommation d'oxygène; de plus, ces substances étant transformables par les mêmes moyens en hémoglobine réduite, on est tout près d'admettre que la photométhémoglobine contient la même quantité d'oxygène fixé que la méthémoglobine dont elle provient.

Un résultat ressortant de la présente étude, c'est que la lumière du soleil transforme la méthémoglobine en photométhémoglobine, qui ne revient pas à son premier état à l'abri de la lumière, se cristallise comme l'oxyhémoglobine et la méthémoglobine, et ne forme aucune combinaison dissociable avec l'oxygène. La couleur de la solution est rouge sombre. Le spectre consiste en une seule raie d'absorption dans le vert, ayant son milieu $\lambda = 535$. Les réactions tant acidules qu'alcalines ne modifient pas ce spectre; les agents réducteurs puissants ou la putréfaction transforment la photométhémoglobine en hémoglobine réduite.

Autant il est aisé de reconnaître la photométhémoglobine isolée, autant elle est difficile à démêler d'avec l'oxyhémoglobine et la méthémoglobine, qui en masquent très facilement la cou-

leur et le spectre. Si l'on néglige d'opérer à l'abri de la lumière pour préparer et conserver la méthémoglobine, il s'y formera aisément de la photométhémoglobine.

Il n'est pas probable que la photométhémoglobine se trouve normalement dans l'organisme; mais en revanche, il est possible qu'elle puisse s'y trouver en des états pathologiques dans lesquels le sang contient de la méthémoglobine.

Recherches bactériologiques sur la diphthérie.

Par

J. Fibiger.

(Travail du Laboratoire de Bactériologie médicale de l'Université de Copenhague.)

(Présenté dans la séance du 25 mai 1894.)

I. Diagnostic bactériologique de la diphtérie.

M. Lœffler ayant, en 1884, cultivé à l'état de pureté et nous ayant décrit le bacille (bacillus diphtheriæ), aujourd'hui reconnu par tout le monde pour le bacille spécifique de la diphthérie, on s'étudia tout de suite à tirer parti de cette découverte pour le diagnostic des affections diphtériques, surtout de la diphtérie pharyngienne. MM. Roux et Yersin résolurent les premiers (1890) d'une manière satisfaisante ce problème en montrant que l'examen des fausses membranes diphtériques, qui ne porte que sur le but de constater par le microscope la présence des bacilles spécifiques, mène souvent à un résultat négatif, même au cas que, en cultivant les bacilles, on constate la présence de grandes quantités des bacilles dans le pharynx. C'est pourquoi ces savants employèrent, pour arriver à la diagnose, le procédé indiqué par M. Lœffler pour isoler le bacille de la diphtérie, savoir de le semer à la surface de sérum coagulé. Si, au pharynx d'un malade atteint d'angine couenneuse, l'on prend une petite quantité de la fausse membrane, si on la sème sur sérum

coagulé et qu'on la garde à une température de 35° à 37°, on trouvera au bout de 20 à 24 heures, si c'est un cas de diphtérie, la surface couverte de nombreuses petites colonies d'un blanc grisâtre, dont le centre est un peu opaque. En les examinant au microscope, on constatera qu'elles renferment des bacilles diphtériques. Si ce n'est pas un cas de diphtérie, souvent, au bout du temps nommé, il n'y aura pas de végétation visible à la surface du sérum; parfois on trouvera des colonies dont l'aspect sera tout autre que le susdit, et qui contiendront d'autres bactéries que le bacille Lœffler. — De plus, MM. Roux et Yersin affirmèrent avoir surmonté la difficulté qui pendant assez longtemps menaçait d'entraver le diagnostic bactériologique de la diphtérie, savoir l'impossibilité de discerner, par simple culture ou par l'examen microscopique, le bacille diphtérique Lœffler d'avec les *bacilles pseudo-diphtériques* non virulents (Lœffler, Hofmann) qui parfois se trouvent dans le pharynx, tant de l'homme sain que du malade atteint d'angine non diphtérique. Comme on le sait, l'inoculation aux cobayes est le seul moyen de diagnostiquer avec certitude entre le bacille diphtérique vrai et le bacille pseudo-diphtérique; mais si l'expérience faite sur les animaux, était tout à fait indispensable au diagnostic bactériologique de la diphtérie, l'utilité clinique de ce diagnostic serait extrêmement limitée. Or, MM. Roux et Yersin ont constaté que les bacilles pseudo-diphtériques ne se trouvent jamais qu'en très petit nombre dans le pharynx du malade atteint d'angine: seulement très peu de colonies se développent à la surface du sérum, tandis que les cultures sur sérum, provenant du pharynx des maladies diphtériques, offrent toujours un extrêmement grand nombre de colonies des bacilles Lœffler. On pourrait donc, avec certitude et sans recourir aux expérimentations sur les animaux, diagnostiquer la diphtérie, si la surface du sérum présentait de nombreuses colonies comme les susdites et contenant des bactéries du même aspect que les bacilles de la diphtérie.

Si, au contraire, au bout de 20 à 25 heures, on ne trouvait sur la culture sur sérum qu'un très petit nombre de colonies composées de bactéries ressemblant aux bacilles de la diphtérie, ces bactéries seraient des bacilles pseudo-diphtériques, et le cas d'où ils provenaient, ne serait pas la diphtérie.

Si l'on veut examiner jusqu'à quel point on peut compter sur cette méthode diagnostique indiquée par MM. Roux et Yersin, on aura aussitôt affaire à une difficulté que l'on connaît bien pour l'avoir rencontrée en faisant des expériences analogues sur le diagnostic bactériologique d'autres maladies infectieuses: sans l'examen bactériologique, nous ne sommes pas à même de diagnostiquer avec certitude la diphtérie, et, en nombre de cas, les paralysies secondaires sont seules à nous rendre certains que l'angine constatée a été de nature diphtérique. Il n'y a qu'un moyen de surmonter cette difficulté: il faut examiner un grand nombre de cas d'angine et porter le diagnostic de ces cas, et en ignorant le résultat de l'examen bactériologique et en s'appuyant uniquement sur cet examen. La comparaison des deux séries de diagnoses donnera alors une presque-certitude que le diagnostic, suivant le résultat obtenu, peut ou ne peut pas s'établir par la méthode bactériologique. MM. Roux et Yersin ont fait cet examen sur 80 enfants, et sont arrivés à ce résultat, qu'à l'aide de la méthode indiquée on saura toujours, au bout de 20 à 24 heures, décider si une angine est ou n'est pas de nature diphtérique.

Pour examiner si la méthode peut servir, j'ai fait deux séries d'expériences analogues, l'une à l'hôpital du Blegdam (hôpital pour les maladies épidémiques), l'autre à l'hôpital militaire de Copenhague, et dont l'ensemble comprend 220 malades.

A l'hôpital du Blegdam les recherches embrassent un laps de deux ans, et elles ont porté sur un total de 100 malades, dont 96 étaient inscrits comme atteints de diphtérie, 3 comme suspects de diphtérie et un comme atteint d'angine folliculaire.

Les diagnoses furent corrigées par un examen clinique

minutieux fait dans les salles et indépendamment de l'examen bactériologique; le résultat de cet examen fut:

diphtérie en 91 cas, non-diphtérie (ou diphtérie douteuse) en 9 cas, savoir 2 cas de scarlatine, 6 cas d'angine non diphtérique (folliculaire ou membraneuse) et 1 cas de stomatite.

Le diagnostic bactériologique, au contraire, indépendant de l'examen clinique, donna pour résultat

72 cas de diphtérie [1],

28 cas de non-diphtérie [1].

Si nous examinons les deux groupes basés sur l'examen bactériologique, quant à la mortalité, à l'albuminurie et à la paralysie, trois circonstances où, antérieurement à la découverte du bacille diphtérique, on cherchait l'appui principal pour diagnostiquer la diphtérie dans les cas douteux, le résultat sera:

	Décès	Cas d'albuminurie	Cas de paralysie
72 cas de diphtérie	6	12	11
28 cas de non-diphtérie . .	0	1 [2]	0

A l'hôpital militaire, 120 cas ont été examinés. La diagnose clinique, portée sans l'examen bactériologique, fut

diphtérie en 88 cas,

non-diphtérie en 32 cas.

La diagnose bactériologique, portée sans l'examen clinique, donna pour résultat:

diphtérie en 65 cas,

non-diphtérie en 55 cas.

[1] Toutefois ces chiffres n'indiquent pas le rapport entre les angines diphtériques et les non-diphtériques traitées à l'hôpital du Blegdam dans la section des diphtériques durant le laps de temps susdit; car, d'une part, il y avait de courts intervalles où l'on ne faisait pas d'examen, d'autre part, il y avait des cas où la diagnose paraissait mise hors de doute; et alors on ne les examinait pas, tandis qu'on faisait choix surtout des cas douteux.

[2] Ne durant qu'un jour.

Voici le dénombrement quant à la mortalité, à l'albuminurie et à la paralysie:

	Décès	Cas d'albuminurie	Cas de paralysie
65 diphtéries	2	16	7
55 non-diphtéries	0	2	0

Voici le dénombrement des 220 malades:

	Décès	Cas d'albuminurie	Cas de paralysie
137 diphtéries[1]).	8	28	18
83 non-diphtéries[2])	0	3	0

Ce qui saute aux yeux, c'est le contraste de la marche peu grave de la maladie, du peu de décès, de la rareté des maladies de reins et de l'absence de paralysie dans l'un des groupes, avec la marche grave, la fréquence des maladies de reins et des paralysies dans l'autre groupe; et, par conséquent, la série entière de ces recherches confirme — de concert avec celles de MM. Morel, Lefèvre, Baginsky, Martin, Holst, Janson — l'exactitude de l'affirmation de Roux-Yersin, savoir que, en cultivant sur sérum les produits pris aux pharynx atteints d'angine, on peut faire le diagnostic différentiel entre les affections de la gorge qui sont diphtériques et celles qui ne le sont pas[3]).

---

[1]) Dans 7 de ces cas, l'affection de la gorge présentait l'image exacte de l'angine folliculaire.

[2]) Un de ces cas d'angine membraneuse ressemblait tout à fait à la diphtérie; ledit malade fournit matière à de nombreuses cultures où un examen réitéré ne fit découvrir que des streptocoques et un microbe qui, étudié de plus près, fut identifié au *monilia albicans*, qui, avec les streptocoques, doit être jugé avoir produit les fausses membranes d'apparence diphtérique.

[3]) Dans un seul cas, l'examen bactériologique nous a *peut-être* fourvoyés, parce qu'on le fit quand la maladie était trop avancée, savoir le 14e jour après qu'elle s'était déclarée. Chez un malade, envoyé à l'hôpital en même temps que sa mère et sa sœur, toutes deux atteintes

Deux fois seulement, l'examen bactériologique m'a fait constater chez des malades diphtériques un phénomène différent de ceux qu'ont décrits des expérimentateurs antérieurs, et qu'il est important de connaître pour éviter des interprétations fausses. Chez deux malades (hommes) les premières cultures, provenant de la fausse membrane pharyngienne, offrirent de nombreuses colonies d'un aspect identique à celui d'une colonie diphtérique; l'examen microscopique montra qu'elles ne consistaient qu'en bâtonnets courts (1—5μ) et gros, dont quelques-uns assez courts pour pouvoir être appelés coccobacilles. Dans aucune des colonies examinées on ne trouva de bactéries présentant les caractères propres au bacille diphtérique durant sa croissance sur sérum. Les bacilles trouvés se montrèrent non virulents pour le cobaye et, cultivés dans du bouillon, ils différèrent du bacille typique quant à leur manière de croître (formation d'enduit membraneux, louchissement diffus, prompte manifestation de l'alcalescence). Lorsque plus tard — c. à d., dans l'un des cas, le lendemain, dans l'autre, trois jours après, — on répéta l'expérience, on ne put plus constater la présence de la bactérie décrite, mais on trouva, par quantités et exclusivement, des bactéries présentant tous les caractères morphologiques du bacille diphtérique typique et dont la culture et la virulence étaient identiques à celles du bacille spécifique.

Ces observations peuvent s'interpréter de diverses manières. On peut admettre que dans les deux cas il y ait eu une angine pseudo-membraneuse, non diphtérique, engendrée par les bacilles courts, d'abord observés, et que ceux-ci aient été refoulés par des bacilles diphtériques dus à une nouvelle infection. Toutefois un fait parle contre cette supposition: c'est que chez

---

de diphtérie, on ne trouva aucun bacille diphtérique. Toutefois, puisqu'il y a des cas de diphtérie exceptionnels (Morel) où les bacilles disparaissent avant les membranes, il pourrait bien s'agir ici d'un de ces cas.

le malade on ne constata absolument aucun symptôme, ni objectif ni subjectif, d'une infection nouvelle, mais que tous les symptômes morbides étaient dans leur décours, juste au moment où les bacilles virulents typiques de la diphtérie furent constatés. Ce fait, comparé à quelques observations sur la variabilité morphologique de quelques bacilles pseudo-diphtériques, mentionnées plus loin, rend plus probable la supposition que les bâtonnets courts, trouvés d'abord, ont été une variété du bacille spécifique, non virulente pour le cobaye et pathogène pour l'homme, et qui, dans les fausses membranes qu'elle produit, peut devenir virulente pour les animaux. Il se peut que cette variété soit identique aux *bacilles courts* décrits par M. Martin. En tout cas, lorsqu'à l'avenir on fera des recherches diagnostiques et que les bactéries ayant l'aspect susdit se présenteront dans les cultures sur sérum, on devra, avant de s'exprimer sur la nature de la maladie, répéter, pendant les jours suivants, les ensemencements de produits provenant du pharynx du malade.

Il y a encore une de mes observations qui mérite qu'on l'approfondisse un peu. Comme on l'a déjà dit plus haut, MM. Roux et Yersin affirment que, si les cultures sur sérum qui proviennent d'un malade atteint d'angine, n'offrent que peu de colonies de bâtonnets, ressemblant au bacille spécifique, un examen plus en détail prouvera toujours que les bâtonnets sont pseudo-diphtériques et qu'il ne s'agit pas d'un cas de diphtérie; j'ai pu confirmer ce dernier fait, mais pas le premier. Parmi les cultures sur sérum provenant des malades atteints d'angine, je n'ai trouvé que dans 4 cas des colonies très peu nombreuses (1 ou 2) et des bactéries ressemblant au bacille spécifique. Dans trois de ces cas, on constata que les bactéries étaient non virulentes pour le cobaye, et devaient par conséquent se ranger parmi les bacilles pseudo-diphtériques; mais, dans le quatrième cas, les deux colonies observées contenaient des bacilles Lœffler très virulents. Toutefois, comme

ces colonies ne proviennent que d'une seule expérience, tandis qu'on ne trouva rien de semblable dans les cultures sur sérum faites quelques jours avant et après; de plus, comme les fausses membranes avaient disparu au moment où l'on trouva les deux colonies, et que le malade ne fut pas atteint plus tard de la diphtérie, les bacilles spécifiques observés doivent être considérés comme accidentels et n'ayant pas été la cause de l'angine pseudo-membraneuse observée, mais se trouvant sur la muqueuse pharyngienne sans y provoquer de symptômes morbides, tout à fait comme ils se trouvent parfois sur la muqueuse de sujets sains (voir plus bas). Cependant, ce cas nous apprend que si les cultures sur sérum, provenant d'un angineux, n'offrent que très peu de colonies d'apparence diphtérique, on n'aura aucune garantie qu'elles consistent en bacilles pseudo-diphtériques, et qu'en pareil cas on doit toujours, un ou deux jours plus tard, répéter l'ensemencement; car il se pourra toujours que ces bacilles puissent se multiplier et engendrer la diphtérie de la gorge. A en juger par mes observations, une telle infection secondaire d'un malade atteint d'une angine non diphtérique n'est pas vraisemblable; car aucun des malades atteints d'angine simple, que j'ai observés, n'a été attaqué plus tard de la diphtérie durant mon traitement, bien que, deux exceptés, ils aient été exposés tous plus ou moins longtemps à l'infection diphtérique des hôpitaux.

II. Apparition du bacille diphtérique dans le pharynx de sujets sains.

Dans le but d'examiner si le bacille diphtérique, tel que l'ont signalé divers auteurs (Lœffler, Hofmann, Fränkel, Feer), se trouve dans le pharynx de sujets sains, j'ai cultivé sur sérum des produits provenant de 135 personnes, soit de personnes particulièrement exposées à l'infection diphtérique, soit d'autres personnes.

Technique employée. L'ensemencement des cultures se fit de la manière ordinaire: une aiguille d'inoculation en platine et courbe, servit à prendre aux deux tonsilles de quoi ensemencer. Lorsqu'après le séjour dans l'étuve, il se formait des colonies de bâtonnets ayant l'aspect diphtérique, on en établissait, par une dissémination successive sur la surface du sérum, des cultures pures. Avec ces cultures pures on ensemença alors des cultures nouvelles dans du bouillon (dans des tubes à essai ordinaires ou dans des tubes Roux, à l'abri de l'air), sur gélose, sur gélose glycérinée, sur gélatine et sur pommes de terre. La plupart des types furent en outre cultivés sur sang coagulé de porc, sur pommes de terre alcalinisées, et sur lait. Les bacilles furent examinés au microscope, incolores ou colorés, soit à l'état humide par une solution de fuchsine (méthode Salomonsen), soit secs sur lamelles d'après la méthode Gram, à l'aide d'une solution de fuchsine phéniquée affaiblie. Quelques-unes des cultures furent gardées à une température de 37°—38° C., d'autres à 22° C., d'autres encore à la température variable de la chambre. Ces cultures furent toutes comparées avec des cultures, préparées comme contrôle, de bacilles diphtériques typiques, fortement virulents et cultivés exactement sur les mêmes milieux provenant de gosiers diphtériques. La réaction des cultures au bouillon fut examinée chaque jour. Les cultures se firent toutes dans d'égales quantités du même bouillon. Pour contrôler, on essaya en même temps et sous les mêmes conditions la réaction de cultures de bacilles diphtériques et celle de bouillon stérile en tubes à essai. La virulence de chaque type fut essayée sur des cobayes par inoculation sous-cutanée; pour la plupart de ces types on fit aussi l'inoculation intramusculaire du virus sur des pigeons et l'inoculation intraveineuse sur des lapins. Pour quelques types on pratiqua en outre une inoculation sous-cutanée sur des souris.

Ce dernier groupe comprend 82 sujets (voir plus bas, titre III); chez aucun d'eux on ne trouva dans le pharynx le bacille diphtérique. Le premier groupe comprend 53 sujets, tous employés à l'hôpital du Blegdam et vaquant constamment à leurs affaires parmi les malades diphtériques. Autant que possible on s'assura qu'aucun des sujets examinés n'avait eu la diphthérie peu de temps avant l'examen, ni ne fut atteint de cette maladie peu de temps après. Chez 3 de ces 53 sujets, on trouva des bacilles diphtériques en petit nombre (1 ou 2 colonies). Dans un quatrième cas, où l'on fit 20 explorations en 5 semaines environ, les bacilles diphtériques se trouvèrent en nombreuses colonies; mais ce cas ne compte pas, parce que, peu de temps avant l'examen, le malade avait souffert un peu de douleurs à la gorge; il se peut donc que

ce cas-là ait été une diphtérie pharyngienne d'une marche inaperçue et suivie d'une apparition lente de bacilles.

Des bacilles diphtériques virulents peuvent donc parfois vivre dans le pharynx de personnes saines sans engendrer la diphtérie, ce qui doit naturellement être regardé comme important quant à l'infection. Comme on le sait, on a déjà constaté que d'autres bactéries pathogènes peuvent se trouver comme parasites inoffensifs dans des lieux où, en d'autres circonstances, elles peuvent engendrer des maladies. A titre d'exemple on peut citer l'apparition du bacille-virgule du choléra dans l'intestin de personnes saines, quand celles-ci sont exposées à la contagion du choléra (Koch); de même, on a trouvé des bacilles de la tuberculose dans les fosses nasales de sujets sains fréquentant beaucoup les tuberculeux (Straus).

Chez six autres de 53 employés exposés à l'infection diphtérique, on trouva des bacilles d'apparence diphtérique, mais non virulents, dont je parlerai plus en détail dans la section suivante.

III. Bacilles pseudo-diphtériques.

Sous ce nom l'on a désigné les bacilles dont les colonies sur sérum ne peuvent pas être distinguées des colonies diphtériques, et que le microscope non plus ne permet pas de distinguer avec certitude d'avec les bacilles Lœffler, mais qui néanmoins ne sont pas virulents pour les animaux sensibles au bacille spécifique. Pour le moment on ne peut pas décider péremptoirement si les bacilles pseudo-diphtériques sont des bacilles de diphtérie ayant perdu leur virulence, comme le prétend surtout l'école française, M. Roux en tête, ou bien s'ils comprennent une ou plusieurs espèces saprophytes, différant du bacille Lœffler, ainsi que la plupart des savants allemands sont portés à le croire.

Pour faciliter l'étude des bacilles pseudo-diphtériques, on

a examiné non seulement le pharynx des 53 sujets sains mentionnés ci-dessus, mais en outre celui de 83 personnes saines. On pratiqua, comme d'ordinaire, la culture sur sérum, et les colonies d'aspect diphtérique qui se développaient au bout de 24 heures à une température de 37 degrés, furent examinées au microscope. Y trouvait-on des bacilles ressemblant soit tout à fait, soit beaucoup, à celui de la diphtérie, on les semait dans du bouillon, et l'on éprouvait leur virulence sur des cobayes. En outre on étudia comment ils croissaient sur gélose nutritive, gélose glycérinée, pommes de terre, dans du bouillon dans le vide, comment ils réagissaient quant aux manières différentes de les colorer, et on surveilla les variations de réaction des cultures au bouillon.

Les 83 sujets étaient 1°: 25 employés de l'hôpital Frédéric, choisis comme spécialement propres à être comparés avec le personnel de l'hôpital du Blegdam, parce qu'il était à présumer qu'ils ne différeraient de ce personnel qu'en ce qu'ils n'étaient pas constamment exposés à l'infection diphtérique; 2°: 47 écoliers, c'est-à-dire des sujets d'un âge qui expose surtout à la diphtérie; 3°: 10 autres personnes saines.

A. Examen des 25 employés de l'hôpital Frédéric.

Lors de l'examen, il y avait à l'hôpital Frédéric, pendant quelque temps, 2 malades, souffrant de croup diphtérique; mais seulement 2 des gardes-malades examinées avaient été en rapport avec eux, et ces deux dernières n'offraient point de bacilles spécifiques ni de microbes semblables. Il était de fait qu'aucune des autres gardes-malades n'avait été exposée à la contagion diphtérique. Elles se portaient toutes bien lors de l'examen; elles ne venaient pas de souffrir de maladies de la gorge, ni n'en furent attaquées plus tard; il ne leur survint pas non plus des paralysies. Chez 23 d'entre elles on ne trouva presque que des streptocoques et des microcoques. Pourtant, chez deux les cultures sur sérum offraient de nombreuses colonies,

consistant en bacilles qui ressemblaient au spécifique. Les bacilles provenant de ces deux gardes-malades furent trouvés identiques; sous le rapport morphologique on ne saurait les distinguer des bacilles de la diphtérie. La seule particularité qu'ils offraient, c'est qu'il y avait des cultures où quelques-uns des bâtonnets étaient un peu plus courts, et où les bâtonnets claviformes et annelés étaient plus rares qu'on n'est accoutumé à le voir dans les cultures diphtériques. Les bacilles étaient immobiles, se laissaient bien colorer par le procédé Gram, ainsi que par la fuchsine comme préparation humide, et colorés par la fuchsine phéniquée ils se teignaient fortement. Les cultures sur sérum, gélose nutritive, gélose glycérinée, sang coagulé de porc, gélatine et lait, avaient absolument le même aspect que les cultures préparées, comme contrôle, de bacilles diphtériques virulents, et comme ceux-ci, ils ne croissaient ni sur les pommes de terre ordinaires ni sur les pommes alcalinisées. Dans les cultures au bouillon, la croissance était un peu plus vive et présentait le plus souvent de fins enduits membraneux à la surface. La réaction alcaline remplaçait plus rapidement la réaction acide que dans les cultures de contrôle; mais les bacilles se développaient plus vivement à l'abri de l'air que les cultures de contrôle des bacilles diphtériques; ils étaient complètement hors d'état d'infecter les lapins (inoculation intraveineuse), les pigeons (inoculation intramusculaire) et les souris (inoculation sous-cutanée). Les cobayes furent infectés sous la peau à l'aide de cultures pures provenant de 14 colonies différentes. Chez 11 des animaux d'expérience les inoculations ne provoquèrent trace de symptômes morbides; chez trois seulement, des infiltrations insignifiantes au point de vue d'inoculation.

L'examen quotidien fit constater chez les deux gardes-malades une grande quantité de bacilles: on trouva jusqu'à 150 colonies dans les cultures sur sérum, chez l'une, pendant quelques jours, chez l'autre, pendant un mois; celle-ci en pré-

sentait quantité encore au bout de six semaines, bien que, à un examen fait quatre semaines après le premier, on n'en trouvât pas. Ces bacilles ne se distinguaient de ceux de la diphtérie que par le manque de virulence, et je les regarde comme identiques aux *bacilles pseudo-diphtériques* Roux et Yersin. L'unique caractère distinctif connu jusqu'ici entre ces bacilles et les bacilles spécifiques, mais d'une virulence minime, consiste en ce que ces derniers, contrairement aux bacilles pseudo-diphtériques, peuvent devenir tout à fait virulents, si on les inocule conjointement avec le microcoque de l'érysipèle. J'ai donc cherché s'il ne serait pas possible d'arriver par là à produire la virulence chez les bacilles trouvés. Ces essais furent faits à l'aide d'une culture de streptocoques dont ½ centimètre cube tua des souris blanches au bout de quatre jours par infection générale; le résultat fut négatif. C'est donc là une nouvelle corroboration de l'hypothèse que le bacille trouvé est le bacille pseudo-diphtérique Roux.

B. 47 enfants d'une école de village.

MM. Roux et Yersin trouvèrent à Caen des bacilles pseudo-diphtériques dans le pharynx de non moins de 26 sur 59 écoliers sains; depuis longtemps on n'avait pas vu de diphtérie dans cette ville. En janvier 1893, je fis un examen semblable dans une école du village d'Œnslev en Falster, village où depuis longtemps la diphtérie n'avait pas paru épidémique; d'après les renseignements donnés par les médecins, le personnel de l'école et le pasteur, on n'y avait pendant les deux derniers mois, constaté aucun cas isolé, tandis qu'on en avait noté dans les communes voisines, dont l'une partage avec Œnslev le local de l'école; dans l'autre commune, 14 mois s'étaient écoulés depuis la dernière apparition de la diphtérie épidémique.

Les enfants examinés avaient de 7 à 14 ans. Nul d'entre eux ne présentait de symptômes diphtériques; tant avant que

pendant et jusqu'à dix semaines après l'examen, ils restaient tout à fait bien portants. De ces enfants, deux seulement avaient été exposés à la contagion diphtérique, l'un étant la sœur d'un diphtérique guéri, l'autre ayant récemment été en visite chez un autre diphtérique guéri (les cas isolés déjà mentionnés de ladite commune voisine). Ni chez l'un ni chez l'autre de ces deux enfants, on ne constata de bacilles d'aspect diphtérique, pas plus que chez 39 des autres enfants. Dans la gorge de ces 41 sujets, on trouva presque uniquement des streptocoques et d'autres microcoques.

En revanche, chez 6 des enfants les cultures sur sérum présentaient des colonies ressemblant tout à fait aux bacilles diphtériques. Dans un de ces cas on constata que les colonies contenaient un type de bacille qui ne présentait aucune ressemblance avec le bacille Lœffler, ni au point de vue morphologique, ni dans les cultures différentes, excepté celle sur sérum. Dans les 5 autres cas on trouva des bacilles ayant ou tout à fait le même aspect que le bacille Lœffler (n° 3), ou (n°s 1, 2, 4, 6) beaucoup de ressemblance avec celui-ci; seulement ils étaient plus courts et plus gros que ne l'est ordinairement le bacille diphtérique, et les bacilles claviformes et annelés étaient moins prononcés. Chez 4 des enfants, l'on ne trouva ces bacilles qu'en colonies peu nombreuses (2—6); chez un enfant, elles étaient plus nombreuses (environ 40). Une de ces cultures sur sérum périt avant d'avoir pu fournir des colonies-filles, ce qui en rendit impossible un examen plus approfondi. Les 4 cultures restantes présentèrent toutes le même bacille. Dans une des 4 cultures primitives provenant immédiatement du pharynx, on constata surtout une grande ressemblance avec le bacille diphtérique; mais cette ressemblance était beaucoup moindre dans les cultures-filles sur sérum, ces dernières présentant surtout des bâtonnets courts (1—5$^{\mu}$) et gros, qui formaient souvent des groupes composés de bâtonnets en rangs parallèles; de temps à autre on observait des bacilles clavi-

formes et annelés, mais ils n'étaient jamais aussi prononcés qu'on les trouve parmi les bacilles spécifiques de la diphtérie. Souvent les bâtonnets étaient si courts qu'ils se rapprochaient du type microcoque (*coccobacilles*). Ils se coloraient bien par la solution aqueuse de fuchsine, et se teignaient intensivement par la fuchsine phéniquée et d'après le procédé Gram.

En poursuivant l'examen on constata que tous les bacilles (nos 1—4) des cultures anciennes au bouillon affectaient une forme répondant complètement au bacille spécifique de la diphtérie; car ils s'allongeaient (jusqu'à 10μ) et devenaient claviformes et annelés. Cette métamorphose se produisit au bout d'un temps variable (11 à 16 jours et plus). Cependant, dans les cultures-filles de ces cultures anciennes, on ne retrouva ordinairement que des types courts. Mais cultivée sur sérum, la première génération pouvait conserver une apparence diphtérique, et ce n'était que la deuxième ou la troisième génération qui de nouveau offrait le type primitif court.

Les cultures sur sérum, sang de porc coagulé et lait, ne différaient en rien des cultures de contrôle de bacilles diphtériques spécifiques, tandis que les cultures au bouillon poussaient mieux, présentaient un aspect un peu trouble et diffus et, en général, formaient un enduit membraneux très fin. Les cultures au bouillon, d'abord amphotères, présentaient dès le second jour une alcalescence manifeste, qui augmentait pour ne pas disparaître (observation de 44 jours). Les cultures sur gélose nutritive, gélose glycérinée et gélatine présentaient une végétation plus forte que les cultures témoins, sans d'ailleurs en différer. Le bacille n'était pas anaérobie ni ne poussait sur pommes de terre soit ordinaires, soit alcalinisées. Ces bacilles étaient sans virulence pour le cobaye (inoculation sous-cutanée), les pigeons (inoculation intramusculaire) et pour les lapins (inoculation intraveineuse).

C. Examen de 10 sujets adultes sains.

L'un de ces sujets, homme de 25 ans, fournit par grandes quantités un bacille ne différant sous aucun rapport de celui qu'on vient de décrire, constaté chez les écoliers.

D. Malades atteints d'angines non diphtériques.

Sur 83, trois présentèrent des bacilles semblables aux diphtériques. Pour deux de ces trois cas, l'examen se borna à produire une culture pure, et, comme on l'a déjà dit plus haut, à l'essai de virulence, les bacilles se montrèrent sans virulence.

Le pharynx d'un troisième malade (atteint de scarlatine) donna des produits qui, cultivés sur sérum, firent constater que les colonies se composaient de bactéries tout à fait semblables au bacille diphtérique, bien qu'un peu plus courtes que ce dernier ne l'est ordinairement. Dans les cultures sur sérum, gélose nutritive, gélose glycérinée, lait, sang coagulé de porc, et dans du bouillon, sur gélatine, pommes de terre tant ordinaires qu'alcalinisées, on constata précisément le même état de choses que dans le cas du bacille diphtérique. Les réactions des cultures au bouillon étaient tout à fait identiques à celles des cultures de contrôle, tandis que la croissance anaérobie était un peu moins vive. Le bacille n'était pas virulent pour les cobayes, les pigeons, les lapins et les souris.

Parmi 83 malades atteints d'angines non diphtériques et 35 sujets bien portants, j'en ai donc trouvé 14 qui offraient des bacilles pseudo-diphtériques, qu'on a examinés sous le rapport de leur morphologie, de leur coloration, de leur virulence, de leur croissance sur 6 milieux différents (sérum de sang coagulé, bouillon, gélose nutritive, gélose glycérinée, gélatine, pommes de terre) et sous le rapport de leurs qualités anaérobies. Le résultat de cette étude se trouve ci-joint en un tableau com-

paratif où les cultures sont portées sous deux titres A et B d'après leur plus ou moins de ressemblance à la culture typique de la diphtérie. Dans ces deux sections les cultures subissent

A.	Numéro d'ordre.	Provenance de la culture pure.	Nombre de colonies dans les cultures sur sérum, provenant du pharynx.	Morphologie.	Croissance dans le vide.	Virulence. Effet sur les cobayes.
I.	1.	femme, 19 ans (hôpital du Blegdam)	1	Culture diphtérique typique (*D*).	$< D$	0
	2.	femme, 20 ans (hôpital du Blegdam)	1			
II.	3.	homme, 24 ans (médecin de l'hôpital du Blegdam)	peu	Bâtonnets courts et assez minces; les bâtonnets claviformes et annelés, rares; d'ailleurs $= D$.	$< D$	0
	4.	homme, 20 ans (scarlatine)	2			
III.	5.	garde-malade, 29 ans (hôpital Frédéric)	nombreuses	$= D$, mais nombre de bâtonnets et relativement peu de bâtonnets claviformes.	$< D$	0
	6.	garde-malade, 21 ans (hôpital Frédéric)				
IV.	7.	femme, 25 ans (employée à l'hôpital du Blegdam)	5-9 et plus	$= D$, mais avec bâtonnets considérablement plus longs et plus minces.	$< D$	0
B.						
V.	8.	femme, 21 ans (hôpital du Blegdam)	1-5	Bâtonnets courts et gros; *coccobacilles* fréquents.	?	
	9.	femme, 26 ans (hôpital du Blegdam)	4		0	0
VI.	10.	écoliers, 11-14 ans	6	Comme en B V; dans certains milieux, les bacilles peuvent prendre tout à fait l'aspect du bacille spécifique de la diphtérie.	0	0
	11.		2			
	12.		40			
	13.		5-6			
	14.	homme, 25 ans	nombreuses			

un nouveau groupement (I—VI) montrant leurs différences mutuelles quant à la culture et sous d'autres rapports.

Cultures au bouillon.	Changements de réaction des cultures au bouillon.	Cultures sur gélose nutritive.	Cultures sur gélose glycérinée.	Cultures sur gélatine.	Cultures sur pommes de terre.	Cultures sur sérum.	Coloration.
= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*
= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*
Formation d'un enduit membraneux. Aspect légèrement trouble et diffus.	Plus rapides que dans les cultures de *D*.	Croissance plus forte.	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*	= *D*
= *D*	= *D*	Croissance plus forte.	Croissance plus forte.	Croissance plus forte.	= *D*	Colonies un peu plus blanchâtres et plus diffuses.	= *D*
Forte production de membranes et de trouble.	Réaction alcaline prononcée dans des cultures âgées de 2-3 jours.	Croissance plus forte.	Croissance plus forte.	Croissance plus forte.	= *D*	= *D*	= *D*
id.	id.	id.	id.	id.	= *D*	= *D*	= *D*

Le groupe A comprend les cultures, différant des cultures typiques de la diphtérie soit seulement par la virulence, soit aussi par des variétés de culture si petites qu'on ne s'en aperçoit qu'en les comparant immédiatement avec des cultures de contrôle du même âge.

Les bacilles du groupe B diffèrent beaucoup plus de la culture diphtérique typique: d'ordinaire ils se présentent en bâtonnets courts et gros, parfois sous la forme de *coccobacille*. Les bacilles claviformes et annelés ne se trouvent que rarement dans ces cultures; pourtant, ils se retrouvent constamment et en grand nombre dans d'anciennes cultures au bouillon, parfois aussi dans les cultures sur sérum provenant immédiatement du pharynx. Dans ces conditions, les cultures B ne laissent voir au microscope aucune différence perceptible par rapport aux cultures A et aux cultures typiques de la diphtérie. Entre celles-ci et les bacilles B il y a encore les différences que voici: 1° la formation marquée d'un enduit membraneux et un aspect trouble des cultures au bouillon; 2° ces cultures-là ne présentent pas la réaction acide, mais leur alcalescence croît et persiste; 3° l'aérobie inévitable; 4° la croissance plus rapide sur gélose nutritive, gélose glycérinée et gélatine.

Je regarde comme indubitable l'identité des bacilles A avec les bacilles pseudo-diphtériques de l'école française (Roux et Yersin, Cornil et Babès), tandis que selon moi les types B sont les bacilles pseudo-diphtériques décrits par Zarniko, Escherich et plusieurs autres bactériologistes, surtout allemands. C'est peut-être là une explication de la grande différence entre les idées des deux écoles sur le rapport du bacille pseudo-diphtérique avec le bacille Lœffler: si la plupart des savants allemands ont opéré sur des bacilles du groupe B, on conçoit plus aisément leur propension à regarder le bacille pseudo-diphtérique comme une espèce saprophyte, différant du bacille Lœffler. Je partageais moi-même cette opinion jusqu'à ce que mon doute fût éveillé, soit par mon observation des

métamorphoses des bacilles B durant leur culture dans du bouillon, soit par mon observation des deux cas de diphtérie ci-dessus décrits, dans lesquels, en une journée ou en quelques jours, les bacilles spécifiques virulents de la diphtérie remplacèrent des bacilles non virulents pour le cobaye, lesquels, dans l'un de cas, ne peuvent se distinguer, à aucun égard, de nos types B, tandis que dans l'autre cas la seule différence consistait dans leur anaérobie facultative et leur croissance sur un seul milieu. D'ailleurs, pour le moment il est impossible de résoudre péremptoirement la question de savoir si les bacilles pseudo-diphtériques sont originairement des saprophytes non virulents apparentés au bacille Lœffler, ou s'ils en sont des variétés physiologiques.

La quantité des bacilles pseudo-diphtériques variait beaucoup chez les 14 sujets (voir tableau, colonne 3). Le plus souvent, on avait de la peine à en constater la présence dans un très petit nombre de colonies; mais trois fois on les a trouvés en grande quantité (A III, 5, 6; B VI, 14).

On peut donc trouver le pharynx de sujets sains encombré de grandes quantités de bacilles pseudo-diphtériques. Ce fait pourrait faire douter que la méthode Roux-Yersin mérite une absolue confiance comme moyen diagnostique. Car la possibilité d'utiliser pour le diagnostic clinique de la diphtérie le simple examen macroscopique et microscopique des cultures sur sérum, dépend absolument (voir plus haut p. 291) de la justesse de l'affirmation de MM. Roux et Yersin, c'est-à-dire que le bacille pseudo-diphtérique, s'il se trouve dans les cultures sur sérum, provenant de gosiers angineux, n'y est jamais qu'en extrêmement petite quantité. Or, si un sujet sain dont le pharynx recèle des masses de bacilles pseudo-diphtériques, est atteint d'angine non diphtérique, il se pourrait que, avec les microcoques pathogènes des cultures sur sérum, provenant de son pharynx, on trouvât de nombreuses colonies de bacilles pseudo-diphtériques, que par conséquent le simple examen

microscopique fera prendre pour des bacilles Lœffler. Seulement au cas où, durant leur développement, les différentes bactéries pathogènes qui engendrent des angines, supplanteraient les bacilles pseudo-diphtériques, ladite difficulté ne surgirait pas; déjà en 1893, M. Janson a émis la présomption qu'une telle supplantation a toujours lieu, s'appuyant, entre autres choses, sur l'observation du fait que les bacilles pseudo-diphtériques se trouvent beaucoup plus rarement chez les malades angineux que chez les sujets sains. Je puis moi-même confirmer cette observation; car, sur 83 malades angineux, j'ai trouvé des bacilles pseudo-diphtériques chez trois seulement, tandis que, sur 135 sujets sains, je les ai trouvés chez 14. Mais, en outre, j'ai eu l'occasion d'observer directement que les bacilles pseudo-diphtériques furent supplantés par des microcoques pathogènes chez un des sujets dont j'examinais par cultures le pharynx pendant quelque temps, jour par jour. Dans la gorge d'une des gardes-malades de l'hôpital Frédéric, on put constater la présence de grandes quantités de bacilles pseudo-diphtériques; puis, le nombre en diminua notablement dans l'espace de quelques jours, tandis que les streptocoques apparurent dans les cultures, augmentant leur nombre graduellement, jusqu'à ce qu'enfin les streptocoques se trouvassent à l'état de pureté, les bacilles pseudo-diphtériques ayant complètement disparu; en même temps on constatait l'apparition d'une angine folliculaire; pendant la marche de cette maladie on ne pouvait démontrer que des streptocoques.

Dans un autre cas je n'ai pas observé la supplantation jour par jour; mais il est hors de doute qu'il en était de même dans ce cas-là: le pharynx de l'une des gardes-malades ne cessa pas de présenter, durant environ six semaines, quantité de bacilles pseudo-diphtériques. Peu après, on fit un examen où l'on ne réussit pas à en constater la présence; mais on apprit que durant les jours précédents la malade avait eu une angine catarrhale qui n'était pas encore tout à fait terminée.

Il y a encore une troisième observation qui parle en faveur de l'hypothèse Janson, bien qu'elle ait trait, non pas aux bacilles pseudo-diphtériques, mais à des bacilles diphtériques virulents provenant présumablement d'une diphtérie guérie (comp. plus haut, p. 298): dans le pharynx d'un employé de l'hôpital du Blegdam, qui ne présentait aucun symptôme morbide, on trouva constamment, durant cinq semaines environ, de nombreux bacilles diphtériques; puis leur nombre commença de diminuer, en même temps que les cultures présentaient de nombreux microcoques. Les bacilles diphtériques finirent par disparaître complètement; les microcoques se trouvèrent alors à l'état de pureté et, quelques jours plus tard, ledit sujet fut atteint d'une angine pseudo-membraneuse, dont les fausses membranes ne présentaient que des microcoques.

Avril 1894.

Eksperimentale Undersøgelser over Forholdet imellem Atomvægten for Ilt og Brint.

Af

Julius Thomsen.

(Meddelt i Mødet den 31. Maj 1895.)

Vandets kvantitative Sammensætning har allerede ofte været Genstand for Undersøgelser, og man har i det væsentlige fulgt tvende Veje til Besvarelsen af dette Spørgsmaal. Dels har man benyttet Reduktion af Kobberilte med Brint, hvorved man dog kun faar Vandets Iltmængde bestemt, dels har man maalt de tvende Bestanddeles Vægtfylde i luftformig Tilstand og maalt det Rumforhold, i hvilket disse forene sig til Vand. Den første Undersøgelsesmaade, som allerede blev benyttet af Berzelius og senere af Dumas, Erdmann og Marchand og i den seneste Tid af Keiser, har givet Resultater, efter hvilke Forholdet imellem Iltens og Brintens Atomvægte skulde være omtrent som 15,96 : 1, medens andre nyere Undersøgelser, udførte efter samme Methode af Noyes, Dittmar, Henderson, og Leduc have ført til Forholdet omtrent 15,89; det laveste Forholdstal, 15,867 var Resultatet af Dittmar og Hendersons Arbejde. Den anden Undersøgelsesmaade d. e. Bestemmelse af Luftarternes Vægtfylde og Rumforholdet ved deres Forening, er bleven anvendt af Cooke og Richard, Rayleigh, Scott og Morley, og disse Undersøgelsers Resultater ligge omkring 15,87 : 1; de nærme sig altsaa meget til Resultaterne af den

anden Gruppe af de førstnævnte Forsøg. Det svage Punkt i den første Methode er den, at den kun bestemmer Mængden af den ene Bestanddel i Vandet, Ilten, netop den, som findes i størst Mængde, og at altsaa Brintens Mængde afledes som Forskel imellem Vandets og Iltens Vægt, hvorved mulige Fejl overføres paa Vægten af den Bestanddel, som forekommer i den ringeste Mængde, og altsaa stærkt paavirker Vægtforholdet imellem Bestanddelene. Ved Benyttelsen af den anden Metode, blive vel begge Bestanddelene vejede, men Bestemmelsen af Brintens Vægtfylde ligesom ogsaa af Rumfanget, i hvilket de tvende Luftarter, Ilt og Brint, forene sig, frembyder store Vanskeligheder.

Derfor forsøgte jeg for nogle Aar siden at løse Opgaven ad indirekte Vej, idet jeg bestemte Vægtforholdet, i hvilket Ammoniak og Klorbrinte forene sig. Undersøgelsen førte til et Forhold imellem Iltens og Brintens Atomvægte af meget nær 16 : 1; men ogsaa denne Metode har sine Svagheder; dels afhænger det beregnede Resultat af Størrelsen af Klorets og Kvælstoffets Atomvægte, af hvilke det sidstnævnte endnu er noget usikkert; dels er det neppe muligt tilfulde at undgaa Absorption af atmosfærisk Luft i de benyttede Vædsker og endelig er det usikkert, om Luftarterne kunne afvandes tilstrækkeligt ved disse Forsøg. Uoverensstemmelsen imellem Resultatet af disse og de andre Forsøg blev Anledningen til at jeg atter optog Spørgsmaalet for at forsøge at besvare det paa en ny og direkte Maade.

Jeg stillede mig den Opgave at bestemme Vandets tvende Bestanddele efter Vægt uden at være henvist til at veje eller maale dem i luftformig Tilstand. Til dette Øjemed valgte jeg Vandets Adskillelse af Aluminium, idet jeg i et særligt dertil indrettet Apparat lod vejede Mængder Aluminium virke paa en koncentreret Kaliopløsning; da Apparatet var saaledes indrettet, at den udviklede Brint forlod samme i tør Tilstand, maatte altsaa Forskellen før og efter Forsøget angive Vægten af den

udviklede Brint. I en anden Række Forsøg blev Udviklingsapparatet forbundet med et lille Forbrændingsrum af Glas, i hvilket Brinten, efterhaanden som den blev udviklet, blev forbrændt til Vand ved tilført luftformig Ilt; Vægtforøgelsen af det samlede Apparat maatte i dette Tilfælde være lig Vægten af den til Forbrændingen fornødne Ilt. Forholdet imellem disse to Størrelser, Vægtforøgelsen i det andet Tilfælde og Vægtformindskelsen i det første, beregnet for lige store Vægtmængder opløst Aluminium, maatte saa give Forholdet imellem Iltens og Brintens Vægt i Vandet.

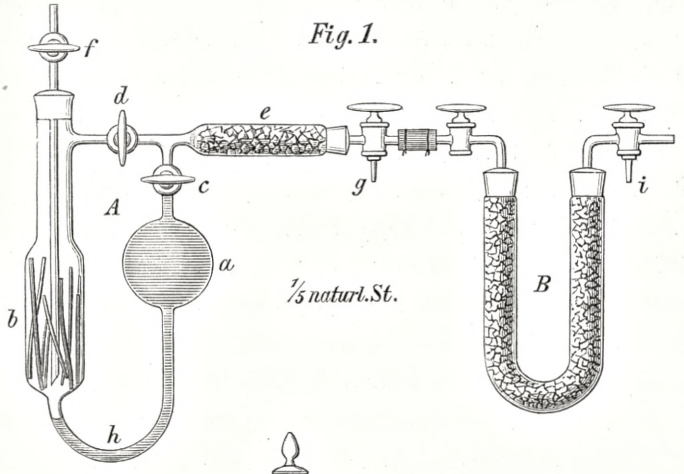
Ved disse Forsøg blev det ikke nødvendigt at benytte absolut rent Aluminium, naar kun Aluminium af samme Beskaffenhed blev anvendt til samtlige Forsøg; thi Vægten af den udviklede Brint vilde da være proportional med Vægten af det anvendte Aluminium. Forsøgene bleve udførte i stort Antal, saa at der i disse blev opløst omtrent 300 Gram Aluminium. Neden for giver jeg nu først en Beskrivelse af de benyttede Apparater og Meddelelse om Undersøgelsens Hovedresultat, dernæst i det andet Afsnit en Meddelelse af de eksperimentale Enkeltheder og deres Beregning.

A. Beskrivelse af den eksperimentale Metode og Meddelelse af det indvundne Resultat.

1. Bestemmelse af den Vægt Brint, der frigøres ved Opløsning af en Vægtenhed Aluminium i koncentreret Kalilud.

Det for denne Del af Undersøgelsen benyttede Apparat er afbildet i Fig. 1; det er helt af Glas med indslebne Propper. *A* er Udviklingsapparatet, i hvilket Reaktionen imellem Aluminium og Kaliopløsningen finder Sted. *B* er Tørreapparatet for den udviklede Brint; det bestaar af to *U*-formede Rør, fyldte med en Blanding af Fosforsyreanhydrid og fintkornet Pimpsten (kun et af disse Rør er angivet i Tegningen. *A* har to Beholdere; den kugleformede *a* er ved Forsøgets Begyndelse fyldt med en Opløsning af to Dele Kalihydrat i 3 Dele Vand; den

Fig. 1.



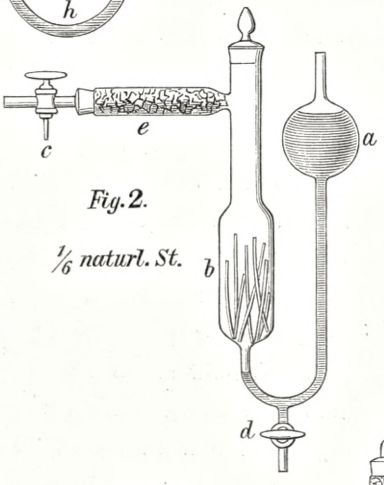
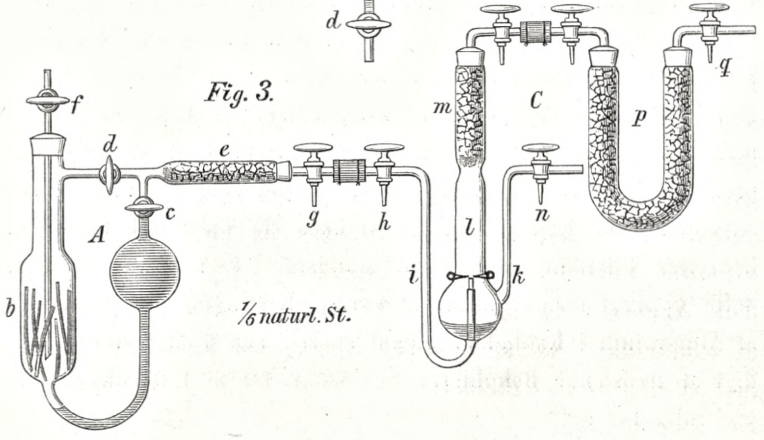


Fig. 2.

⅙ naturl. St.

Fig. 3.



cylindriske Beholder *b* indeholder derimod det til Opløsning bestemte Aluminium, som benyttes i Pladeform, i Strimler af c. 1 Centimeters Brede og 7 Centimeters Længde. Lysningen af Røret *h*, som forneden forbinder disse tvende Beholdere er ringere end 1 Cm., saa at Metalstrimlerne ikke kunne glide ned i samme. Forinden Forsøgets Begyndelse er Hanen *c* lukket, og Kalioplosningen udfylder hele Beholderen *a* og Røret *h* indtil 1 Centimeter nedenfor Beholderen *b*. Naar da Hanen *c* aabnes, løber Kalioplosningen gennem Røret *h* over i Beholderen *b*, hvor Reaktionen dernæst indtræder. Brinten vil da, efterhaanden som den udvikles, passere Hanen *d* og Røret *e*, som er fyldt med fint knust og sigtet vandfrit Klorkalcium, dernæst videre gennem Tørreapparatet *B* og endelig forlade Apparatet.

Før Forsøgets Begyndelse og forinden Apparaternes Vægt bestemmes, maa den atmosfæriske Luft fortrænges af samme og erstattes med Brint. Dertil anvendes et Udviklingsapparat af lignende Konstruktion som *A*, men simplere i Formen; det er afbildet i Fig. 2. Beholderen *a* og *b* samt Røret *e* have samme Bestemmelse, som de tilsvarende i Fig. 1; men Beholderen *a* er her aaben, og den kan altsaa fyldes direkte gennem Aabningen *g* med Kalilud; dens Indhold er omtrent 100 Cubc. Beholderen *b*, som foroven sluttes med en indsleben Glasprop, kan fyldes med Aluminium gennem den tilsvarende Aabning; for hver 25 Gram Aluminium kan man faa c. 30 Litre Brint, hvilket er tilstrækkeligt til 15 Anvendelser af Apparatet. Naar man engang har uddrevet den atmosfæriske Luft af dette Apparat og dernæst lukket Hanen *c*, vil det senere straks kunne anvendes; thi Kalioplosningen trykkes da op i Beholderen *a*, hvorefter Udviklingen af Brint standser. Ved Anvendelsen af dette Apparat maa erindres, at Varmeudviklingen ved Opløsning af Aluminium i Kalilud er meget stærk, saa at det er nødvendigt at nedsænke Beholderen *b* i Vand, for at Udviklingen kan gaa rolig for sig.

Forberedelserne til Forsøgene ere nu følgende: Beholderen *a* Fig. 1 skal fyldes med Kalilud; man lukker derfor Hanen *d*, aabner *c* og *g* og borttager Hanen *f* med det til samme tilsmeltede Rør; man sætter da en Tragt med langt, snævert Rør i Aabningen, fylder Luden langsomt gennem Tragten, idet man samtidig ved at suge Luft fra Hanen *g* sørger for, at Luden hæves ind i Beholderen *a* uden at befugte Væggene i Beholderen *b*. Naar *a* er helt fyldt indtil Hanen *c*, lukkes denne, og man lader da endnu saa meget Lud løbe til, at den fylder Røret *h* indtil omtrent 1 Cent. Meter nedenfor Beholderen *b*. Dernæst bringes det afvejede Aluminium (7—8 Gram) ned igennem Aabningen *f*; det stiller sig da opret i Beholderen *b*, som derpaa lukkes, idet man indsætter Hanen *f* med det med samme forbundne Rør, som naaer helt ned til Bunden af Beholderen; Hensigten med dette Rør skal nedenfor blive omtalt.

Dernæst skal Luften uddrives af Apparatet; da Tørreapparaterne allerede ere fyldte med Brint fra de foregaaende Forsøg, gælder det altsaa kun at fylde Apparatet *A* med Brint; man forbinder da Hanen *g* med det beskrevne Brintapparat og aabner saa Hanerne *g*, *d* og *f*; Brinten gaaer da gennem Røret *e* og Hanen *d* ind i den øvre Del af Beholderen *b*, hvor den atmosfæriske Luft trænges nedefter, idet den finder Udvej gennem det til Hanen *f* knyttede Rør, som udmunder i Beholderens nederste Del. Da det fyldte Apparats Luftrumfang kun udgør omtrent 90 Centimeter, er Luften hurtigt fortrængt af samme; en Litre Brint er fuldt tilstrækkelig; men for en Sikkerheds Skyld anvendtes stedse 1,5 Litre. Rumfanget af den gennemstrømmende Luft iagttages ved til Hanen *f* at knytte et Kautschukrør, som fører Luften under Vand ind i et Maalekar. Naar det fornødne Brintrumfang har passeret gennem Apparatet lukkes Hanerne *f* og *g*, og Vægten af det hele Apparat (Udviklingsapparat og Tørrerør) bestemmes ved gentagne Vejninger.

Man forbinder dernæst Udviklingsapparatet med Tørrerørene

aabner saa for Hanen *c*, hvorved Kalioplosningen løber over i Beholderen *b*. Reaktionen og Brintudviklingeu tager sin Begyndelse; Brinten gaar igennem de aabnede Haner og Tørreapparatet ud i det fri. Apparatet *A* sættes nu i en Beholder med destilleret Vand af 25—30°, hvorved Varmeudviklingen kompenseres, og Brintudviklingen forløber regelmæssig i Løbet af de $3^1/_2$—4 Timer, som Forsøget varer. Naar næsten alt Metal er opløst, fjernes Vandbeholderen, hvorved Varmegraden stiger og Reaktionen føres til Ende. Man lukker dernæst Hanen *i* og lader Apparatet henstaa nogle Timer, for at den sidste Rest af Brint kan udvikle sig, aabner endelig atter Hanen *i*, for at det opstaaede Overtryk kan udjævnes. Apparatet er nu i samme Tilstand som forinden Forsøget, d. v. s. fyldt med Brint ved Rummets Varmegrad og Lufttryk, og er nu færdigt til Vejning. Da Apparatets samlede Indhold af Brint udgør c. 0,016 Gram, vil en ringe Forskel i Lufttryk og Varmegrad kun udøve en aldeles forsvindende Indflydelse paa dets Vægt. Apparatet har selvfølgelig tabt i Vægt; Vægttabet, beregnet paa den i det følgende Afsnit angivne Maade, giver Vægten af Brint, som svarer til en Vægtenhed Aluminium.

Da den udviklede Brints Vægt kun er ringe, gennemsnitlig kun 0,9 Gram i hvert Forsøg, og da man derfor ikke tør gøre Regning paa en stor Nøjagtighed af de enkelte Forsøg (rimeligvis en Promille), er det nødvendigt at udføre et stort Antal Forsøg. Denne Forsøgsrække omfatter derfor 21 Forsøg, i hvilke der i alt blev anvendt 162,3705 Gram Aluminium og udviklet 18,1778 Gram Brint, d. v. s. omtrent 200 Liter Brint, hvilket giver, beregnet for Vægt i lufttomt Rum (se næste Afsnit)

$$\frac{\text{Brint}}{\text{Aluminium}} = \frac{18{,}1778}{162{,}3705} . 0{,}99955 = 0{,}11190 \pm 0{,}000015.$$

Altsaa giver hvert Gram Aluminium 0,11190 Gram Brint. Dette Resultatet gælder selvfølgelig kun for det til Forsøgene benyttede Aluminium og kan ikke umiddelbart benyttes til Beregning af Aluminiumets Atomvægt; thi dels forandrer

Kaliopløsningens Rumfang sig noget, naar Aluminium opløses i samme, og dels er det benyttede Metal ikke absolut rent Aluminium, hvilket vilde udøve en Indflydelse ved en Beregning af dettes Atomvægt, medens det er uden Indflydelse for det foreliggende Formaal.

2. Bestemmelse af den Vægt Ilt, som er fornøden til Forbrænding af den ved Opløsning af en Vægtenhed Aluminium i Kaliopløsning udviklede Brint.

Det til dette Formaal benyttede Apparat er afbildet i Fig. 3. Det bestaar af to Dele; den ene er det ved den forud beskrevne Undersøgelse benyttede Apparat A med Udelukkelse af Tørreapparatet B, den anden bestaar af et lille Glasapparat, i hvilket Brinten ved Forbrænding omdannes til Vand, efterhaanden som den udvikles i A. Apparatets Indretning fremgaar tydeligt af Tegningen; i den nederste kugleformet udvidede Del af C udmunde to Kapillarrør i og k, af hvilke det første, som ender i et af tyndt Platinblik dannet Rør, tjener til at føre Brinten, som udvikles i A, til Forbrændingsrummet l, medens den til Forbrændingen fornødne Ilt føres igennem Røret k. Brinten behøver selvfølgelig ikke at være tørret, hvorimod Ilten, forinden den passerer Hanen n, har gennemstrømmet et par U-formede Rør med Fosforsyreanhydrid. Antændelsen af den gennem Røret i indtrædende Brint sker ved Forsøgets Begyndelse ved en Række Induktionsgnister imellem de paa Siderne af Brænderaabningen indsmeltede Platintraade. Forbrændingen foregaar altsaa i Røret l, og det dannede Vand samler sig i den nederste kugleformede Del, som kan rumme c. 30 Gr. Vand, hvilket er tilstrækkeligt til at rumme den Vandmængde, som dannes i tre paa hinanden følgende Forbrændingsforsøg. Røret $l\,m$ er indsnevret paa Midten; den snevre Forbindelse er udfyldt med Glasuld, og over samme, altsaa i Røret m, er Rummet fyldt med fintkornet og sigtet vandfrit Klorkalcium. Under Forbrændingen er Apparatet nedsænket i Isvand, saa at kun en ringe

Mængde Vanddamp føres gennem Røret m med det ringe Overskud af tilført Ilt; den fuldstændige Udtørring foregaar i det U-formede Rør p, der er fyldt med Forsforsyreanhydrid paa Pimpstenskorn. Dette Rør tiltager kun 0,002 til 0,003 Gram for hvert Forsøg, i hvilket der dannes 7—8 Gram Vand; det er ved Mundingen q forbundet med et Mariottesk Kar (der ikke er angivet i Tegningen), omtrent 1,5 Liter stort, bestemt til at optage Overskudet af tilført Ilt og tillige til at iagttage, at et saadant Overskud bestandigt tilføres Forbrændingsrummet; Overskuddets Størrelse udgør omtrent en Tiendedel af den til Forbrændingen fornødne Iltmængde.

Selve Forsøget forberedes nu paa følgende Maade. Apparatet A bliver forsynet med Kalilud og en afvejet Mængde Aluminium (c. 8 Gram) ganske paa samme Maade, som angivet i det foregaaende Afsnit, og dernæst Luften uddrevet med Brint. Saafremt alle Dele af Apparatet C ikke allerede ere fyldte med Ilt efter et forudgaaende Forsøg, uddrives Luften af samme med Ilt. Dernæst blive begge Apparater vejede samtidigt, og efterat Vægten er endelig bestemt ved gentagne Vejninger, samles Apparatets tvende Hoveddele, Forbindelse tilvejebringes ved q med det Mariotteske Kar og ved n med Tørreapparaterne for Iltstrømmen, alle Haner i Apparatet C aabnes, hvorefter Iltstrømmen reguleres. Dernæst sætter man Induktionsstrømmen i Virksomhed og aabner saa endelig Hanen c paa Apparatet A. Luden løber da fra Beholderen a ind i b, og Reaktionen indtræder. Naar denne har opnaaet en passende Størrelse, aabnes Hanen g, hvorved den udviklede Brint føres gennem i til l, antændes og vedbliver at brænde i den tilstedeværende Ilt. Ledningen for Induktionsstrømmen fjernes; Apparatet C nedsænkes i Vand, saaledes at Forbrændingsrummet l befinder sig omsluttet af samme, og Vandet holdes afkølet ved Tilsætning af Is. Omkring Apparatet A anbringes ligeledes en Beholder med destilleret Vand af 25—30° Varme. Brintudviklingen naar snart sin fulde Størrelse og holder sig dernæst

konstant; selvfølgelig maa Ilttilførselen efterhaanden forøges indtil Brintudviklingen har naaet sin fulde Størrelse. Efter omtrent 3 Timers Forløb nærmer sig Reaktionens Slutning; Brintudviklingen bliver svagere, og man fjerner Vandbeholderen omkring *A*, hvorved Varmegraden i *b* stiger, og Reaktionen gaar til Ende. Naar Brintflammen trækker sig tilbage i Brænderens Platinrør, afbrydes Brintstrømmen ved at lukke Hanen *g*. Man fjerner nu Isvandsbeholderen omkring *l* og lader vedvarende en meget langsom Strøm af Ilt gaa gennem Apparatet *C*, indtil Apparatet har antaget Luftens Varmegrad. I Udviklingsapparatet foregaar endnu en svag Brintudvikling; for at maale Størrelsen af den endnu resterende Brint, som altsaa ikke bliver forbrændt, forbindes Tregangshanen *g* med et snævert Glasrør, igennem hvilket Brinten føres til et Maaleapparat, hvor det opsamles over Vand; denne udgør reduceret til 0° og 760 Mm. i de forskellige Forsøg 12—60 Cubc., altsaa kun en meget ringe Del af den hele Brintmængde, som er omkring 10 Litre for hvert Forsøg. Med lukkede Haner henstaar saa Udviklingsapparatet til den følgende Dag, hvorved endnu udvikles en meget ringe Mængde Brint, hvis Rumfang tages med i Beregning. Efter at dette er fjernet, ere nu begge Dele af det hele Apparat i samme Tilstand som før Forsøget, Udviklingsapparatet fyldt med Brint og Forbrændingsapparatet saa vel som Tørrerøret med Ilt ved Luftens Varmegrad og Tryk.

Apparaternes samlede Vægt bestemmes dernæst ved gentagne Vejninger; Vægtforøgelsen angiver Vægten af den til Forbrændingen fornødne Iltmængde, selvfølgelig med de fornødne Korrektioner, saaledes som det omtales i det følgende Afsnit.

I elleve saadanne Forsøg blev ialt opløst 86,9358 Gram Aluminium i Kalilud; Vægten af den forbrugte Ilt udgjorde 76,7786 Gram, og det reducerede Rumfang af den luftformig opsamlede Brint var ialt 0,4096 Litre. Resultatet af disse Forsøg, beregnet for det lufttomme Rum, bliver paa den i det følgende Afsnit beskrevne Maade:

$$\frac{\text{Ilt}}{\text{Aluminium}} = 0{,}88787 \pm 0{,}000018.$$

Dette er altsaa det andet Hovedresultat af Undersøgelsen.

3. Undersøgelsens Hovedresultat.

Den eksperimentale Undersøgelse har altsaa, beregnet paa den i det følgende Afsnit beskrevne Maade, givet følgende to Hovedstørrelser:

$$\frac{\text{Brint}}{\text{Aluminium}} = 0{,}11190 \pm 0{,}000015.$$

$$\frac{\text{Ilt}}{\text{Aluminium}} = 0{,}88787 \pm 0{,}000018,$$

d. v. s. naar i det anvendte Apparat 1 Gram af det benyttede Aluminium opløses i koncentreret Kalilud, udtræder 0,11190 Gr. Brint i luftformig Tilstand af Apparatet; endvidere, naar denne Brintmængde forbrændes til Vand, udfordres dertil en Vægt af 0,88787 Gram Ilt. Forholdet imellem disse to Værdier giver altsaa Vandets Sammensætning, beregnet for det lufttomme Rum:

$$\frac{O}{H_2} = \frac{0{,}88787 \pm 0{,}000015}{0{,}11190 \pm 0{,}000018} = 7{,}9345 \pm 0{,}0011,$$

hvilket altsaa giver Forholdet imellem Atomvægtene for Brint og Ilt

$$H : O = 1 : 15{,}8690 \pm 0{,}0022.$$

Dette Resultat stemmer meget nøje med de i den senere Tid foretagne Undersøgelser, ved hvilke Vandets Sammensætning bestemtes ved Vejning af de luftformige Bestanddele eller Bestemmelse af deres Vægtfylde og med Hensyntagen til det Rumfang, i hvilket disse Luftarter forene sig; saaledes fandt

Cooke og Richard	1 : 15,869	15,870
Rayleigh og Scott	1 : 15,882	
Morley	1 : 15,879	

Medens de nyere Undersøgelser, væsentligt udførte ved Reduktion af Kobberilte med Brint, have givet.

Noyes	1 : 15,886	15,878
Dittmar og Henderson . . .	1 : 15,867	
Leduc	1 : 15,881	

Forskellen imellem disse Tal er kun ringe; rimeligvis er den sidste Gruppes Middeltal, 15,878, endnu lidt for højt, da ældre Forsøg, udførte af Dumas, Erdmann og Marchand og senere af Keiser (1888) efter den samme Methode, endog har givet en Middelværdi 15,964. Overensstemmelsen imellem den første Gruppes Middeltal og den af mig fundne Værdi vinder i Betydning derved, at mine Undersøgelser ere udførte efter en hel ny Methode, og da jeg ved mine Undersøgelser fuldstændigt har undgaaet at maatte veje eller maale store Luftmængder og derved ikke har været paavirket af de Ulemper, som saadanne Arbejder medføre, er der Grund til antage, at det af mig fundne Forhold

$$H : O = 1 : 15{,}8690$$

nærmer sig meget til Sandheden og næppe fjerner sig fra denne udover 4. Decimal.

B. Forsøgenes Enkeltheder og deres Beregning.

1. Forsøgene over den Vægtmængde Brint, som udvikles ved Opløsning af en Vægtenhed Aluminium i Kalilud.

Den benyttede Opløsning af Kalihydrat indeholdt 2 Dele Kalihydrat med 3 Dele Vand, og i hvert Forsøg blev anvendt omtrent 60 Gram af samme. Vægten af det til hvert Forsøg benyttede Aluminium var 7—10 Gram. Da Vægten af den ved et saadant Forsøg udviklede Brint kun udgør omtrent 0,85 Gr., blev der udført 21 saadanne Forsøg for derved om muligt at fjerne Indflydelsen af de uundgaaelige Afvigelser mellem de enkelte Forsøg. Efterfølgende Tabel indeholder nu Vægten af det til hvert Forsøg benyttede Aluminium samt Vægten af den frigjorte Brint; denne Vægt fremkommer, som allerede omtalt, som Forskel imellem Udviklingsapparatets Vægt før og efter Reaktionen, selvfølgelig reduceret til lige Varmegrad og Lufttryk.

Af de iagttagne Vægtmængder afledes den absolute Vægt, d. v. s. Vægten i lufttomt Rum paa sædvanlig Maade. Naar a er Vægten af Aluminiumet, vejet med Messinglodder, s og s, Vægtfylden af Aluminium og af Messing (henholdsvis 2,67 og 8,5) og endvidere l Vægten af en Kubikcentimeter Luft ved Forsøgets Varmegrad og Lufttryk (c. 0,00120 Gram), saa vilde Aluminiumets Vægt ved Vejning i lufttomt Rum have været

$$a_0 = a\left(1 + \frac{l}{s} - \frac{l}{s,}\right)$$

og af de ovenfor angivne Værdier følger da:

$$a_0 = 1{,}00031 \cdot a.$$

Ved Beregning af Brintens absolute Vægt maa erindres, at den iagttagne Vægt fremkommer som Forskel imellem det afspærrede Apparats Vægt før og efter Reaktionen, hvorved Luftens Indflydelse paa Vægtforskellen forsvinder, idet Vægten selvfølgelig er beregnet for samme Varmegrad og Tryk. Naar den iagttagne Vægtforskel er b, bliver den absolute (for lufttomt Rum)

$$b_0 = b\left(1 - \frac{l}{s,}\right),$$

eller med Benyttelsen af de angivne Værdier

$$b_0 = (1 - 0{,}00014)\ b.$$

Det absolute Forhold imellem Brintens og Aluminiumets Vægt bliver altsaa

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{b\ (1 - 0{,}00014}{a\ (1 + 0{,}00031} = 0{,}99955 \cdot \frac{b}{a}.$$

Den følgende Tabel indeholder nu i 1. Spalte Aluminiumets Vægt, i 2. Spalte Brintens og i 3. det i ovenstaaende Formel beregnede Forholdstal.

a Aluminium.	b Brint.	$0{,}99955 \cdot \frac{a}{b}$.
5,8632 Gr.	0,6558 Gr.	0,11180
7,4249 —	8302 —	11175
7,0203 —	7862 —	11194
7,1692 —	8037 —	11205
7,1217 —	7972 —	11189
7,1485 —	8010 —	11200
7,9498 —	8903 —	11194
7,4275 —	8305 —	11175
7,4140 —	8300 —	11190
7,5256 —	8419 —	11182
7,6134 —	8534 —	11204
7,6649 —	8590 —	11202
7,8186 —	8764 —	11204
7,6088 —	8510 —	11179
7,6434 —	8548 —	11178
7,4645 —	8365 —	11202
7,8692 —	8808 —	11188
7,8946 —	8835 —	11186
7,8190 —	8749 —	11185
10,5024 —	1,1759 —	11190
10,4070 —	1,1648 —	11187
162,3705 Gr.	18,1778 Gr.	$0{,}11190_2$

I disse 21 Forsøg er der altsaa i alt opløst 162,3705 Gr. Aluminium og udviklet 18,1778 Gram eller omtrent 200 Liter Brint. Middelværdien for Forholdstallet bliver altsaa

$$0{,}99955 \cdot \frac{18{,}1778}{162{,}3705} = 0{,}11190_2;$$

de største Afvigelser fra dette Middeltal ere $\pm 0{,}00015$; men paa Grund af det store Antal Forsøg bliver den sandsynlige Fejl i Middeltallet, beregnet efter den almindelige Formel:

$$0{,}67 \sqrt{\frac{\Sigma \cdot c^2}{20 \cdot 21}} = \pm 0{,}000015,$$

og saaledes bliver da Resultatet af denne Del af Undersøgelsen

$$\frac{\text{Brint}}{\text{Aluminium}} = 0{,}11190 \pm 0{,}000015.$$

2. Forsøgene til Bestemmelse af den Vægt Ilt, som er fornøden til Forbrænding af den Brintmængde, der udvikles ved Opløsning af en Vægtenhed Aluminium i Kalilud.

Som allerede omtalt udføres Forsøget paa den Maade, at Udviklingsapparatet forbindes direkte med Forbrændingsapparatet, saa at Brinten, efterhaanden som den udvikles, omdannes til Vand ved den tilledede Ilt. Begge Dele af Apparatet bleve vejede før og efter Forsøget; Forskellen imellem disse tvende Vægte giver Vægten af den til Forbrændingen fornødne Iltmængde; dog ere nogle Korrektioner fornødne.

Naar c og d betegne Vægten af det hele Apparat før og efter Forsøget (selvfølgelig ved samme Varmegrad og Tryk) saa er $d—c$ Iltens tilsyneladende Vægt. Da nu Apparatets Rumfang er uforandret før og efter Forsøget, og da Vejningen sker med Messinglodder, vil Vægtforandringen, beregnet for lufttomt Rum, ligesom ovenfor blive 0,99986 $(d-c)$. Ligesom Udviklingsapparatet er fyldt med Brint før og efter Forsøget, saaledes er Forbrændingsapparatet fyldt med Ilt; men det ved Forbrændingen dannede Vand uddriver et Rumfang med Vanddamp mættet Ilt lig med dets eget Rumfang. Betegner man nu den absolute Vægt af den til Forbrændingen medgaaede Iltmængde ved e, saa er Vægten af det dannede Vand tilnærmelsesvis $1{,}126 \cdot e$. Naar endvidere f er Rumfanget af et Gram Vand ved Forsøgets Varmegrad og g Vægten af en Kubikcentimeter med Vanddamp mættet Luft ved Forsøgets Varmegrad og Lufttryk, saa bliver Vægten af den af det dannede Vand fortrængte Iltmængde $1{,}126.e.f.g$, og dette er et Vægttab, som bør bringes med i Beregning.

Som allerede omtalt bliver en ringe Del af den ved Forsøgets Slutning udviklede Brint ikke forbrændt, fordi Udviklingen

i dens sidste Del er meget langsom. Denne Brintmængde bliver opsamlet og maalt i luftformig Tilstand; udtrykkes dets reducerede Rumfang i Litre ved h, saa er Vægten af denne Brintmængde $0{,}0900\ h$, som ligeledes er et Vægttab for det hele Apparat.

Vægtforøgelsen, som det hele Apparat viser, er altsaa Forskellen imellem Vægten af den forbrugte Ilt og luftformigt udviklede Brint, eller

$$0{,}99986\,(d-c) = e\,(1 - 1{,}126 \cdot f \cdot g) - 0{,}0900 \cdot h.$$

Den absolute Vægt af den til Forbrændingen medgaaede Ilt bliver da:

$$e = \frac{0{,}99986\,(d-c) + 0{,}0900\,h}{1 - 1{,}126 \cdot f \cdot g}.$$

Dersom den luftformigt udviklede Brintmængde h var forbrændt til Vand, vilde den have udfordret 7,935 Gange sin Vægt Ilt, og følgelig vilde Iltmængden ved en fuldstændig Forbrænding af den hele Brintmængde, som udvikles ved Reaktion af Aluminiumet paa Kaliopløsningen have været

$$E = e + 7{,}935 \cdot 0{,}0900 \cdot h = e + 0{,}7141\,.\,h.$$

Altsaa bliver den hele Iltmængde, som svarer til den benyttede Vægt Aluminium,

$$E = \frac{0{,}98986\,(d-c) + 0{,}0900\,h}{1 - 1{,}126\,f \cdot g} + 0{,}7141\,.\,h.$$

Naar den iagttagne Vægt af det benyttede Aluminium er a, vilde den absolute Vægt i lufttomt Rum være

$$A = 1{,}00031\,.\,a.$$

Forholdet imellem disse to Udtryk, altsaa $E : A$, giver den til en Vægtenhed Aluminium svarende Vægtmængde Ilt, d. v. s. den Vægt Ilt, som vilde udfordres til fuldstændig Forbrænding af den h e l e ved Reaktionen udviklede Brintmængde. Man har derfor

$$\frac{\text{Ilt}}{\text{Aluminium}} = \frac{E}{A} = \frac{0{,}99986\,(d-c) + 0{,}0900\,h}{1{,}00031 \cdot a\,(1 - 1{,}126\,f \cdot g)} + \frac{0{,}7141 \cdot h}{1{,}00031 \cdot a}.$$

Dette Udtryk er ubekvemt for Beregningen, men det kan omformes til det følgende:

$$\frac{\text{Ilt}}{\text{Aluminium}} = \frac{(1 + n)(d - c) + 0{,}8038\,h}{a},$$

som er langt simplere. Da imidlertid Produktet $f.g$ ikke er konstant, idet det forandrer sig med Varmegrad og Lufttryk, bliver ej heller n konstant; denne Størrelse faar nemlig for Lufttryk imellem 750 og 770 Mm. og 18 til 22° C., indenfor hvilke Grænser Forsøgenes fysiske Konstanter i Reglen have ligget, følgende Værdier:

	18°	20°	22°
750 Mm.	0,00103	0,00102	0,00101
760 —	105	104	103
770 —	107	106	105

Disse Størrelser maa derfor benyttes ved Beregninger; saaledes faar man altsaa for $1 - n$ ved 760 Mm. og 20° Faktoren 1,00104 o. s. v.

Den følgende Tabel indeholder nu Enkelthederne i 11 saadanne Forsøg, i hvilke der i alt blev opløst 86,9358 Gram Aluminium. Den 1. Spalte angiver Aluminiumets Vægt i Gram; den anden Spalte Vægtforandringen ligeledes i Gram for det samlede Apparat, d. v. s. den tilsyneladende Vægt af den forbrugte Iltmængde; den 3. Spalte angiver Rumfanget af den luftformigt udviklede Brint i Litre, reduceret til 760 Mm. og 0°; den 4. Spalte indeholder Værdien af n, som benyttes ved Beregningen paa Grund af Forsøget Varmegrad og Lufttryk; den 5. Spalte indeholder Værdien af $(1 + n)(d - c) + 0{,}8038\,h$, og endelig den 6. Spalte den til en Vægtenhed Aluminium svarende Vægt Ilt.

a Alu-minium.	$d-c$ Ilt.	h Liter Brint.	n.	$(1+n)(d-c+0{,}8038h$	$\frac{E}{A}$
8,1140	7,1704	0,0330	0,00105	7,2043	0,88788
7,8905	6,9896	123	104	7,0067	88799
7,9792	7,0307	562	107	7,0834	88774
8,0938	7,1328	563	107	7,1856	88779
7,7530	6,8287	594	104	6,8835	88785
7,7631	6,8639	271	104	6,8928	88789
8,2226	7,2737	253	104	7,3015	88798
7,9042	6,9982	155	104	7,0179	88787
7,6514	6,7470	476	106	6,7924	88773
7,7185	6,8138	414	102	6,8539	88798
7,8455	6,9298	355	106	6,9656	88785
86,9358	76,7786	0,4096	$1{,}00104_8$	77,1876	0,88787

Middeltallet for disse 11 Forsøg er altsaa 0,88787: Middelafvigelsen for de enkelte Forsøg udgør $\pm$ 0,00007; Middeltallets sandsynlige Fejl bliver, beregnet paa sædvanlig Maade, $\pm$ 0,000018. Resultatet af denne anden Del af Undersøgelsen er altsaa

$$\frac{\text{Ilt}}{\text{Aluminium}} = 0{,}88787 \pm 0{,}000018;$$

forbindes dette med det ovenfor fundne

$$\frac{\text{Brint}}{\text{Aluminium}} = 0{,}11190 \pm 0{,}000015,$$

fremtræder det allerede ovenfor meddelte Forhold

$$O : H_2 = 7{,}9345 \pm 0{,}0011,$$

hvoraf

$$O : H = 15{,}8690 \pm 0{,}0022,$$

hvilket altsaa er Iltens Atomvægt i Forhold til Brintens som Enhed; medens 1,00826 vilde blive Brintens Atomvægt, naar Atomvægten for Ilt sættes til 16.

En Sammenligning mellem dette Resultat og Resultaterne af de tidligere Undersøgelser over dette Forhold har jeg allerede givet i det foregaaende Afsnit.

Experimentalundersøgelse over Berøringselektricitetens Oprindelse.

Første Meddelelse.

Af

C. Christiansen.

(Meddelt i Mødet den 15. November 1895.)

Efter Volta opstaar Spændingsforskellen i et galvanisk Element i Berøringsfladen mellem de forskellige Metaller. Denne Anskuelse støttes paa Forsøg med Kondensatorelektroskopet. Imidlertid ere disse Forsøg ikke absolut bevisende, da Spændingsforskellen lige saa godt kan fremkomme i Grænsefladen mellem Metal og Luft. Den sidste Anskuelse maa endog siges at være bevist ved de kvantitative Maalinger af Peltiers Virkning, der give en saa ringe Varmeudvikling ved Lodningsstederne, at den Spændingsforskel, som findes der, kun kan være højst ubetydelig i Sammenligning med den, der fremtræder ved Kondensatorforsøg.

Man anser det derfor nu som givet, at der er en Spændingsforskel mellem Metallerne og Luften; Spørgsmaalet er da om Betingelserne, for at den skal dannes. Det er jo muligt, at den blotte Berøring mellem Luft og Metal er tilstrækkelig; men det er mere sandsynligt, at der gaar en kemisk Proces forud. Man har mangfoldige Forsøg, der vise, at overmaade smaa, ofte usynlige, Forandringer af Metallets Overflade ere tilstrækkelige til at frembringe en indgribende Forandring i

Spændingsforskellen. Navnlig har Pellat[1]) gjort overraskende Iagttagelser i denne Retning. Herved maa ogsaa de meget variable Resultater, som Kohlrausch og Hanckel have erholdt ved Maalinger med Luftkondensatorer, forklares. Særlig Interesse frembyde i denne Henseende de Undersøgelser, som J. Brown[2]) har anstillet. Han fandt, at Spændingsrækken har et helt andet Udseende, naar Kondensatorforsøgene anstilles i en Atmosfære af Svovlbrinte eller Chlorbrinte. Ganske vist angribes Metallerne ogsaa tydeligt nok af disse Luftarter, men dette er i Virkeligheden i Overensstemmelse med den utvivlsomme Virkning af Luftens Ilt paa de Metaller, som staa øverst i Spændingsrækken. At Platin og flere andre Metaller skifte Plads i Rækken, eftersom de have indsuget Ilt eller Brint, taler for det samme.

Skønt denne Betragtningsmaade vistnok nu er den almindeligt antagne, ere Beviserne for den dog neppe ganske tilfredsstillende. Det er ikke klart, hvilke de Luftarter ere, der bestemme Ordenen i Spændingsrækken, ligesom man heller ikke veed, om der finder en egenlig kemisk Forbindelse Sted eller der blot er en Tendens til denne, en Polarisation. Jeg haaber ved det følgende at kunne bidrage noget til Belysning af disse Spørgsmaal.

§ 1. Methoden.

Jeg har i mine sidste Arbejder beskæftiget mig med Spørgsmaalet om Gnidnings- og Berøringselektricitetens Oprindelse, og navnlig kom jeg ved Forsøgene over Gnidningselektriciteten til det Resultat, at Ilten efter al Sandsynlighed spillede en fremragende Rolle. Videre Undersøgelser og Overvejelser have i høj Grad bestyrket mig i denne Opfattelse, og jeg haaber i det følgende at kunne føre et afgørende Bevis for,

[1]) Pellat: Journal de physique. T. 10, p. 68, 1881.

[2]) J. Brown: Phil. Mag. (5), vol. 6, S. 142, 1878, vol. 7, S. 109, 1879 og Proceed. of the Royal Society. Vol. 41, S. 294, 1887.

at den af Volta opdagede Berøringselektricitet hidrører fra en Indvirkning af Ilt paa Metallerne. Jeg gaar altsaa ud paa at vise, at de almindelige Kondensatorforsøg med Zink- og Kobberplader ikke ville give nogen Spændingsforskel, naar Metalpladerne aldrig have været i Berøring med Ilt, men at Spændingsforskellen vil fremkomme, saasnart Ilt kommer til. At ogsaa andre Luftarter, der kunne virke kemisk paa Metallerne, eller rettere, hos hvilke der er en Tendens til kemisk Virkning, ville virke paa samme Maade, er ikke udelukket; her tænker jeg navnlig paa den atmosfæriske Lufts Bestanddele, af hvilke jeg mener at Ilten alene er virksom. For at gøre Fremstillingen saa kort og overskuelig som muligt, vil jeg først beskrive den anvendte Fremgangsmaade; da den under hele Arbejdet i Hovedsagen har været den samme, vil det ikke være nødvendigt senere at komme tilbage til den. Jeg har benyttet Straaleelektroder ved alle Forsøgene; denne Methode er vel nærmest at betegne som Lord Kelvins Methode; i Grundtanken er den jo gammel, da Straaleelektroden her er sat i Stedet for de tidligere anvendte Flammer.

Lord Kelvin har ogsaa benyttet den til at paavise Berøringselektriciteten, navnlig mellem Zink og Kobber, ved et Forsøg, i hvilket han lod Zinkspaaner falde ud af en Kobbertragt, som bares af et Zinkrør[1]). Denne Methode har, saavidt mig bekendt, ikke senere været anvendt til Maaling af Berøringselektriciteten. Det er den, som jeg har søgt at udvikle videre.

Jeg har i alle mine Forsøg anvendt Kvægsølv eller flydende Amalgamer, som hældtes i den isolerede Jærnbeholder A, der omtrent rummer et Kilogram Kvægsølv. Det er ved Kautschukslangen B forbunden med Glasrøret C, der ender i en Spids, hvis indre Diameter varierede fra 0,15 til $0{,}3^{mm}$. Dette Rør er med Segllak indsmæltet i en Korkprop, som lukker Glasrøret D. Inden i dette staa to Metalplader EE, hvis Afstand er $2—3^{mm}$,

[1]) Maxwell Treatise, I. ed., § 248.

deres Brede er 2—3^{cm}, Længden fra 5 til 15^{cm}. D staar ned i en Jærnbeholder F, som staar paa en Skellakplade G. Fyldes F med Kvægsølv, vil Beholderen D være lukket, og man kan nu gennem Rørene H og I fylde den med en hvilkensomhelst Luftart. I C indsmæltes en Platintraad, som forbindes med den ene Pol af et Kvadrantelektrometer, den anden Pol forbindes med Beholderen F. Strømmer Kvægsølv nu ud i en Straale paa nogle Millimeters Længde af Røret C, vil Elektrometret angive Spændingsforskellen mellem Kvægsølvet og «Pladeelektroderne» EE. Det anvendte Elektrometers Følsomhed var saa stor, at et Udslag af 10^{mm} svarede til en Volt; en Spændingsforskel af $^1/_{100}$ Volt kunde da maales. I enkelte Tilfælde har Fremgangsmaaden været noget anderledes. Ved Forsøg i atmosfærisk Luft kan Røres D undværes; Pladerne E maa da understøttes paa anden Maade. Undertiden opsamledes det udstrømmende Kvægsølv for at bestemme Indflydelsen af Udstrømningshastigheden. De Modifikationer, som Fremgangsmaaden i dette og lignende Tilfælde maa undergaa, ere saa simple, at det ikke er nødvendigt at opholde sig derved. Hele Apparatet stod inde i en Trækasse 52^{cm} høj og ligesaa bred, Dybden 27^{cm}; den var indvendig beklædt med Messingplader, som forbindes med Jorden og med Elektrometrets ene Pol.

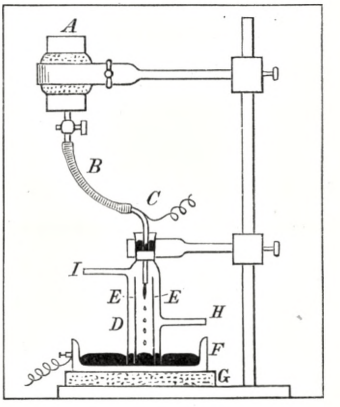


Fig. 1.

§ 2. Spændingsforskel V mellem Metaller og rent Kvægsølv i atmosfærisk Luft.

Ved disse Forsøg anvendtes rent destilleret Kvægsølv, Pladeelektroden dannedes af det Metal, som skulde undersøges. Resultaterne for de enkelte Stoffer var følgende:

1. Magnium. Pladerne gnedes med Smergelpapir, Spændingen aftog temmelig hurtigt, formodentlig paa Grund af stedfindende Iltning. Højeste iagttagne Værdi. $V = 1{,}10$ Volt.

2. Aluminium. Pladerne gnedne med Smergelpapir, $V = 0{,}86$ Volt.

3. Zink. Zink, gneden med Smergelpapir, gav temmelig variable Værdier, Middel $V = 0{,}74$. Ved Opvarming til 170° i 2 Timer iltedes Pladen og gav $V = -0{,}01$. Zink udfældet galvanisk af Zinksulfat gav $V = 0{,}815$, efter to Timers Henstand 0,75. Amalgameret Zink gav $V = 0{,}74$.

4. Kadmium, galvanisk udfældet af Kadmiumsulfat, gav $V = 0{,}78$.

5. Bly. En Blyplade skrabet med en Kniv gav $V = 0{,}48$, amalgameret Bly $V = 0{,}54$. Bly udfældet galvanisk af Blynitrat gav $V = 0{,}70$, Blyoverilte udfældet af samme Opløsning gav $V = -1{,}025$. Endelig undersøgtes Blypladerne i en efter Plantés Forskrift dannet Akkumulator; jeg fandt for Anoden $V = -0{,}87$, for Kathoden $V = 0{,}56$; Akkumulatorens elektromotoriske Kraft var 2,02 Volt.

6. Kobber. En Kobberplade renset med konc. Salpetersyre gav i to Forsøg $V = 0{,}08$ og $V = 0{,}07$. Gnidning med Smergelpapir gav $V = 0{,}06$ og $V = -0{,}13$; amalgameret Kobber $V = 0{,}07$; Kobber iltet ved Opvarming til Rødglødhede $V = -0{,}65$. Galvanisk udfældet Kobber gav $V = 0{,}01$ Volt.

7. Jærn. Jærn gnedet med Smergel gav i tre Forsøg: $V = 0{,}200$, $V = 0{,}157$ og $V = 0{,}229$. Blaat anløbet ved Opvarming over en Blæserørsflamme fandtes for Jærn $V = -0{,}330$.

8. Tin. Fortinnet Jærnblik gnedet med Smergel gav $V = 0{,}414$. Samme amalgameret gav $V = 0{,}442$, medens Staniol gav $V = 0{,}557$.

9. Nikkel. Nikkelplade gneden med Smergel gav $V = 0{,}171$.

10. Sølv, meget rent (96 %). Sølv, gnedet med Smergel gav $V = -0{,}030$. Samme amalgameret $V = -0{,}037$.

11. Platin. Platinplade opvarmet til Rødglødhede og afkølet i Vand gav i to Forsøg $V = 0{,}03$ og $V = -0{,}02$. Samme glødet og afkølet i Luft: $V = -0{,}397$. Af Platinplader, der havde været anvendte til Vandadskillelse, gav den anodiske i et Forsøg $V = -0{,}483$, i et andet $V = -0{,}56$, den kathodiske $V = 0{,}089$.

12. Kul. Forsøg, anstillede med Kulstænger til Buelys, gave temmelig usikkre Resultater, fra $V = -0{,}2$ til $-0{,}3$. Grafitpulver udrørt i Vinaand og afsat paa Messing, gav $V = -0{,}167$, paa Platin $-0{,}338$.

De omtrentlige Værdier for Spændingsforskellen mellem de undersøgte Metaller og Kvægsølv bleve altsaa:

Tabel I.

Mg	*Al*	*Zn*	*Sn*	*Pb*	*Fe*	*Ni*	*Cu*	*Ag*	*C*
1,10	0,86	0,74	0,56	0,48	0,20	0,17	0,00	−0,03	−0,2 Volt.

Man ser, at Resultaterne i det hele stemme godt overens med, hvad ældre Undersøgelser af Kohlrausch, Hankel, Pellat og andre have lært. I sig selv have disse Maalinger dog kun ringe Interesse, da Metallerne dels ikke ere rene, dels afhænger deres Plads i Spændingsrækken af mange forskellige Omstændigheder. Et Resultat vil jeg kun fremhæve; Maalingerne afgive Beviset for, at Metallernes Spændingsforskel kunne bestemmes ved Forsøg med Draabeelektroder.

Der er et Forhold ved denne Methode, som det her er Stedet at gøre opmærksom paa. Det er bekendt, at en Vædskestraale, idet den deler sig i Draaber, i Reglen udsender mindre Draaber til Siderne. Disse Draaber ville i mange Tilfælde hænge fast ved Pladeelektroderne, og de kunne bevirke, at Forsøgene give urigtige Resultater. Ere Metallerne rene, vil der i flere Tilfælde dannes Amalgam, undertiden bliver Pladen derved opløst, hvilket ofte iagttages med Magnium og Bly. Anvendes Jærn, synes Draaberne ikke at have nogen Indvirkning; bedst er det dog at benytte Kul. Jeg bruger da som Pladeelektrode

de to Stænger som faas ved at save et Lyskul igennem paa langs. Den hænger Kvægsølvet ikke gerne ved. Saadanne Kulelektroder har jeg for det meste benyttet ved de Forsøg, ved hvilke Amalgamernes Spænding bestemmes.

§ 3. Spændingsforskel i forskellige Luftarter.

Efterfølgende Tabel vil forstaas uden videre Forklaring; kun bemærkes, at Spændingen ofte forandres meget langsomt, naar Luftarterne ombyttedes; det er derfor ikke sikkert, at det endelige Resultat altid er naaet.

Tabel II.

Spændingsforskel i Volt mellem Metaller og Kvægsølv i forskellige Luftarter.

	Atm. Luft.	Brint.	Atm. Luft.	Kulsyre.	Ilt.	Kulsyre.	Atm. Luft.	Brint.	Atm. Luft.
1. Magnium	1,17	1,02	1,33	1,15	1,17	0,97	0,61	0,76	0,46
2. — iltet . .	0,82	0,38	0,90	0,78	0,70	0,66	0,82	0,72	0,90
3. Aluminium	0,76	0,60	0,69	0,66	0,35	0,52	0,61	0,43	0,58
4. Zink	0,82	0,74	0,83	0,85	0,45	0,57	0,80	0,63	0,85
5. — iltet	—0,29	—0,53	—0,37	—0,48	—0,52	—0,50	—0,48	—0,60	—0,43
6. Tin	0,56	—0,08	0,28	0,28	0,24	0,26	0,28	0,25	0,30
7. Bly	0,57	0,53	0,57	0,59	0,46	0,54	0,56	0,38	0,55
8. Jærn	0,23	0,14	0,28	0,16	0,00	0,00	0,09	0,03	0,09
9. — blaat anløbet	—0,48	—0,87	—0,67	—0,87	—0,87	—0,87	—0,68	—1,17	—0,75
10. Kobber	—0,02	—0,27	0,02	0,00	—0,08	—0,02	—0,02	—0,10	0,00
11. — iltet	—0,34	—0,59	—0,35	—0,62	—0,67	—0,50	—0,38	—0,65	—0,38
12. Platin	—0,08	—0,02	—0,07	—	—0,21	—0,02	—0,09	—0,03	—0,06
13. Kul	—0,30	—0,40	—0,38	—0,26	—0,30	—0,23	—0,23	—0,30	—0,23

1. Magniumpladerne vare gnedne med Smergelpapir. De amalgameredes af Kvægsølvdraaberne, hvorved de bleve bedækkede med et sort Lag af et Ilte (Magnesia) blandet med Kvægsølv. Dette Ilte kan fjernes ved Gnidning med Smergelpapir,

men dannes snart igen. Denne Iltning er vistnok Grunden til, at Spændingen efterhaanden aftager stærkt.

2. I denne Forsøgsrække benyttedes Magniumplader, der først havde været opvarmede til 300° C. i en halv Time.

3. og 4. Aluminium- og Zinkpladerne vare gnedne med Smergelpapir.

5. Zinkpladerne vare først i $^1/_2$ Time opvarmede til 300° C.

6. Fortinnede Jærnplader gnedne med Smergelpapir.

7. Blypladerne skrabede med en Kniv.

8. 10. og 12. Disse Metalplader vare gnedne med Smergelpapir.

9. Jærnpladerne opvarmedes i en Glasblæserflamme, indtil de bleve blaat anløbne.

11. Kobberpladerne iltedes ved at opvarmes til Rødglødhede i Glasblæserflammen.

13. Kulpladerne dannedes ved at gennemsave et Stykke Lyskul paa langs.

Tabellen angiver Spændingsforskellen mellem Metallerne og Kvægsølv; den viser, at denne Forskel afhænger for en Del af den Luftart, i hvilken Maalingerne foretoges. Det første Spørgsmaal er nu, om Kvægsølvet selv paavirkes af Luftarterne. Dette er vel ikke udelukket, men maa dog anses for mindre sandsynligt og kan i hvert Fald ikke forklare de store Variationer, der iagttoges hos enkelte Metaller, f. Ex. Tin. Vi ville derfor gaa ud fra, at det er Metallerne, der forandres.

Det er bekendt, at Platin bliver positivt i Brint, negativt i Ilt, dette have vi ogsaa set ved det ovennævnte Forsøg med Elektroder af Platin (S. 365). I Overensstemmelse hermed viser Tabellen, at Brint gør Platin mindre negativt, medens Ilt virker stærkt til at gøre det negativt. Alle de andre undersøgte Stoffer staa lavere i Spændingsrækken i Brint end i atmosfærisk Luft. Denne Virkning er især stærk hos Tin og Kobber, ved den formindskes Spændingen henholdsvis med 0,64 og 0,25 Volt.

I Hovedsagen virker Ilten paa samme Maade, dog ikke saa stærkt, Virkningen er navnlig stor hos Aluminium, Zink og Jærn. Kulsyre har næppe nogen Indvirkning paa de rene Metaller, derimod virker den paa de iltede Metaller, idet Spændingsforskellen bringes til at aftage. Paa at forklare disse Forhold skal jeg ikke indlade mig her.

§ 4. Draabeelektroder af rent Kvægsølv.

Efter at jeg havde overbevist mig om, at Straaleelektroder af rent Kvægsølv kunne benyttes til Maaling af Berøringselektriciteten, laa det nær at undersøge Virkningen af Straaleelektroder af Amalgamer. Da selv meget svage Amalgamer i denne Henseende forholde sig som det Metal, Amalgamet indeholdt, i hvert Fald i galvaniske Elementer, laa det nærmest at vente, at man kunde bestemme Amalgamernes Stilling i Spændingsrækken ved at danne Straaleelektroder af dem. Derved viste sig imidlertid uventede Vanskeligheder. Sammenlignes en Draabeelektrode af Zinkamalgam ($^1/_{1000}$) med rent Kvægsølv, kommer man til det Resultat, at Spændingsforskellen mellem dem altid er positiv, Zinkamalgam staar højere i Spændingsrækken, men denne Forskel kan have alle Værdier mellem 0 og omtrent 0,84 Volt. Man ser, at denne Forskel vokser, naar Amalgamet gøres stærkere, kun kan den ikke overstige 0,84 Volt. Den vokser, naar Straalen bliver længere eller Rørets Diameter bliver større.

Under disse Omstændigheder bliver det vigtigt nøjere at undersøge Straaleelektroden af rent Kvægsølv, for at se, om dens Længde og Diameter har nogen Indflydelse paa de maalte Spændingsforskelle. I Tabel 3 findes Resultaterne af en saadan Forsøgsrække. D betegner Diametren af Udstrømningsrøret i Millimeter, L den sammenhængende Straales Længde i Millimeter, P den Vægt Kvægsølv i Gram, som udstrømmer i et Minut, e Spændingsforskellen mellem Kvægsølvet og Pladeelektroderne, som vare af Kul. I Tabellen er tillige under T anført

den Tid, maalt i Sekunder, en Kvægsølvdel er om at bevæge sig fra Udstrømningsaabningen til Enden af Straalen; jeg kalder i det følgende T Straalens Varighed. Til Bestemmelse af T haves

$$\pi\left(\frac{D}{20}\right)^2 \cdot \frac{L}{10T} \cdot 13{,}596 \cdot 60 = P,$$

$$T = 0{,}64\frac{D^2L}{P}.$$

TABEL IV.

Spændingsforskel med Kvægsølv og Kul i atm. Luft.

Diameter D	Straale-længde L	Hg Mængde P	Varighed T	Spænding e
mm	mm	gr	sec	Volt
0,150	10	25,2	0,0056	0,18
	9,5	26,0	53	18
	8	22,7	50	10
	8	21,6	53	15
	5,5	21,0	37	19
	3	21,4	20	17
	2,5	20,0	18	17
0,187	9	28,4	0,0071	0,19
	5,5	23,2	53	19
	4	32,0	28	19
0,237	21	55,0	0,0137	0,15
	16	44,0	131	18
	9	37,4	87	18
	5	33,8	53	12
0,268	24	72,0	0,0153	0,16
	23	71,4	148	15
	17	46,0	170	16
	14	51,0	126	20
	8	38,4	96	20
	7	44,0	73	16
	4	38,2	48	18
0,297	32	100,2	0,0181	0,16
	27	98,6	154	14
	22	82,6	150	15
	20	79,4	142	16
	16	59,6	152	16
	12	59,0	115	16
	9	58,0	88	16
	6	42,0	65	17
	2,5	45,0	31	16

Skønt de iagttagne Spændingsforskelle ikke ere absolut ligestore, synes de dog ikke at afhænge af Straalens Længde eller Diameter; at de ikke ere fuldkommen ligestore, ligger snarest i Iagttagelsesfejl. Vi betragte derfor Spændingsforskellene med Anvendelse af rent Kvægsølv som uafhængige af Straalens Beskaffenhed.

Om den omgivende Luftarts Natur har nogen Indflydelse paa Kvægsølvets Stilling i Spændingsrækken, kan vanskelig afgøres, da vi kun kunne iagttage Spændingsforskellen

$$V = Hg \mid \text{Luft} + \text{Luft} \mid \text{Pladeelektrode}.$$

Nu viser Tabel II, at V afhænger af Luftartens Natur; dog vil en nærmere Betragtning af denne Tabel vistnok snarest frembringe det Indtryk, at Forandringen i V hidrører fra Pladeelektroden, altsaa fra det faste Metal; jeg gaar derfor i det følgende ud fra, at Kvægsølvets Plads i Spændingsrækken er den samme, enten det strømmer ud i Ilt, Brint, Kulsyre eller atmosfærisk Luft.

Ved at betragte Tallene for Straalens Varighed T ser man, at T er tilnærmelsesvis konstant for længere Straaler; for kortere Straaler vokser T derimod med Længden.

§ 5. Draabeelektroder af Zinkamalgam i atm. Luft.

Anvendes nu i Stedet for rent Kvægsølv et Zinkamalgam, faas ganske andre Resultater, som det ses af Tabel V (S. 371).

Man ser af denne Tabel, at Zinkamalgamets Spænding bliver desto større, jo længere Straalens Varighed er. Man ledes herved til at antage, at Zinkamalgamet, naar Straalen varer en meget kort Tid, 0,002 sec. f. Ex., forholder sig som rent Kvægsølv. Deraf følger igen, at der maa foregaa en eller anden Proces for at fremkalde Spændingsforskellen.

Dette bekræftes ogsaa ved Forsøg med stærkere Amalgamer. Derved viser det sig nu tillige, at Forsøgene blive desto

Tabel V.

Spændingsforskel mellem Zinkamalgam og Kul i atm. Luft.

0,232 Gr. Zink i 1000 Gr. Kvægsølv.

Diameter D	Straale-længde L	Hg Mængde P	Varighed T	Spænding V
mm	mm	gr	sec	Volt
0,150	10	24,0	0,0060	0,23
	8	19,9	58	23
	5	18,6	39	18
	3	17,0	25	20
0,237	22	53,8	0,0147	0,50
	16	44,0	131	44
	8,5	37,0	83	42
	5	34,0	53	24
	2	30,4	24	20
0,297	33	98,0	0,0190	0,74
	25	81,2	174	64
	17	68,2	141	60
	10	55,4	102	30
	7,5	55,0	77	30
	4	50,2	45	22

vanskeligere og Resultaterne derfor desto usikkrere, jo stærkere Amalgamet er. Vel vilde det være muligt at faa gode Resultater, naar Straalens Længde iagttoges i samme Øjeblik som Spændingsforskellen. Dertil vilde imidlertid kræves mindst to Iagttagere, og jeg har hidtil ikke anseet det for nødvendigt at gaa nærmere ind paa denne Sag, da det Spørgsmaal, jeg her stiller, besvares med tilstrækkelig Tydelighed af de Forsøg, jeg nu skal anføre.

Tabel VI.

Spændingsforskel mellem Zinkamalgam og Kul i atm. Luft.

Gr. Zink i 1000 Gr *Hg*	Diameter *D*	Længde *L*	*Hg* Mængde *P*	Varighed *T*	Spænding *V*
	mm	mm	gr	sec	Volt
0,5	0,150	6,5	19,6	0,0048	0,35
		3	17,1	25	32
	0,187	4	25,2	0,0036	0,52
		2	16,1	28	20
	0,237	14	42,2	0,0119	0,64
		8	34,3	84	60
		4	31,7	45	32
	0,268	16	58	0,0127	0,77
		8	43	85	58
		3,5	39	41	39
	0,297	20	75	0,0151	0,85
		9	53,5	95	87
		7	51	77	51
		4,5	46	55	40
1,0	0,187	3	22,8	0,0029	0,39
	0,237	14	36,5	0,0138	0,47
		3	31,3	34	21
	0,268	15	49,8	0,0139	1,05
		3	—	—	0,39
	0,297	lang	81		1,04
			58,1		0,81
			51,6		85
2,0	0,150	5	17,1	0,0042	0,61
		3	16,0	0,0027	50
	0,187	9	26,2	0,0077	0,82
		4	22,8	0,0039	61
	0,237	13	44,2	0,0106	1,04
		9,5	33,1	103	1,04
		4	31,0	46	1,08
	0,268	6	36,7	0,0075	1,11
	0,297	lang	—	—	1,08
		9	44,8	0,0114	0,86
		4	41,7	54	65

Af Tabellerne V og VI faas nu følgende maximale Værdier for de iagttagne Spændingsforskelle mellem Zinkamalgam og Kul:

TABEL VII.

Maximumsværdi for V i Volt.

Gr. Zink i 1000 Gr. Hg	Rørets Diameter i mm.				
	0,150	0,187	0,237	0,268	0,297
0,0	0,16	0,19	0,15	0,17	0,16
0,232	0,23	—	0,50	—	0,74
0,5	0,35	0,52	0,64	0,77	0,87
1,0	—	—	—	1,05	1,04
2,0	0,61	0,82	1,08	1,11	1,08

Paa en enkelt Undtagelse nær vokse disse Maximumsværdier med Rørets Diameter, og det er saaledes aabenbart, at Spændingsforskellen afhænger af Rørets Beskaffenhed, og at den med voksende Rørdiameter og voksende Varighed af Straalen nærmer sig til et Maximum.

At det væsentligt kommer an paa Straalens Varighed, fremgaar af alle Forsøgene; ordnede efter denne faas af Tabel V og VI:

TABEL VIII.

Spændingsforskellens Afhængighed af Varigheden.

0,232 Gr. Zink i 1000 Gr. Kvægsølv.

T	V	T	V
sec	Volt	sec	Volt
0,0024	0,20	0,0083	0,42
25	20	102	30
39	18	131	44
45	22	141	60
53	24	147	50
58	23	174	64
60	23	190	74
77	30		

0,5 Gr. Zink i 1000 Gr. Kvægsølv.

T	V	V	T
sec	Volt	sec	Volt
0,0025	0,32	0,0077	0,51
28	20	84	60
36	52	85	58
41	39	95	87
45	32	119	64
48	35	127	77
55	40	151	85

§ 6. Iltens Indflydelse paa Spændingsforskellen.

Idet jeg paa Grund af det foranførte antog, at der maatte foregaa en Forandring med Amalgamet, mens det dannede en sammenhængende Straale, laa det nærmest for mig at antage, at der skete en Slags Iltning af Zinken. Det var let at prøve dette ved at lade Zinkamalgam strømme ud i iltfri Brint og i atmosfærisk Luft; der skulde da vise sig en væsentlig Forskel.

Ved disse Forsøg benyttedes Pladeelektroder af Jærn, som ved længere Tids Brug var noget iltet. Med rent Kvægsølv var der næsten ingen Forskel, enten Udstrømningen foregik i Brint eller atm. Luft; den oversteg ikke 0,03 Volt.

Anderledes med Zinkamalgam; jeg tilberedte forskellige saadanne; efterfølgende Tabeller indeholder Resultaterne af to Forsøgsrækker, der tydelig vise Forskellen.

Tabel IX.

Gr. Zink i 100^{cc} Hg	Brint V_H	Atm. Luft V_L	$V_L - V_H = e$
	Volt	Volt	Volt
$^1/_4$	0,09	0,36	0,27
$^1/_2$	0,08	0,51	0,43
1	0,14	0,75	0,61
2	0,06	0,90	0,84
4	0,15	1,01	0,86

En anden lignende Forsøgsrække gav følgende Resultat:

Tabel X.

Gr. Zink i 100cc Hg	Brint V_H	Atm. Luft V_L	$V_L - V_H = e$
	Volt	Volt	Volt
0,33	0,10	0,36	0,26
0,56	0,09	0,51	0,42
1,69	0,15	0,90	0,75
4,02	0,15	1,04	0,89
7,56	0,15	0,89	0,74

e betegner her Spændingsforskellen mellem Amalgamet og rent Kvægsølv. Man ser, at den vokser med Zinkholdigheden; af den sidste Forsøgsrække synes det at fremgaa, at den ved de stærkere Koncentrationer igen aftager; om det virkelig forholder sig saaledes, har jeg endnu ikke undersøgt. I hos-

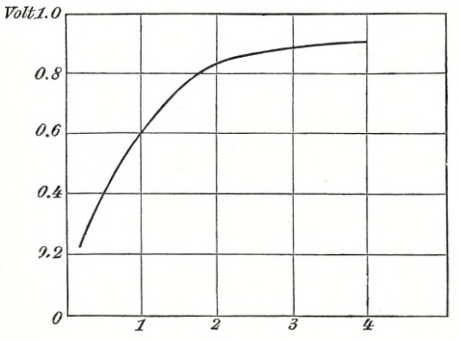


Fig. 2.

staaende Figur 2 ere Resultaterne af disse to Forsøgsrækker fremstillede grafisk med Udeladelse af det sidste Forsøg (med 7,56 Gr. Zn.).

For at se, om det er Ilten, der giver Anledning til at Zinkamalgamet staar højere i Spændingsrækken i atmosfærisk Luft end i Brint, anstillede jeg Forsøg, i hvilke Spændingen bestemtes

baade i atm. Luft, Brint og Ilt. Ilten var tørret med konc. Svovlsyre og Fosforsyre, den indeholdt ikke 1 pCt. fremmede Luftarter. Først fyldtes Apparatet med den Luftart, der skulde undersøges, derefter foretoges Forsøgene i følgende Orden: rent Kvægsølv, Zinkamalgam, rent Kvægsølv. Udstrømningsrørets Diameter var 0,237^{mm}; Pladeelektroderne vare af Kul. Der anvendtes 5 Opløsninger med 1, $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$ Gram Zink pr. Kilogram Kvægsølv.

Tabel XI.

Spændingsforskel mellem Zink-Amalgamer og Kul.

Zinkmængde.	Atm. Luft.	Brint.	Ilt.
	Volt	Volt	Volt
0	0,19	0,15	0,16
1	0,91	0,21	1,01*
0	0,32	0,14	0,21
0	0,18	0,18	0,28
$^1/_2$	0,61	0,12	0,94*
0	0,28	0,14	0,37
0	0,19	0,12	0,31
$^1/_4$	0,47	0,15	1,01*
0	0,19	0,15	0,31
0	0,19	0,17	0,21
$^1/_8$	0,30	0,16	0,82
0	0,19	0,14	0,37
0	0,13	0,14	0,21
$^1/_{16}$	0,14	0,17	0,56
0	0,17	0,12	0,28

Af Tabellen ses, at Zinkamalgam og rent Kvægsølv forholde sig paa det nærmeste ens i Brint; vel er der Forskel paa Tallene, der snarest tyde paa, at Brint gør Zinkamalgam svagt positiv i Forhold til rent Kvægsølv, men Forskellen er saa ringe, at vi her ville se bort fra den.

At Zinken bliver stærkere positiv i Ilt end i atmosfærisk Luft, er iøjnefaldende og maatte jo ventes, naar Ilten var den

virksomme Luftart. Ved Iltforsøgene er der tillige det paafaldende, at Straalen, navnlig ved de lagttagelser, som ere mærkede *, bliver mange Gange længere end i de tilsvarende Forsøg med Brint og atmosfærisk Luft. Den bliver let 10—20 Cm. lang; i Virkeligheden er det ikke muligt at se, naar Draabedannelsen begynder. Det bliver da næsten umuligt at faa lagttagelsen, da Methoden jo kræver, at Straalen skal opløse sig i Draaber imellem Pladeelektroderne. Indstilles Udstrømningshastigheden saaledes, at dette finder Sted, og der altsaa viser sig et Udslag, ser man pludselig Elektrometret vise Nulspænding, fordi Straalen er bleven saa lang, at den tilvejebringer ledende Forbindelse med Kvægsølvet i Beholderen. I denne Tilstand er Straalen ofte tillige urolig paa den Maade, at den udfører pendulagtige Bevægelser. Denne Egenskab ved Straalen viser sig ogsaa i Luft med stærkere Amalgamer og vide Udstrømningsaabninger; saaledes ved de Forsøg i Tabel VI, hvor der i Rubrikken for L kun staa r«lang». I Tabellen, hvor der under Ilt staar 0,94*, skulde vistnok staa 1,01; men det var mig ikke muligt at faa Straalen til at være rolig, indtil Aflæsning kunde ske; saasnart den var naaet til Spænding 0,94, gik den af den ovenfor nævnte Grund pludselig tilbage til 0.

Saavel ved Luft- som ved Iltforsøgene er Spændingen med rent Kvægsølv større efter Amalgamforsøget end før dette; i Brint er en saadan Forskel næppe tilstede. Muligvis sætte Draaber af Zinkamalgam sig paa Kulpladerne og ilte sig der, hvorved de komme lavt ned i Spændingsrækken.

Spændingsforskellen vokser saavel ved Forøgelse af Zinkmængden m som ved Forøgelsen af Ilttrykket p; det ligger nær at antage, at Spændingen kunde være en Funktion af begges Produkt, altsaa

$$V = f(mp).$$

Til at prøve denne Antagelse tjener følgende Tabel, beregnet af Maalingerne i Tabel XI, hvor Ilttrykket i ren Ilt betegnes med 1, Ilttrykket i atmosfærisk Luft altsaa er 0,208.

mp for Ilt.	mp for Luft.	V.
		Volt
1	. . . .	1,01
0,5	. . . .	1,01
0,25	. . . .	1,01
	0,208	1,01
0,125	. . . .	0,82
	0,104	0,61
	0,052	0,56
	0,026	0,30
	0,013	0,24

I Figur 3 er denne Tabel gengiven grafisk; man ser, at der virkelig er nogen Berettigelse til at opstille ovenstaaende Lov.

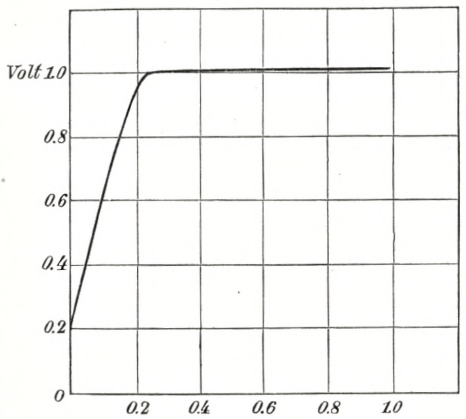


Fig. 3.

§ 7. Forsøg med Cadmium-, Bly- og Tinamalgam.

Disse Amalgamer undersøgtes paa samme Maade som Zinkamalgam. Resultaterne findes i de følgende Tabeller. Udstrømningsrørets Diameter var 0,237^{mm}, Straalens Længde imellem 10 og 20^{mm}. Kun i de med * betegnede Tilfælde var Straalen lang. Pladeelektroderne vare af Kul.

Spændingsforskel med Cadmiumamalgam og Kul. $D = 0{,}237^{mm}$.

Gr. Cd i 1000 Gr. *Hg*	Atm. Luft.	Ilt.	Kulsyre.	Brint.	Atm. Luft.
0	0,10	0,10			
2	0,26	0,87*			
0	0,10	0,19			
0	0,13	0,08	0,20	0,19	
1	0,25	1,13	0,24	0,21	
0	0,12	0,22	0,24	0,22	
0	0,10	0,19	. . . .	. . . .	0,16
0,47	0,21	0,77	. . . .	. . . .	0,19
0	0,19	0,15	. . . .	. . . .	0,15
0	0,17	0,21			
0,23	0,19	0,70			
0	0,17	0,25			
0	. . . .	0,17			
0,12	. . . .	0,62			
0	. . . .	0,23			

Ved det første Forsøg var Straalen saa lang, at den sande Værdi ikke er opnaaet, idet den sprang tilbage til 0.

mp for Ilt.	mp for Luft.	V.
		Volt
2	. . . .	0,87*
1	. . . .	1,13
0,47	. . . .	0,77
	0,416	0,26
0,23	. . . .	0,70
	0,208	0,25
0,12	. . . .	0,62
	0,098	0,20
	0,048	0,19

Spændingsforskel mellem Blyamalgam og Kul. $D = 0{,}237^{mm}$.

Gram *Pb* i Kil. *Hg*	Atm. Luft.	Brint.	Kulsyre.	Ilt.	Atm. Luft.
0	0,09	0,18	0,26	0,23	0,17
4	0,70	0,18	0,18	0,75*	0,64
0	0,26	0,07	0,29	0,28	0,18
0	0,18	0,18	0,19	0,20	0,18
2	0,46	0,19	0,18	0,66*	0,39
0	0,18	0,18	0,18	0,09	0,18
0	0,17	0,17	. . . .	0,14	0,16
1	0,29	0,17	. . . .	0,74*	0,28
0	0,18	0,17	. . . .	0,09	0,14
0	0,18	. . . .	. . . .	0,28	0,19
$\frac{1}{2}$	0,20	. . . .	. . . .	0,80**	0,23
0	0,11	. . . .	. . . .	0,23	0,11
0	0,16	. . . .	. . . .	0,18	0,14
$\frac{1}{4}$	0,21	. . . .	. . . .	0,44**	0,17
0	0,09	. . . .	. . . .	0,12	0,12

Straalens Længde var i Reglen omtrent 2^{cm}, undertiden mere. Ved de Iagttagelser, som ere mærkede med *, var Straalen meget lang og Iagttagelserne derfor vanskelige. Ved de med ** mærkede var Straalen omtrent 3^{cm} lang.

Betragtes Spændingsforskellen ligesom ved Zink som en Funktion af Produktet af Tryk og Amalgamets Styrke, faas følgende Tabel:

mp for Ilt.	mp for Luft.	V.
4	. . . .	0,75*
2	. . . .	0,66*
1	. . . .	0,74*
	0,832	0,70
0,5	. . . .	0,80
	0,416	0,46
0,25	. . . .	0,44
	0,208	0,29
	0,104	0,20
	0,052	0,21

Spændingsforskel mellem Tinamalgam og Kul. $D = 0{,}237^{mm}$.

Gr. *Sn* i 1000 Gr *Hg*	Atm. Luft.	Ilt.	Kulsyre.	Brint.	Atm. Luft.
0	0,11	0,23	. . . .	. . . .	0,14
8	0,27	0,80*	. . . .	. . . .	0,29
0	0,11	0,19	. . . .	. . . .	0,17
0	0,11	0,15	. . . .	0,14	0,11
4	0,26	0,38	. . . .	0,17	0,22
0	0,19	0,21	. . . .	0,12	0,10
0	0,11	0,17	0,19	0,10	0,11
1,93	0,22	0,49	0,20	0,15	0,19
0	0,19	0,33	0,20	0,11	0,07
0	0,21	0,18	. . . .	0.16	0,09
0,96	0,20	0,38	. . . .	0,15	0.11
0	0,15	0,25	. . . .	0,10	0,09

Med Ilt var Straalen lang og sammenhængende i det første Forsøg, som er betegnet med *. Sammenholdes Forsøgene efter Produktet af Ilttryk og Amalgamets Styrke, faas følgende Resultat:

mp for Ilt.	mp for Atm. Luft.	V
8	. . . .	0,80
4	. . . .	0,38
1,93	. . . .	0,49
	1,664	0,28
0,96	. . . .	0,38
	0,832	0,24
	0,401	0,21
	0,200	0,16
	0	0,13

§ 8. Resultater.

Det synes herefter, at vi nødes til at antage, at Spændingsforskellen mellem Amalgam og rent Kvægsølv frembringes, eller rettere kan frembringes, ved Ilt. I det foregaaende er der kun

talt om Amalgamer af de fire Metaller Zink, Cadmium, Bly og Tin. Med Jærn kan der efter Gouy[1]) ikke dannes noget flydende Amalgam. Kobberamalgamet indeholder yderst lidt Kvægsølv; disse Metaller synes ikke at adskille sig i elektrisk Henseende væsentlig fra Kvægsølv. Amalgamer af Magnium og Aluminium ere meget vanskelige at arbejde med, da de iltes saa stærkt, at Udstrømningsrøret tilstoppes. Natriumamalgam giver en Spænding af næsten 2 Volt i Forhold til Kul. Dog ere Natriumforsøgene vanskelige, da en yderst ringe Mængde Ilt synes at virke stærkt.

De Metaller, der i Ilt give en kendelig Spændingsforskel, angribes af Ilten; denne Virkning er ikke øjeblikkelig, der hengaar henved 0,01 Sekund, inden den har naaet Maximum. Om der indtræder en virkelig Iltning i Straalen, er maaske tvivlsomt; opsamles det udstrømmende Kvægsølv, er det dog tydelig nok iltet. Vi ere saaledes berettigede til at antage, at Spændingsforskellen hidrører fra en kemisk Proces; derfor gør Brint, Kvælstof og Kulsyre ingen Virkning.

Om den Tid, der under forskellige Omstændigheder udfordres for at fremkalde Spændingsforskellen, kunne vi danne os et Begreb paa følgende Maade. Betegner m Amalgamets Styrke, p Iltens Partialtryk, E Spændingsforskellens Maximalværdi og e den øjeblikkelige Spændingsforskel, er det rimeligt at antage, at

$$de = kmp(E-e)\,dt,$$

hvor t betegner Tiden, k en Konstant, der afhænger af Metallets Natur; vi have da

$$e = E(1-e^{-kmpt}).$$

Tiden regnes her fra det Øjeblik, da Ilt først kommer i Berøring med Amalgamet.

Ved de her omtalte Forsøg har Stud. mag. M. Knudsen paa flere Maader hjulpet mig. De anvendte Luftarter ere frem-

[1]) Gouy, Journ. de Phys. (3). 4. p. 320. 1895.

stillede af Cand. mag. S. P. L. Sørensen, Assistent ved Læreanstaltens kemiske Laboratorium. Med Hensyn til Fremstilling og Renselse af disse Luftarter bemærkes følgende.

Brinten fremstilledes, i et konstant Udviklingsapparat, af Zink og fortyndet Svovlsyre og rensedes ved at ledes igennem en saltsur Opløsning af Chromchlorur (Ilt) og derefter gennem Natronlud (Saltsyre og Kulsyre); sluttelig tørredes ved Hjælp af koncentreret Svovlsyre og Fosforsyreanhydrid.

Kulsyren fremstilledes, i et konstant Udviklingsapparat, af Marmor og fortyndet Saltsyre og vadskedes med en saltsur Opløsning af Chromchlorur (Ilt) og dernæst med en Sodaopløsning (Saltsyre), tilsidst tørredes som ved Brinten.

Ilten fremstilledes paa sædvanlig Maade af Kaliumchlorat og Brunsten og samledes over Vand i et Gasometer. Herfra lededes den gennem en svovlsur Jodkaliumopløsning og dernæst gennem Natronlud (Ozon, Chlor og Kulsyre); tilsidst tørredes som ved Brinten.

Kvælstoffet fremstilledes ved at dryppe en Natriumnitritopløsning til en varm Opløsning af Salmiak og lidt mere end den til Mætning nødvendige Mængde Kaliumdichromat. Det udviklede Kvælstof opsamledes over Vand i et Gasometer, hvorfra det lededes gennem en sur Opløsning af Kaliumpermanganat, en Opløsning af Pyrogallussyre i Natron, en saltsur Opløsning af Chromchlorur og endelig gennem Natronlud (Kvælstofilter, Kulsyre, Ilt og Saltsyre); tilsidst tørredes som ved Brinten.

Eksperimentale Undersøgelser over Brintens og Iltens Tæthed.

Af

Julius Thomsen.

(Meddelt i Mødet d. 29. November 1895.)

Til den Række Undersøgelser over Forholdet imellem Brintens og Iltens Atomvægte, som jeg har meddelt i Selskabets Oversigter for Aaret 1895 S. 342, slutte sig paa en naturlig Maade nogle andre Undersøgelser, af hvilke jeg her skal meddele dem, som angaa Bestemmelsen af Brintens og Iltens Tæthed, d. v. s. Vægten af en Rumenhed, f. Eks. en Liter af disse Luftarter Uagtet ældre Undersøgelser over dette Æmne have givet ret godt overensstemmende Resultater, har jeg dog troet at burde forsøge at bestemme disse Størrelser paa en fra de ældre Undersøgelsers Metode helt forskellig Vej. Hidtil er Opgaven væsentlig søgt besvaret ved Vejning af et givet Rumfang Luft; jeg har i mine Undersøgelser fulgt den fuldstændig modsatte Vej, nemlig bestemt Rumfanget af en given Vægt af Luftarterne, og jeg har ført Undersøgelsen paa en saadan Maade, at selve Maalingen af Rumfang fremtræder som en Vægtbestemmelse, hvorved jeg, ligesom i mine ovennævnte Undersøgelser over disse Stoffers Atomvægte, ganske undgaar at veje og maale store Luftmængder.

I det første Afsnit af det foreliggende Arbejde skal jeg nu beskrive den af mig benyttede Metode og de anvendte Apparater samt meddele Resultaterne af dette Arbejde, medens jeg i det andet Afsnit skal give Forsøgenes Enkeltheder og deres Beregning.

A. Beskrivelse af den benyttede Metode samt Angivelse af de opnaaede Resultater.

a. Til Bestemmelse af Brintens Tæthed.

I mine tidligere Arbejder over Brintens og Iltens relative Atomvægte har jeg bestemt Vægten af den Mængde Brint, som udvikles, naar en Vægtenhed Aluminium opløses i Kalilud. Den foreliggende Undersøgelse gaar derfor ud paa at bestemme, hvor stort et Rumfang denne Brintmængde indtager.

Til dette Øjemed blev det i vedføjede Figur 1 gengivne Apparat benyttet. *A* er en Glaskolbe paa c. 50 Cubikcentimeter,

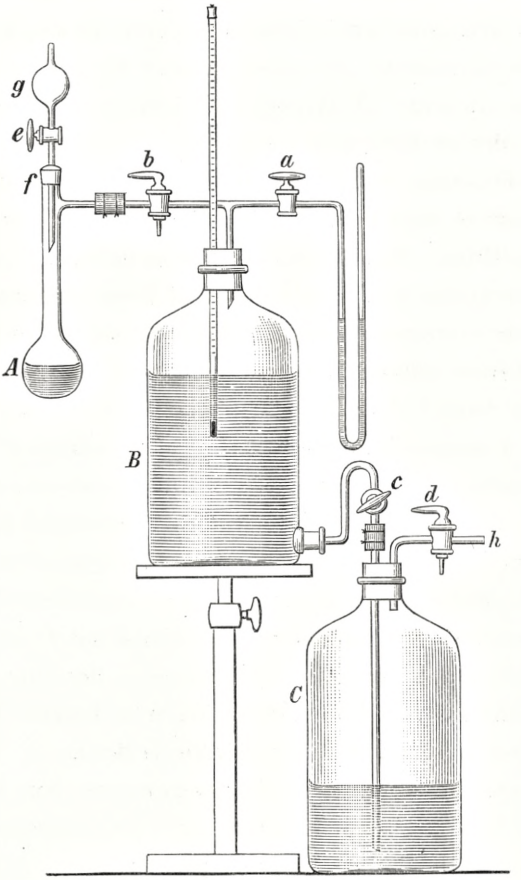


Fig. 1.

i hvilken Brintudviklingen foregaar; B et omtrent 2 Litre stort Kar, i hvis øverste Tubus der er anbragt et nøjagtigt Termometer og et T-formet Rør; ved dette staar Karret B paa den ene Side i Forbindelse med Karret A, paa den anden Side med et Manometer; hver af Rørets Grene kan lukkes med en Hane, og af disse er b en Tregangshane, ved Hjælp af hvilken Luften i Beholderne A og B efter Behag kan sættes i Forbindelse med Atmosfæren. I Karrets nederste Tubus er der anbragt et bøjet, med Hane forsynet Glasrør, ved hvilket der kan aabnes Forbindelse imellem B og C, der ligesom B er et omtrent 2 Liter stort Glaskar, og i hvis Tubus der er anbragt to Rør, af hvilke det, som er i Forbindelse med Hanen c, fører til Karrets Bund, medens det andet, som er forsynet med en Tregangshane d, staar i Forbindelse med en c. 20 Liter stor Gasbeholder, der er fyldt med Brint.

Ved Forsøgets Begyndelse er B fyldt med destilleret Vand, som er mættet med Brint, medens Rummet i C er fyldt med luftformig Brint. Paa Grund af Brintudviklingen i A trænges Vandet fra B ind i C, hvis Indhold af Brint efterhaanden undviger gennem Tregangshanen d. Efter Forsøgets Slutning indeholder B den udviklede Brint, medens C har modtaget det fortrængte Vand. Naar Apparatet skal føres tilbage i dets oprindelige Tilstand, bliver Hanen d drejet saaledes, at Forbindelsen imellem C og den store Brintbeholder derved tilvejebringes; Trykket i denne vil da forplante sig til Luften i C, som dernæst trykker Vandet tilbage i B, medens den i samme indeholdte Brint undviger igennem Tregangshanen b. Vandet vandrer saaledes frem og tilbage imellem B og C, stedse i Berøring med Brint og uden at komme i Berøring med den atmosfæriske Luft. Af Vægtforandringen af Karret B ved Forsøget følger Rumfanget af den udviklede Brint.

Forberedelserne til Forsøget ere nu følgende. Den med Vand fyldte Beholder B med de i samme anbragte Rør bliver vejet, dernæst anbragt paa sin Plads og forbunden

med Beholderen C; den omgives med en Hylster af tykt og blødt Filt for at beskytte den mod Paavirkning af Luftens Varmegrad. Det til Forsøget bestemte Aluminium, c. 1,1 gr., afvejes og bringes dernæst ind i Karret A; dette lukkes med Kuglerøret efg, hvis Glasprop f er sammenslebet med A. I Beholderen g gydes c. 15 Cubc. Kalilud, medens Hanen e selvfølgelig er lukket. Man forbinder saa A med B og giver Hanen b den i Tegningen antydede Stilling, hvorved Luften i A er i Forbindelse med Atmosfæren. Karret A nedsænkes dernæst i en Beholder med Vand, hvis Varmegrad, som er tilnærmelsesvis lig Atmosfærens, noteres. Ligeledes iagttages Vandets Varmegrad i Beholderen B, som selvfølgelig ogsaa vælges saa nær den ydre Lufts som muligt. Apparatet er nu færdigt til Forsøget, som udføres paa følgende Maade.

Forsøgets Gang. Man aabner Hanen e, saa at Kaliluden kan løbe ind i Beholderen A; den af Luden uddrevne Luft undviger igennem Tregangshanen b. Dernæst lukkes Hanen a, og Hanen b drejes saaledes, at Forbindelse imellem A og B tilvejebringes. Vandmanometret viser Ligevægt af Lufttrykket i og udenfor Beholderen B. Efter nogle Øjeblikkes Forløb angiver Manometret, at Reaktionen imellem Kalioplosningen og Aluminium begynder; man aabner da Hanen c lidt, hvorved Vand træder fra B ind i C. For at fremskynde Reaktionen fjerner man Vandbeholderen omkring A og opvarmer Kolben svagt, indtil Reaktionen har naaet den ønskede Styrke. Dernæst neddyppes Kolben A atter i en Vandbeholder, hvis Varmegrad er 25—30° Varme; Varmeudviklingen, som er en Følge af den kemiske Virkning, vil derved ophæves ved Vandets Afkøling, og Udviklingen gaar da regelmæssigt for sig indtil henimod dens Slutning. Paa dette Tidspunkt fjernes atter Vandbeholderen, hvorved Kolbens Varmegrad stiger stærkt, saa at den sidste Rest af Metal opløses. Naar Brintudviklingen er ophørt, afkøles atter Kolben A ved Vand, saa at den faar samme Varmegrad som ved Forsøgets Begyndelse. Efter en halv Times Forløb bringes

Ligevægt tilveje af Lufttrykket i og udenfor Beholderen B, som iagttages paa Manometret; er der Overtryk tilstede, udledes lidt Vand gennem Hanen c; er der Undertryk, saa stilles Hanen d saaledes, at der bliver Forbindelse imellem Luften i C og den store Gasbeholder med Brint, ved hvis Tryk paa Brinten i C der da vil blive ført den fornødne Vandmængde ind i C, saa at Manometret viser Ligevægt, hvilket paa denne Maade kan opnaas med stor Sikkerhed. Ved Drejning af Hanen b ophæves dernæst Forbindelsen imellem A og B. Brintens Varmegrad i Beholderen B aflæses, og Lufttrykket iagttages paa et nøje kontrolleret Barometer (se næste Afsnit). Man skiller saa Apparatets 3 Dele, A, B og C, fra hinanden, fjerner de Vanddraaber, som sidde i Røret udenfor Hanen c, med lidt Trækpapir, hvorefter B bringes paa Vægtskaalen og dens Vægt bestemmes. Forsøget er saaledes tilende, og det hele Apparat bliver nu paa den ovenfor omtalte Maade atter bragt tilbage i den oprindelige Tilstand for at benyttes til et senere Forsøg. Reaktionen af Aluminium paa Kaliopløsning foregaar altsaa i disse Forsøg ganske paa samme Maade og under samme ydre Forhold som i Forsøgene, ved hvilke Vægten af den ved Reaktionen frigjorte Brintmængde blev bestemt i mine tidligere meddelte Forsøg; thi i disse, ligesom i hine, kommer kun den af Udviklingsapparatet udtrædende Brintmængde i Betragtning[1]), og det anvendte Aluminium er nøjagtig af samme Beskaffenhed i begge Forsøgsrækker.

Rumfanget af den udviklede Brint bliver nu beregnet af Vægtforandringen af Beholderen B paa den i næste Afsnit nøje beskrevne Maade. Af de 8 i dette Øjemed gennemførte Forsøg følger nu, at Rumfanget af Brinten, som paa denne Maade udvikles ved Opløsning af 1 Gr. af det anvendte Aluminium, udgør 1,24289 Litre, d.v.s. reduceret til 0° og 760 Mm. Tryk under Københavns Bredegrad, maalt i 10,6 Meters Højde over

[1]) Se D. K. D. V. S. Oversigter 1895 S. 348.

Havet. Afvigelserne fra Middeltallet ere i Gennemsnit 0,00011, og Middeltallets sandsynlige Fejl $\pm$ 0,00004.

Nu følger af mine tidligere omtalte Forsøg, at Vægten af Brinten, som en Vægtenhed Aluminium udvikler, naar det under samme Betingelser opløses i Kalilud, udgør 0,11190 $\pm$ 0,000015. Forholdet imellem disse to Størrelser giver saa den søgte Værdi, d. v. s. Vægten af en Liter Brint, nemlig i Grammer

$$\frac{\text{Vægt}}{\text{Rumfang}} = \frac{0{,}11190}{1{,}24289} = 0{,}090032 \pm 0{,}000012.$$

Denne Værdi gælder selvfølgelig kun for Københavns Bredegrad; men divideres den med 1,000942, følger den for den 45. Bredegrad og i Havets Niveau gyldige Værdi 0,089947 Gr. for 1 Liter Brint; for Paris vilde Størrelsen blive 0,089977 Gr.

For at kunne sammenligne Resultatet af denne Undersøgelse med de Størrelser, som ere fundne af Cooke, Rayleigh, Morley, Leduc og Regnault, maa de alle beregnes for den 45. Bredegrad og Havets Niveau.

Cooke bestemte Brintens Vægtfylde ved Vejning, men han undgik i sine Forsøg den ved tidligere Forsøg heftende Fejl, som opstaar derved, at de benyttede Glasballoner forandre deres Rumfang, naar de gøres lufttomme, saa at Vægten af den lufttomme Ballon bliver fundet for høj. Cooke valgte den Vej, at bestemme selve Ballonens Vægt som Forskellen imellem Vægten af samme Ballon fyldt med tør Kulsyre og Vægten af selve Kulsyren, som han lod optage af Kalilud. Paa denne Maade fandt Cooke, at Brintens Vægtfylde i Forhold til atmosfærisk Luft er 0,06958. Da nu Vægten af en Litre Luft under den 45. Bredegrad er efter Regnault 1,29276 Gr., efter Lord Rayleigh 1,29284 Gr., i Gennemsnit 1,29280 Gr., bliver Vægten af en Liter Brint

$$0{,}06958 \,.\, 1{,}29280 \text{ Gr.} = 0{,}089953 \text{ Gr.}$$

Lord Rayleigh bestemmer Vægtforholdet imellem ligestore Rumfang Brint og Ilt til 1 : 15,882 og finder da, at Vægten af

en Liter Brint i Paris vilde være 0,090009 Gr., hvilket for den 45. Bredegrad giver 0,089979.

Morley har bestemt samme Størrelse paa to Maader, nemlig dels ved Vejning paa almindelig Maade, hvorved han i to Forsøgsrækker fandt 0,089935 og 0,89967, gennemsnitlig altsaa 0,089951 Gr., dels ved Vejning af Brinten som Palladiumbrint, hvilken Undersøgelse gav 0,089870 Gr.

Endelig have vi Leducs Undersøgelser, som bestemte Vægtfylden til 0,0695, hvilket giver 0,089850 Gr. for Vægten af en Liter Brint, og Regnaults ældre Undersøgelser, som korrigerede for ovennævnte Fejl og beregnede for den 45. Bredegrad gave 0,089864. De samlede Resultater ere saaledes:

Vægten af en Liter Brint ved 0° og 760 Mm. Lufttryk, 45. Bredegrad og Havets Niveau er altsaa:

0,089947 Gr.	Thomsen
0,089953 —	Cooke
0,089979 —	Rayleigh
0,089951 —	Morley
0,089870 —	Morley
0,089850 —	Leduc
0,089864 —	Regnault.

De fire første Værdier ere næsten identiske; de sidste tre Tilfælde omtrent 1 Promille lavere. I ethvert Tilfælde frembyder den store Overensstemmelse mellem det af mig og de af Cooke, Rayleigh og Morley vundne Resultater en ikke ringe Interesse; thi mine Undersøgelser ere udførte paa en fra de øvrige fuldstændig forskellig Maade; i disse er det nemlig Vægten af et givet Rumfang, i mine Undersøgelser derimod Rumfanget af en given Vægt Brint, som er Undersøgelsens nærmeste Formaal.

b. Til Bestemmelse af Iltens Tæthed.

Uagtet der er god Overensstemmelse imellem Resultaterne af ældre Forsøg over Iltens Tæthed, forekom det mig dog

ønskeligt ogsaa at faa denne Størrelse bestemt efter den af mig benyttede Metode, fordi man derved vilde faa Materiale til Bedømmelse af min Metodes Nøjagtighed. Det til disse Undersøgelser benyttede Apparat er det samme som det nys beskrevne, kun er Indholdet af Beholderne B og C i disse Forsøg vekselvis Ilt og iltholdigt Vand, ligesom ogsaa den store Luftbeholder, hvis Tryk tjener til at bevæge Vædsken fra C til B, er fyldt med Ilt. Istedetfor Udviklingsapparatet A, som blev benyttet i Forsøgene med Brint, anvendtes her en lille Kolbe paa c. 50 Cubc., som er forbundet med et U-formet Rør. Kolben indeholder en Blanding af 4 Dele tidligere smeltet og dernæst fint pulveriseret Kaliumklorat, blandet med 3 Dele tæt og 3 Dele porøst Jernoxyd; disse Ilter have forinden Blandingen med Kaliumkloratet været stærkt glødede til Fjernelse af Fugtighed.

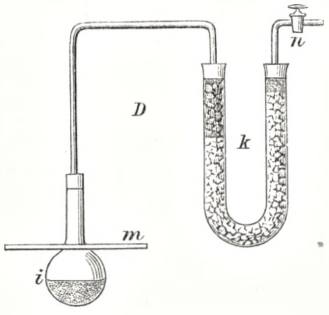


Fig. 2. $^1/_6$ naturlig Størrelse.

En saadan Blanding giver ved svag og systematisk Opvarmning en ganske regelmæssig Udvikling af Ilt. Det U-formede Rør k (Fig. 2) indeholder i den øverste Del af den Kolben nærmeste Gren et omtrent 4 Cm. højt Lag af stærkt tørret og pulveriseret Jodkalium, tildels blandet med vandfrit Natronhydrat, medens Resten af Røret er fyldt med Fosforsyreanhydrid, fordelt paa Pimpstenskorn; fra det U-formede Rør fører et med Hane n forsynet knæbøjet Rør til Beholderen B.

Efterat Kolben i er forsynet med den til Forsøget bestemte Vægt (c. 16 Gr.) af den omtalte Blanding af klorsurt Kali og Jerntveilte, opvarmes denne saa stærkt, at Iltudviklingen begynder; thi derved uddrives den sidste Rest af Fugtighed, som maatte være tilstede; naar dette er opnaaet, forbindes Kolben med Røret k. Af Udviklingsapparatet skal nu den atmosfæriske

Luft uddrives og erstattes af Ilt; dette sker, idet man ved en Vandsugepumpe udsuger Luften af Apparatet, og dernæst lader det fylde sig med tør Ilt fra en Gasbeholder; man gjentager saa denne Tømning og Fyldning nogle Gange og lukker tilsidst Hanen *n*. Dernæst bliver Apparatets nøjagtige Vægt bestemt.

Forsøget ledes nu ganske paa samme Maade som de tilsvarende Forsøg til Bestemmelse af Brintens Tæthed. Beholderen *B* er fyldt med iltholdigt Vand; dets Vægt bestemmes, og Varmegraden af Vandet i samme maales. Det forbindes dernæst dels med *C*, dels med Udviklingsapparatet *D*, idet der dog indskydes et kort Rør med Klorkalcium imellem dette og *C* til Forhindring af, at der føres fugtig Luft fra *B* til *D*, naar der under Iltudviklingen indtræder vekslende Lufttryk i Apparatet. Dernæst opvarmes Kolben forsigtigt med en lille Gasflamme, som man efterhaanden lader virke paa forskellige Dele af Kolbens Bund, hvorved Udviklingen af Ilt bliver helt regelmæssig. Kolbens kugleformede Del er dækket med en gennemhullet Asbestplade, for at Kolbehalsen kan beskyttes mod Flammens varme Luftstrøm. Naar der er opsamlet tilstrækkeligt Ilt i *B* (16—1700 Cubc.), fjernes Flammen, og Hanen *c* lukkes, saasnart Udviklingen standser. Efter en halv Times Forløb reguleres nu som ovenfor omtalt Trykket i Beholderen, saa at Manometret viser Ligevægt med Atmosfærens Tryk; dernæst hæves Forbindelsen imellem *B* og *D* ved Lukning af Hanerne *n* og *b*. Man aflæser nu Iltens Varmegrad og det atmosfæriske Lufttryk. Apparatets tre Dele *B*, *C* og *D* skilles dernæst fra hinanden; *B* og *D* blive vejede. Vægttabet af *D* giver Vægten af den til *B* overførte Ilt, og det er her ikke som i Forsøgene med Brint nødvendigt at bringe Udviklingsapparatet paa samme Varmegrad efter som før Forsøget; Iltmængden er gennemsnitlig 2,2 Gr. Med Hensyn til Iagttagelsernes Enkeltheder og deres Beregning henvises til det følgende Afsnit.

Paa denne Maade bleve 10 Forsøg udførte; Resultatet har været, at 1 Gr. Ilt ved 0° og 760 Mm. Lufttryk samt under

Københavns Bredegrad svarer til 0,69910 Liter. Forsøgenes Middelafvigelse udgør 0,00008, og Middeltallets sandsynlige Fejl bliver $\pm$ 0,00002. Beregnet for den 45. Bredegrad og Havets Niveau erholdes 0,69976 og for Paris 0,69953. Disse Tals reciproke Værdier give saa Vægten af en Liter Ilt, nemlig

1,43041 Gr.	København i 10,6 M. Højde,
1,42906 —	45. Brede og Havets Niveau,
1,42954 —	Paris i 64 M. Højde.

Overensstemmelsen af det vundne Resultat fremgaar af den følgende Sammenstilling. En Liter Ilt, maalt under den 45. Bredegrad og Havets Niveau ved 0° og 760 Mm. Lufttryk, har en Vægt af

1,42906 Gr.	Thomsen,
1,42900 —	Morley,
1,42904 —	Rayleigh,
1,42929 —	Regnault.

Af mine Undersøgelser følger altsaa, at en Liter Brint og en Liter Ilt, maalte under samme ydre Forhold, veje benholdsvis 0,089947 Gr. og 1,42906 Gr. Forholdet imellem disse Størrelser er altsaa Forholdet imellem Brintens og Iltens Tæthed og bliver 1 : 15,8878. Da jeg nu tidligere har fundet, at Forholdet imellem disse Stoffers Atomvægt er 1 : 15,8690, bliver det Rumfangsforhold, i hvilket Ilt og Brint forene sig til Vand,

$$7{,}9345 : 15{,}8878 = 1 : 2{,}00237.$$

Ogsaa denne Værdi stemmer godt med ældre Bestemmelser; saaledes fandt Scott 1 : 2,00247 og Morley 1 : 2,00268.

De undersøgte fysiske Konstanter ere altsaa for Brint og Ilt, beregnede for den 45. Bredegrad og Havets Niveau, ved 0° og 760 Mm. Kvægsølvtryk ifølge mine Undersøgelser:

Vægt af en Liter Brint	0,089947 Gr.
— — — Ilt	1,42906 . —
Forholdet imellem Tæthederne	1 : 15,8878 . .
— — Atomvægtene . . .	1 : 15,8690 . .
Rumfangforholdet ved Vanddannelsen	1 : 2,00237
Rumfang af et Gram Brint	11,1176 . Litre
— — — Ilt	0,69976 —

B. Forsøgenes Enkeltheder og deres Beregning.

Ved saadanne Undersøgelser med luftformige Stoffer, hvis maalte Rumfang skulle reduceres til en bestemt Varmegrad og et givet Lufttryk, er det nødvendigt forud at undersøge, om Termometer og Barometer angive rigtige Størrelser. At finde de fornødne Korrektioner frembyder for Termometrets Angivelser ingen Vanskeligheder; med Hensyn til Korrektionen for Barometrets Angivelser valgte jeg den Vej, at aflede den af 21 samtidige Iagttagelser med Laboratoriets Normalbarometer og det kgl. meteorologiske Instituts Hovedbarometer, selvfølgelig reducerede for Varmegrad og Højde. Den konstante Fejl i Barometerangivelserne blev derved bestemt med en sandsynlig Fejl af $\pm$ 0,02 Mm. Endvidere er det nødvendigt at have fuldstændig tætte Forbindelser imellem Apparatets forskellige Dele. I Tilfælde, hvor det er upraktisk at benytte Sammenslibning af Glasdelene, har jeg anvendt gennemborede Kautschukpropper, som ved Opvarmning i smeltet Paraffin til omtrent 150° vare blevne befriede fra Luft og Fugtighed; saadanne præparerede Propper slutte fuldstændig lufttætte selv ved stor Trykforskel, naar de indsættes i de iforvejen lidt opvarmede Aabninger. Propper af denne Art og af omtrent 2 Cm. Tykkelse bleve ogsaa benyttede til Forbindelse i Stedet for almindelige Kautschukrør og selvfølgeligt fæstede med Kobbertraad.

a. Beregning af Forsøgene til Bestemmelse af Brintens Tæthed.

Brinten blev, som omtalt, udviklet ved Indvirkning af Aluminium paa Kalilud, som indeholdt 2 Dele Kalihydrat mod

3 Dele Vand. Aluminiumets Vægt er i den følgende Tabel betegnet med a, dets Vægt i lufttomt Rum bliver da $a \,.\, 1.00031$ (v. l. c.). Beholderen B, som modtager Brinten, vejes før og efter Forsøget; Forskellen i Vægt er i Tabellen betegnet med b, denne Vægtforskel vilde for Vejning i lufttomt Rum være $b \,.\, 0{,}99986$, idet Karrets Rumfang forbliver uforandret og 0,99986 er Reduktionskoefficienten for Vejning med de benyttede Messinglodder. Størrelsen b er selvfølgelig lig Forskellen imellem Vægten af det udtraadte Vand og Vægten af den modtagne Brint. Sættes p lig Vægten af 1 Cubc. Vand og h Vægten af 1 Cubc. med Vanddamp mættet Brint, begge Størrelser beregnede for Forsøgstemperaturen, og v det søgte Rumfang af det udtømte Vand eller det i B indeholdte Rumfang Brint, saa er

$$b\,(1 - 0{,}00014) = v\,(p - h).$$

Naar v_0 betegner det Rumfang, til hvilket v reduceres, naar Rumfanget bestemmes for den tørre Luft, ved 0° og 760 Mm. Tryk, saa haves som bekendt

$$v = v_0\,(1 + \alpha t)\,\frac{760}{B_0 - \beta} = v_0 \cdot \frac{1}{q},$$

idet B_0 er den til 0° reducerede Barometerstand, β Dampspænding ved Brintens Varmegrad og α Brintens Udvidelseskoefficient, som er 0,003663. Det reducerede Rumfang bliver saaledes

$$v_0 = \frac{b \,.\, 0{,}99986}{p - h} \cdot q,$$

og Forholdet imellem det udviklede Rumfang Brint og Vægten af det anvendte Aluminium

$$\frac{v_0}{a \,.\, 1{,}00031} = \frac{b}{a}\,\frac{0{,}99986}{1{,}00031}\,\frac{q}{p - h} = \frac{b}{a} \cdot \frac{0{,}99955}{p - h} \cdot q.$$

Der maa dog endnu foretages en ringe Berigtigelse; thi ved Forsøgets Begyndelse er A fyldt med atmosfærisk Luft, efter Forsøget derimod med Brint; da hin ved Forsøget overføres til Beholderen B, forøger den dennes Vægt med Forskellen af Luftens og Brintens Vægt. Da Beholderen A's Luftmængde

udgør 56 Cubc., og da Forskellen imellem Vægten af 1 Liter Luft og 1 Liter Brint, begge i fugtig Tilstand og ved Forsøgstemperaturen, udgør c. 1,11 Gr., bliver den søgte Størrelse 0,06 Gr., med hvilket Vægten af b maa forøges; da denne er 15—1600 Gr., bliver Berigtigelsen omtrent kun 1 : 25000. Den endelige Formel for Forsøgenes Beregning bliver da

$$R = \frac{b+0{,}06}{a} \cdot \frac{0{,}99955}{p-h} \cdot \frac{B_0-\beta}{766} \cdot \frac{1}{1+0{,}003663\,t'},$$

idet p er Vægten af 1 Cubc. Vand og h Vægten af 1 Cubc. Brint ved Temperaturen t'; den sidste Størrelse bliver uforandret 0,00010 Gr., medens den første for 16° og 17° er henholdsvis 0,99898 og 0,99881; saaledes bliver da Kvotienten

$$\frac{0{,}99955}{p-h} = \begin{cases} 1{,}00067 \text{ ved } 16° \\ 1{,}00084 \text{ — } 17° \text{ o. s. v.} \end{cases}$$

I den følgende Tabel betegner nu

a Aluminiumets Vægt,

b Vægtforandringen, som Karret B lider ved Forsøget,

t' Vandets Varmegrad,

t Brintens Varmegrad,

B_0 den til 0° reducerede Barometerstand og

R det til 1 Gr. Aluminium svarende Rumfang Brint i Cubikcentim.

a Aluminium. Gr.	b Vægtforandr. af Karret B. Gr.	t' Vandets Varmegrad.	t Brintens Varmegrad.	B_0 til 0° reduc. Barometer-stand. Mm.	R Brint for 1 Gr. Alumin. Cubc.
1,0171	1389,88	16,77	17,07	748,34	1242,97
1,1091	1516,45	16,92	17,07	747,96	1243,03
1,1138	1543,70	16,65	17,03	737,87	1242,86
1,1506	1595,44	16,85	17,01	737,33	1242,71
1,1388	1577,86	16,81	16,87	737,51	1242,83
1,1389	1554,77	17,08	17,16	749,16	1242,60
1,2030	1639,39	16,91	17,07	750,47	1243,14
1,1350	1542,81	16,85	16,82	751,37	1242,94
				Middeiværdi	1242,89

Middelværdiens sandsynlige Fejl er $\pm 0{,}04$. Efter det foreliggende vil der altsaa for hvert Gram Aluminium under de angivne Betingelser kunne udvikles et Rumfang Brint lig

$$1{,}24289 \pm 0{,}00004$$

Litre. Ifølge mine citerede Forsøg udgør Vægten af den samme Brintmængde

$$0{,}11190 \pm 0{,}000015$$

Gram, og man finder da ved Division af disse to Størrelser Vægten af 1 Liter Brint ved 0° og 760 Mm. i København og i 10,6 M. Højde lig

$$0{,}090032 \text{ Gr.} \pm 0{,}000012.$$

Beregnet for den 45. Bredegrad bliver Vægten af en Liter Brint som allerede omtalt

$$0{,}089947 \text{ Gr.} \pm 0{,}000012.$$

b. Beregning af Forsøgene til Bestemmelse af Iltens Tæthed.

Disse Forsøg beregnes i alt væsentligt ligesom de forudgaaende. Iltens Vægt følger af Udviklingsapparatets Vægttab ved Forsøget; den udviklede Ilt er ren og tør, dens Vægt angives ved a; dens Vægt i lufttomt Rum vilde være $a.0{,}99986$. Vægtforandringen af Karret B betegnes ligesom ovenfor med b, dens Størrelse i lufttomt Rum er $b.0{,}99986$, og den angiver Forskellen imellem Vægten af det uddrevne Vand og den optagne Iltmængde. Betegner p_1 Vægten af 1 Cubc. iltholdigt Vand, s Vægten af 1 Cubc. fugtig Ilt, og v Vandets Rumfang, saa er

$$b \,.\, 0{,}99986 = v\,(p_1 - s).$$

Vægten af 1 Cubc. Vand er her omtrent 0,000044 Gr. større end det rene Vand, fordi det er mættet med Ilt; Værdien af s er gennemsnitlig 0,00133 Gr., og saaledes bliver da f. Eks. for 17° og 19°

$$(p_1 - s) = \begin{cases} 0{,}998808 + 0{,}000044 - 0{,}001334 = 0{,}997518 \\ 0{,}998437 + 0{,}000044 - 0{,}001324 = 0{,}997157. \end{cases}$$

Til Reduktion af Luftrumfanget v til 0° og 760 Mm. benyttes for Ilt Udvidelseskoefficienten 0,003670, og saaledes bliver da den endelige Formel til Forsøgenes Beregning

$$R_1 = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{p_1 - s} \cdot \frac{B_0 - \beta}{760} - \frac{1}{1 + 0{,}003670\, t'}$$

og den giver Rumfanget i Cubikcentimeter for 1 Gr. Ilt.

De enkelte Iagttagelser ere nu følgende:

a Ilt. Gr.	b Vægtforandr. af Karret B. Gr.	t' Vandets Varmegrad.	t Iltens Varmegrad.	B_0 til 0° reduc. Barometer-stand. Mm.	R_1 Ilt for 1 Gram. Cubc.
1,9238	1477,85	16,70	16,81	746,67	699,02
2,2154	1693,80	16,64	16,73	750,07	699,23
2,2281	1693,75	17,49	17,38	756,38	699,12
2,1880	1665,70	17,42	17,62	756,19	699,17
2,2462	1699,76	17,38	17,39	759,70	699,03
2,2998	1717,20	18,48	18,70	774,24	699,00
2,3004	1719,67	18,35	19,04	774,60	699,01
2,3932	1786,89	18,62	18,67	774,37	699,21
2,2452	1706,04	18,67	18,85	761,61	699,01
2,1726	1659,89	19,17	19,25	759,12	699,22
				Middeltal	699,10

Middeltallets sandsynlige Fejl bliver $\pm 0{,}02$. Saaledes indtager altsaa 1 Gram Ilt i København ved 0° og 760 Mm. et Rumfang af 0,69910 Litre; reduceret til den 45. Bredegrad og Havets Niveau, 760 Mm. og 0° bliver derfor

Rumfang af 1 Gram Ilt lig 0,69976 Litre,

Vægten af 1 Liter Ilt lig 1,42906 Gram;

for Paris vilde Vægten pr. Liter blive 1,42954. En Sammenligning mellem disse Resultater og de alt bekendte har jeg allerede givet i det første Afsnit.

Bemærkninger om de to indenlandske Hvidtjørn- (*Cratægus*-) Arters systematiske Forhold og geografiske Udbredelse.

Af

Joh. Lange.

(Meddelt i Mødet den 15. November 1895.)

Trods Linnés skarpe Blik for Formforskelligheder synes dette dog at have svigtet ham ved Behandlingen af Slægten *Cratægus*, idet han af denne kun har beskrevet 6 til Slægten virkelig henhørende Arter[1]), medens man nu kender det 7—8-dobbelte Antal. Om dette rummelige Artsbegreb vidne flere Ytringer i Linnés Skrifter[2]) og ikke mindst hans Sammendragning af vore indenlandske Arter: *Cratægus Oxyacantha* og *C. monogyna* til én Fællesart.

Det kan nemlig neppe antages, at Linné har været ubekendt med disse i Evropa og særlig i Skandinavien ret almindeligt forekommende Arter, og om der end ikke af den korte linnéiske Diagnose[3]) kan drages nogen sikker Slutning for eller

[1]) Af de 9 i Linnés *Species plantarum* opførte *Cratægus*-Arter høre 3 til andre Slægter, nemlig *C. Aria* og *torminalis* til *Sorbus*, *C. indica* til *Raphiolepis*.

[2]) I Linnés Mant. II hedder det f. Ex.: «variant species Cratægi Americæ borealis plurimum: spinosæ vel inermes, foliorum figura, stylorum numero, ut videantur in loco natali mixtæ».

[3]) «C. foliis obtusis, 2—3-fidis, serratis», Icosandria digynia (Linn. Sp. pl. ed. I, 1753).

imod, kan der dog neppe være nogen Tvivl om, at Navnet *C. Oxyacantha* L. er kollektivt og indbefatter de 2 i senere Tid af de fleste Systematikere med god Grund adskilte Arter, en Adskillelse, hvortil Berettigelsen kan hentes dels fra organografiske (Bladenes Nervation [Fig. 1 og 2] og Indskæring, Griflernes og Stenenes Antal), dels fra biologiske Forhold (forskellig Blomstrings- og Frugtmodningstid).

Tidligst er denne Sondring fremført af Jacquin (Flora austriaca vol. III, 1775) og Allione (Flora pedemont. 1785 under Mespilus), men flere samtidige og nyere Forfattere have afveget herfra, dels ved at sammenfatte de 2 Arter som Varieteter af den ene linnéiske Art *Oxyacantha* (f. Eks. De Candolles Prodromus, Clairville, Regel o. fl.), dels ved at ombytte Navnene, saaledes at *C. monogyna* Jacq. erklæres for den ægte *C. Oxyacantha* L. og Jacquins *C. Oxyac.* da tildeles et andet Navn (*C. Oxyacanthoides* Thuill., *Mespilus lævigata* Poir.); til denne Anskuelse slutte sig Scopoli, Bertoloni o. fl.

At denne forskellige Opfattelse maa gøre Synonymiken i høj Grad indviklet, er en Selvfølge; men til Afgørelsen af det Spørgsmaal, hvilken af de tvende nu adskilte Arter der er nærmest berettiget til at bære det linnéiske Navn *Oxyacantha*, giver hverken Linnés Diagnose eller Synonymer nogen direkte Anvisning, saa meget mindre som begge Arterne findes i Sverige. Da imidlertid Linné saavel i Sp. pl. som i Fl. Suec. har anbragt sin *C. Oxyacantha* i *Digynia*, ligger det nær at antage, at han ikke fortrinsvis kan have havt *C. monogyna* for Øje[1]), idet denne næsten altid er engriflet; Jacquins Nomenklatur fortjener derfor at beholdes, saa meget mere som den ledsages af gode og let kendelige Figurer[2]), medens det turde vise sig at

[1]) Om Linnés *C. Oxyacantha β*, hvortil citeres Mespilus apii folio laciniato Bauh., svarer til *C. monogyna* Jacq., er tvivlsomt og neppe sandsynligt, da denne kun angives fra et enkelt Voxested («in sylva Valena pr. Monspelium»). Maaske sigtes der til *C. monog.* var. *laciniata*.

[2]) Flora austriaca III, tab. 292.

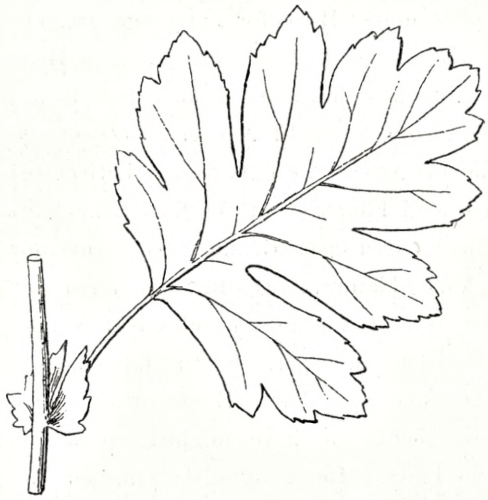


Fig. 1. *Cratægus monogyna.*

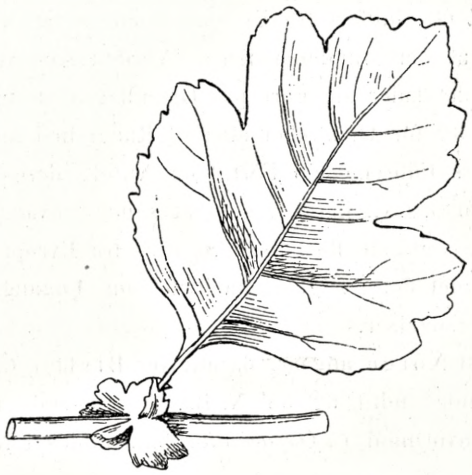


Fig. 2. *Cratægus Oxyacantha.*

være frugtesløst at efterspore i Linnés Skrifter, hvilken af Arterne der repræsenterer Hovedformen i den kollektive Art. For imidlertid at forebygge Betænkeligheder med Hensyn til Tydningen af det linnéiske Navn foretrækker jeg at citere Jacquin og ikke Linné som Autor til Navnet *C. Oxyacantha.*

Hvad de to Arters geografiske Udbredelse angaar, maa Angivelserne i Flertallet af de floristiske Værker benyttes med Varsomhed, især paa Grund af den ovenfor paapegede Forvirring i Nomenklaturen. Og ligesom det derfor er vanskeligt at angive hver af Arternes Voxekreds i Nutiden, saaledes er ogsaa Materialet kun sparsomt til Oplysning om deres Historie, ɔ: hvor den oprindelige Hjemstavn for hver især er at søge, og hvor længe de have udgjort en Bestanddel af de enkelte Landes Flora. Det geografiske Omraade for disse Arter (Linnés *C. Oxyacantha*)[1]) er den gamle Verdens tempererede Bælte fra Skandinavien (Sverige til Jemteland c. 63°, Norge til Nordmøre 62° 55′, som dyrket indtil 67° 56′ efter Schübeler) indtil Spanien, Italien og Grækenland, og fra Storbritannien og Frankrig indtil Syrien, Kaukasus og Persien (Boissier). I Nordamerika er *C. Ox.* indført fra Evropa, men iøvrigt vides ingen af de 2 Arter at være funden i den ny Verden som vildvoxende.

Saa vidt det lader sig gøre paa Grundlag af de mangelfulde Oplysninger, der for Øjeblikket staa til Raadighed med Hensyn til disse Arters Udbredelse i Fortid og Nutid, deres indbyrdes Mængdeforhold o. s. v., har jeg søgt at samle, hvad jeg ved at gennemgaa de vigtigste floristiske Skrifter fra Evropa og Vestasien har fundet det rigtigt at meddele som Udgangspunkt for fortsatte Undersøgelser.

Hvad først Norge angaar, da angiver Blytt[2]) *C. monogyna* som vildvoxende indtil 62° 55′ N. Br. og naaende indtil 900′ over Havet, hvorimod *C. Oxyacantha* kun findes i Norge som

---

[1]) Hos Linné hedder det herom: »hab. in Europae pratis apricis duris».
[2]) Norges Flora III, p. 1136.

dyrket og kun nogle Steder ved Christiania forvildet. Ifølge Beskrivelsen (anf. Sted) kan der ikke være Tvivl om, at Forf. opfatter de to Arter i den nu almindelige Betydning. Naar derimod Schübeler[1]) kun nævner én Art under Navn af *C. Oxyacantha*, er dette Navn nærmest at tyde efter Linnéisk Exempel som kollektivt; men tages der Hensyn dels til den ovennævnte af Blytt givne Oplysning om Arternes Forekomst i Norge, dels til det Bidrag, Schübeler selv giver til Spørgsmaalets Afgørelse (idet han under *C. Ox.* nævner de dyrkede Afarter, *fl. rubro* og *fl. alb. pl.*, hvilke høre til *C. monog.*), kan deraf sluttes, at han har denne sidste og ikke den ægte *C. Oxyacantha* (Jacq.) for Øje. Han holder den for afgjort vild i Norge og angiver som dens Nordgrænse i dyrket Tilstand Stegen i Nordland (67° 56′), som vildvoxende mod Ø. indtil omtr. 60°, paa Vestkysten indtil 62° 55′; men han bemærker, at dens almindelige Anvendelse til Hegn og klippet Hæk ikke passer for Landets indre og østlige Egne, hvor disse Hegn paa Grund af Fastlandsklimaet ofte lide stærkt af Vinterkulden[2]).

At begge Arterne ere vildvoxende i Sverige, derom ere alle dette Lands floristiske Forfattere enige — for saa vidt de overhovedet adskille dem — men i Henseende til deres Udbredelse indenfor Landets Grænser og til Nordgrænsen for hver især af dem ere Angivelserne usikkre. Lilja[3]), som adskiller de 2 Arter, erklærer dem begge for almindelige; Areschoug[4]), som ligeledes opfører dem med særskilt Numer, men dog ytrer Tvivl om deres Berettigelse som selvstændige Arter, angiver

---

[1]) Viridarium norvegicum III, p. 483, og «die Pflanzenwelt Norwegens» pag. 350.

[2]) Linné bemærker (i Fl. Suec.) om Hvidtjørnens Brugbarhed til Hegn: «nulla arbor e nostratibus, impetuosissimis procellis ventisque exposita, lætior viget quam hæc . . . pro sepibus præstantissima».

[3]) Skånes flora, pag. 333 (1870).

[4]) Skånes flora, 2. Udg., pag. 296 (1881).

C. Ox. som «allmän i skogar och busksnär», *C. monog.* som «ej sällsynt tillsamman med föreg.» — Hartman[1]) anfører begge Arterne fra Sverige, dog *C. monog.* sjældnere end *C. Ox.*; som Nordgrænse for denne angives Upsala og Vestmanland, for hin Gefle, Vestmanland, Nerike og Vermeland. E. Fries har ligeledes anført 2 Arter fra Sverige; men da det Exemplar, der i Herb. norm. findes under Navn af *C. Oxyacantha*, er en utvivlsom monogyna[2]), er det, der i Summ. Veg. Scand. skulde tjene til Oplysning om deres Udbredelse i Sverige, ikke saa oplysende som hvad man ellers er vant til at finde hos denne Forfatter.

Men det vigtigste Bidrag til Spørgsmaalet om Hvidtjørnens Anciennetet som Led af den svenske Flora er Opdagelsen af *Cratægus*-Levninger i sydsvenske Tørvmoser. Det er Dr. Gunnar Andersson, som i flere Skrifter[3]) har beskrevet disse interessante Iagttagelser af subfossile Levninger, hvoriblandt *Cratægus* findes optegnet fra følgende Steder: 1) Bräknemossen i Skåne (ret rigeligt saavel i Fyrre- som i Egelaget); 2) Tjernamosse i Bohuslän (sjelden i Egelaget, 1 Frugt); 3) Mölnebymosse i Bohuslän (i Egelaget, 3 Frugter)[4]); 4) Kromosse i Vestergötland (i det yngre Fyrrelag, sjelden, 1 Frugt); 5) Södra Wallöse mosse i Skåne (i Egelaget, 1 Frugt); 6) Benestad i Skåne (i Kalktuf, 2 Blade). Af Bladene fra sidstnævnte Sted, hvis Aftryk i Kalktuffen opbevares i Riks-Museet i Stockholm, har jeg havt til Laans nøjagtige Tegninger (Fig. 3), som med velvillig

---

[1]) Skandinaviens flora, 9. Uppl., pag. 134.

[2]) Ifølge Herb. norm. maatte det antages, at Fries ligesom flere andre holdt *C. monog.* for den ægte linnéiske Oxyacantha, men dette modsiges af Synonymiken. i S. Veg. Sc.

[3]) «Studier öfver torfmossar i södra Skåne» Bib. till K. Vet. Akad. handl., 15. Bd. 1889 og «Växtpaleontologiska undersökningar af svenska torfmossar» s. St. 18. Bd. 1893.

[4]) Dr. Andersson har skriftlig meddelt mig; at i sidst nævnte Skrift ved en Forglemmelse pag. 33 mangler et ? efter *C. Oxyacantha*, og at han ved nærmere Undersøgelse har fundet, at alt hvad han har iagttaget af subfossile Rester af *Cratægus* i svenske Moser, tilhører *C. monogyna.*

Tilladelse af Dr. Andersson og Intendanten ved Riks-Museets palæontologiske Afdeling, Prof. Nathorst, her ere benyttede. Af dette Materiale tror jeg med temmelig Sikkerhed at turde fastslaa, at Bladene paa Grund af Nervationen hidrøre fra *C. monogyna*, og Dr. Andersson anser de fundne Frugtlevninger for ligeledes at tilhøre denne Art. Det er sandsynligt, at disse interessante Fund i Sverige ville efterfølges af lignende i Danmarks og det øvrige Nordevropas Moser, og vi vilde da rykke Besvarelsen af det Spørgsmaal nærmere, om begge eller

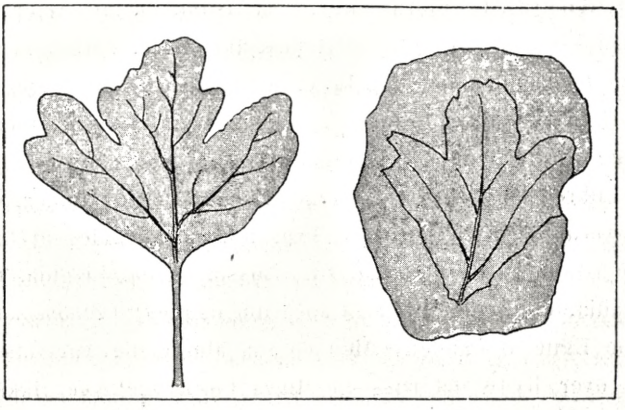


Fig. 3. Aftryk af 2 *Cratægus*-Blade.

kun den ene Art have været tilstede i disse Lande paa et saa tidligt Tidspunkt som det, der repræsenteres ved Fyrre- og Egelagene i Moserne.

I Finland synes *Cratægus*-Slægten at være sparsomt repræsenteret og at have sin Nordgrænse i de sydligste Dele af Landet, hvilket bl. a. kan sluttes deraf, at Navnet *Cratægus* i de fleste Lokalflorer aldeles savnes. Det er endvidere sandsynligt, at kun den ene Art, *C. monogyna* — ligesom i Norge — findes i Finland som vildvoxende. Vel angives som tilhørende Finlands Flora og beskrives begge Arter af enkelte Forfattere,

idet af disse f. Ex. Ledebour[1]) angiver *C. Oxyacantha* fra «Fennia merid. et insula Oesel», Brenner[2]) angiver begge Arterne fra «skogsbackar, men sällsynt». Men det nyeste og, som det synes, fuldstændigste Arbejde over Finlands Flora af Hjelt[3]) angiver kun *C. monogyna*, om hvilken Forf. bemærker, at Kalm o. fl. Forfattere have benævnt den *C. Oxyacantha*. Dette giver Anledning til at formode, at de tvende ovennævnte Forfattere ikke have affattet deres Beskrivelse af *C. Ox.* efter Autopsi af finske Eksemplarer, og at denne Arts Forekomst som vildt voxende i Finland i det mindste er tvivlsom.

I Ruslands Flora findes utvivlsomt begge Arter, men hvorledes de ere fordelte i det udstrakte Rige, derom kan man af den forhaanden værende Litteratur vanskelig danne sig nogen Forestilling. Regel[4]) forener begge til én Fællesart med forskellige Afarter, men beretter intet om disse Afarters geografiske Udbredelse i Rusland. Ligeledes forenes de under Navnet *C. Oxyacantha* af Köppen[5]), hvorimod de adskilles af Ledebour[6]), som angiver *C. Ox.* fra «Rossia media, Livonia, Curia, Lithuania, et R. australis ad Caucasum usque», *C. monog.* fra de samme Egne af Landet. Men en saa almindelig Angivelse i et Værk over hele det russiske Riges Flora udelukker ikke, at, hvis et større Antal Lokalflorer med Opmærksomheden henvendt paa dette Punkt havdes til Raadighed, Fordelingen indenfor de enkelte Provinser vilde vise sig mere forskellig end den ovenfor citerede.

I «Flora v. Südbosnien und Hercegovina» angiver Beck

---

[1]) Flora Rossica II, 1, pag. 88—89.
[2]) Floristisk handbok, 1886.
[3]) «Till kännedomen om växtarnes utbredning i Finland» (Acta societatis pro fauna et flora Fennica), 1891.
[4]) Revisio Cratægorum, pag. 16—19.
[5]) Geogr. Verbreitung der Bäumen im europäischen Russland.
[6]) Fl. Ross. l. c.

C. monog. som almindelig, men *C. Oxyac.* kun fra nogle faa Voxesteder.

For Tysklands Vedkommende ere de fleste Forfattere saavel af Lokalfloraer (Sonder[1]), Prahl[2]) o. fl.) som af almindelige floristiske Værker for hele Landet (Koch[3]), Garcke[4]) o. fl.) enige i at adskille de 2 Arter og angive dem som almindelige, uden at det kan skønnes, at der har været anvendt særlig Omhu paa at sammenligne Graden af Hyppighed i de enkelte Egne af Landet. Buchenau[5]), der betragter dem som Former af en Fællesart, bemærker, at *C. monogyna* især findes i Marskegne.

I England (incl. Skotland og Irland) angiver Babington[6]) begge Arter (*Oxyacantha* som *α*, *monogyna* som *β*), og den sidstnævnte bemærkes at være «the more common form».

Dersom man tør lægge «Prodromus floræ Batavæ« (1850) til Grund for vort Kendskab til Fordelingen af de 2 Arter i Hollands Flora, synes *C. monogyna* at være den eneste Art i dette Land. Forf. bemærker nemlig[7]) «siquidem recte vidi, cuncta specimina indigena *C. Oxyacanthæ* ad *C. monogynam* ducenda sunt et pertinent ad eam, quæ in provinciis orient. pro *C. Ox.* determinata sunt». Et lignende Forhold er sandsynligt for Belgiens Vedkommende, idet Crépin[8]) bemærker om *C. monogyna*, at den er «assez commun», hvorimod *C. Ox.* er «assez rare, ou peut-être assez commun, mais paraît manquer complètement dans la région septentrionale». Det maa imidlertid bemærkes, at den af C. omtalte Afart af *C. monog.* med

---

[1]) Hamburgs Flora.
[2]) Kritische Flora der Provinz Schleswig-Holstein.
[3]) Deutschlands Flora, ed. 2, 1843.
[4]) Flora von Deutschland, 15. Aufl., 1885.
[5]) Flora v. Bremen 1879.
[6]) Manual of British Botany, 7. edition, 1874.
[7]) l. c. pag. 82.
[8]) Manuel de la flore de Belgique, pag. 98. 1866.

glatte Blomsterstilke og 2 Grifler og Stene ifølge de anførte Kendetegn maaske snarere turde høre ind under *C. Oxyacantha*, hvilket dog lige over for en saa grundig Plantekender som Prof. Crépin kun fremtræder som en Gisning, hvis Berettigelse først en Autopsi af de paagældende Exemplarer kan afgøre.

I Frankrig findes begge Arter ifølge Grenier og Godron[1]), som adskille og beskrive dem med tilstrækkelig Tydelighed, og uden at gøre nogen Forskel i Henseende til deres Hyppighed angives de begge fra «haies et buissons de la plaine et des montagnes moyennes». Efter mit Kendskab til Sydfrankrig er *C. Ox.* dog der langt sjeldnere end *C. monog.*, og dette gælder særlig for Pyrenæerne. Rigtignok angiver Zetterstedt[2]) *C. Oxyacantha* (*C. oxyacanthoides* D.C. Fl. fr.) som almindelig i Pyrenæerne indtil den subalpine Region, hvorimod han ikke har iagttaget *C. monogyna* i Pyrenæerne. Men da Beskrivelsen hos Z.: «feuilles assez profondément divisées, les lobes obtusiuscules divergents et les pedoncules parfois munis de qq. poils», passer bedre paa *monogyna* end paa *Oxyacantha*, og da han tilføjer til yderligere Oplysning, at den i Sverige almindelige Form «à feuilles moins découpés, à lobes très courts et moins divergents» (lutter for *C. Oxyacantha* betegnende Karakterer) synes at mangle i Central-Pyrenæerne, maa her upaatvivlelig en Ombytning af Navnene for de 2 Arter have fundet Sted. I hvert Tilfælde har jeg i Omegnen af Bagnères de Luchon, altsaa i den samme Egn, som især har været Genstand for Zetterstedts Undersøgelser, kun iagttaget *C. monogyna*, men ikke *Oxyacantha*.

I Spanien er *C. monogyna* og dens Varieteter (f. Ex. *granatensis* Boiss., *brevispina* Kze. o. fl.) almindelig udbredt, hvorimod jeg ikke har bemærket *C. Ox.* i de Egne af Landet, jeg har besøgt, skønt min Opmærksomhed særlig var henvendt

---

[1]) Flore de France I, p. 567. 1848.

[2]) Plantes vasculaires des Pyrénées principales, pag. 89. 1857.

paa at eftersøge den. De fleste Forfattere af floristiske Værker over Spanien, f. Ex. Costa[1]), Willkomm[2]) og Amo[3]) nævne dog begge Arter som vildtvoxende der i Landet paa ensartede Voxesteder, *C. Ox.* dog noget sjeldnere end *monog.* — Efter Beskrivelsen er jeg imidlertid tilbøjelig til at antage, at i flere af disse Tilfælde Former af den meget varierende *C. monog.* ere tagne for *Oxyac.*[4]). Den vigtigste Autoritet i Henseende til Spaniens Trævæxt, Máximo Laguna[5]) erklærer *C. Ox.* for meget sjelden i Spanien, kun funden paa faa Steder i Nord-Spanien (Alava og Navarra), og bemærker, vistnok med Rette, at de for samme af de fleste Forfattere angivne Voxesteder ikke kunne tillægges denne, men for det meste *C. monog.*

Portugal turde i denne Henseende ikke væsenlig adskille sig fra Nabolandet. I de talrige Lokalflorer, der ere indeholdte i «Boletim de la soc. Broteriana» nævnes ikke *C. Oxyacantha*, kun i en Fortegnelse over de ved Bussaco fundne Planter angiver Henriques[6]) alene *C. Ox.* og ikke *monog.*, men da han citerer Brotero's Flora Lusitanica II, p. 290, som paa Grund af den korte og intetsigende Diagnose ikke kan tjene som Vidnesbyrd for nogen af Arterne, er Forekomsten af *C. Ox.* i Portugal derved ingenlunde bevist, men tværtimod en Navneombytning sandsynlig.

I Italien findes, efter Bertoloni[7]), *C. monog.* Jacq. (som af Forf. benævnes *C. Oxyacantha* L.) «copiose in omnibus silvis & sepibus Italiæ», hvorimod den ægte *C. Ox.* (L.) Jacq. (Fl. dan. tab. 634) *C. oxyacanthoides* Thuill., *C. monogyna* Bertol., kun angives fra nogle Steder i Nord-Italien. I Sicilien anføres af

---

[1]) Introduccion á la flora de Cataluña, pag. 80 (1864).
[2]) Prodromus floræ Hispaniæ, III, p. 199.
[3]) Flora fanerógama de la península ibérica 1873, vol. V, p. 283.
[4]) Den af Willk. l. c. anførte *C. Ox.* var. *hirsuta* er ingen ægte *Oxyacantha*.
[5]) Flora forestal española II, pag. 213.
[6]) l. c. III, p. 120.
[7]) Fl. ital. V, p. 145.

Gussone[1]) kun «*Mespilus monogyna*», og efter Analogi med de øvrige Middelhavslande maa dette formodes at forholde sig rigtigt, skønt Beskrivelsen anf. St. er saaledes affattet (pedunculi glabri, fl. 1—2-gyni), at den kan omfatte begge Arter.

I Grækenland findes ifølge Boissier[2]) begge Arter, hvoraf dog *C. monogyna* er den almindeligste, udbredt mod Ø. indtil Persien.

Af ovenstaaende Redegørelse kan bl. a. udledes følgende Resultater:

1) at Angivelserne hos største Delen af Forfattere med Hensyn til de to omhandlede Arters Udbredelse i Evropa ere for usikre til at tjene som Grundlag for afgørende Slutninger, og at der følgelig maa ønskes fyldigere og paalideligere Oplysninger, dette Spørgsmaal vedkommende;

2) at i Nord-Evropa synes *C. monogyna* Jacq. at gaa længst imod N.[3]), ligesom de Levninger af *Cratægus*, der findes i de ældre Jordlag, vidne om, at den længe har udgjort en Del af disse Landes Vegetation;

3) at i Syd-Evropa begge Arter findes, men medens *C. monog.* overalt er almindelig, er *C. Ox.* langt sjeldnere og i mange Egne aldeles ikke bemærket.

Naar vi nu fra dette Udgangspunkt spørge, hvorledes det forholder sig i vort eget Fædreland, da gælder det samme her som i de fleste andre Lande, at det relative Forhold mellem disse Arters Forekomst ikke med Nøjagtighed kan angives. I Udkanten af og paa aabne Steder i Skove, paa selve Skovbunden[4]), i Krat o. s. v. kan man ikke sjeldent iagttage *C. Oxya-*

---

[1]) Flora Sicula I, p. 555.

[2]) Flora orientalis II, p. 664.

[3]) Nymans Angivelse for *C. monogyna* (Consp. fl. Eur. 1878—82) «Europa omnis, excl. Scandinavia bor. (Fennia, Ross. bor.)», stemmer ikke overens med det virkelige Forhold.

[4]) Vaupell («de danske Skove», pag. 31) angiver Hvidtjørn som Underskov i Egeskoven, hvor den ofte danner tæt Krat (tilligemed Hasselen), men

cantha selvsaaet og som det synes vildvoxende, hvorimod denne Art forholdsvis sjeldent findes dyrket, medens omvendt *monogyna*, der saa almindeligt dyrkes dels i Have- og Parkanlæg som Sirtræ med sine talrige Afarter (f. Ex. med røde og med fyldte Blomster), dels til Hæk og Hegn [1]), langt sjeldnere findes i Skove. Men heraf at drage den Slutning, at af de tvende Arter hin er den eneste vildvoxende i Danmark, denne kun indført, vilde ikke træffe det rette Forhold. At *C. monogyna* findes dyrket som Sirtræ i langt større Udstrækning end dens Slægtning, kan let forklares af dens større Rigdom paa tildels smukt blomstrende Varieteter; dens sjeldnere Forekomst paa Skovbunden turde maaske, hvis det ikke skyldes tilfældige Omstændigheder, forklares ved en ringere Evne til at taale Skygge ell. lign. specielle Egenskaber.

Paa aabne Steder finder man stundom begge Arter blandede; dette er f. Ex. Tilfældet paa Halvøen Asnæs under Lerchenborg Gods, hvor de ret talrige Exemplarer ere kuede af Vestenvinden i den Grad, at de danne lave (ofte kun 1 à 2′ høje), tæt sammentrængte Tuer, der i Frastand ligne lave Høstakke [2]). Et vidt forskelligt og langt smukkere Billed frembyder den berømte

---

han angiver ikke nogen bestemt Art. Efter min Erfaring er dog Hvidtjørn som Underskov under Egeskoven ikke almindelig i alle Egne. Fra Petersgaards Skovdistrikt, hvor «Hvidtjørn forekommer almindeligt blandt den naturlige Underskov under Egebevoxningen» har Skovrider Thymaun sendt mig en Mængde Blade af forskellige Buske, og ved at gennemgaa disse har jeg fundet, at mellem 70 og 80 % hidrørte fra *C. Oxyacantha*, næppe 20 % fra *C. monogyna* og nogle faa Blade vare tvivlsomme.

[1]) Som et Vidnesbyrd om Almuens Opfattelse af de 2 Arters forskellige Forekomst har Stud. mag. M. Pedersen meddelt mig, at *C. Oxyacantha*, der i Haderslev-Egnen er almindelig i Skovene, af Beboerne der i Egnen kaldes «Skovtwon», den hyppigere plantede *C. monogyna* derimod «Hamborre-Twon».

[2]) Beretningen om den botaniske Forenings Sommerexkursion 1895 omtaler, at der ogsaa paa Æbelø (Skrænterne langs Stranden mod N.) findes begge Arter af *Cratægus* i talrige, lave, af Vinden forkrøblede Exemplarer.

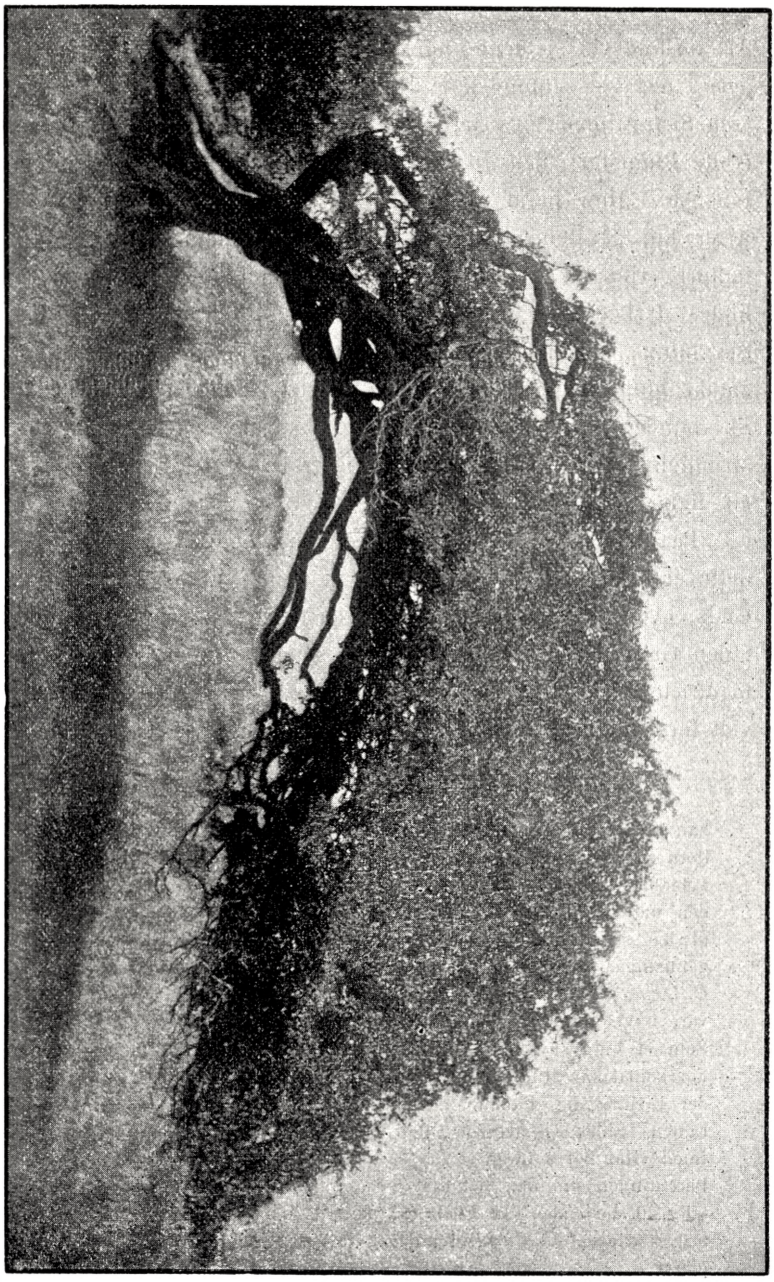


Fig. 4. *Crataegus monogyna* fra Nakkehoved.

Samling af højstammede Hvidtjørn i Jægersborg Dyrehave omkring Eremitagen. Her er det Vildtet, som ved at afgnave de nedre Grene har opelsket de ellers i Regelen buskagtige Tjørn til sirlige Træer af ofte ret ansélig Højde [1]). Ogsaa her findes begge Arter blandede.

Men foruden denne interessante Samling af Tjørne, hvis Alder ikke med Sikkerhed kendes, men som mindst ere lige saa gamle som Eremitagen, der blev bygget i Begyndelsen af det 18de Aarhundrede, findes her i Landet mange store Hvidtjørn af utvivlsom høj Alder, dels enestaaende Exemplarer, dels flere samlede, tildels, som det synes, plantede. Blandt de mig bekendte Exempler skal jeg særlig nævne 1) et stort Træ paa Søborg Slotsruin (Stammen 8′ 10″, de 3 største Grene 4′ 8″, 4′ 1″ og 3′ 4″ i Omfang, 35′ i Kronens Diameter, Højden 22′ 5″), 2) flere store, af Vinden stærkt bøjede Exemplarer ved Nakkehoved Fyrtaarn (Fig. 4), 3) et Træ i Marienborg Have paa Møen (58′ højt, 5′ i Stammeomfang), 4) meget store Træer omkring en Langdysse ved Store Rise Præstegaard paa Ærø (det største 4′ 2″ i Stammeomfang). Alle de under 1—4 nævnte Individer tilhøre den engriflede Art, og sammenholde vi nu disse med de ovenfor omtalte Exempler paa meget gamle Repræsentanter for begge Arter, en Sammenstilling, der omfatter nogle af de ældste nu levende Hvidtjørn i Danmark, kan deraf ikke med Sikkerhed uddrages nogen Forrang i Alder af den ene Art fremfor den anden, men kun drages den almindelige Slutning, at Hvidtjørnen allerede i lang Tid har udgjort en Bestanddel af Danmarks Trævæxt, uden at dog det forhaandenværende Materiale tillader en sikker Afgørelse af de Spørgsmaal, hvor gamle de ældste nu levende Individer ere, og om de ere vildvoxende eller i sin Tid have været plantede paa de Voxesteder, hvor de nu findes.

[1]) En talrig Samling af tildels højstammede Hvidtjørn findes ogsaa paa Halvøen Knudshoved under Rosenfeld i Sydsjælland. Et af de største har en Stamme af 6′ 2″ i Omfang.

Et væsenligt Skridt nærmere imod Løsningen af disse Spørgsmaal vilde det være, hvis det maatte lykkes her i Danmark, ligesom i Sverige, at opdage Levninger af *Cratægus* i de ældre Jordlag.

Det maa derfor indtrængende anbefales saavel Botanikere som Palæontologer at have Opmærksomheden henvendt paa at forfølge denne Sag videre, hvortil jeg her har leveret et lidet Bidrag [1]).

---

[1]) Efter første Korrekturlæsning har jeg fra Hr. Läroverksadjunkt Krok modtaget en Fremstilling af de to Arters Udbredelse i Sverige, ifølge hvilken *C. Oxyacantha* er almindelig i Syd-Sveriges østlige Del samt paa Öland og Gottland, men sporadisk eller sjelden i den vestlige Del (Halland, Bohuslän, sydl. Dalsland). *C. monogyna* derimod kun almindelig paa Gottland, sporadisk eller sjelden i baade den vestlige og østlige Del af Sydsverige samt paa Öland. Dens Nordgrænse baade mod Ø. og V. (sydl. Vermeland til sydl. Gestrikland) gaar længere mod N. end C. Oxyacantha (sydl. Dalsland til sydl. Vestmanland og Upland).

Om Flerfoldsvalg.

Af

Dr. T. N. Thiele,
Prof. astron.

(Meddelt i Mødet den 29. November 1895.)

Mit Kendskab til Litteraturen om sammensatte Valg er ikke stort, men det meste af, hvad jeg har set, har ikke givet mig stor Respekt for vor Samtids Forhold til denne vigtige Sag. Ideen om Proportionalitet er fortræffelig, men ved dens Udførelse synes man som oftest at være gaaet temmelig letsindig og famlende frem. Man har opstillet Methoder i Mængde, men i Prøvelsen og Bedømmelsen er man vist gaaet altfor «praktisk» til Værks. Hvilken Rolle spiller ikke Hensynet til Opgørelsens yderligste Lethed i Kritiken, ved Siden af endnu mindre upartiske Hensyn? Det har derfor været mig overmaade kært at se Prof. Phragméns[1]) Behandling af Sagen. Her rykker man dog et stort Skridt hen imod at faa Opgaven rigtig stillet og rationelt behandlet; og har det end ogsaa her været Hovedsagen at foreslaa en ny Methode, saa støttes denne med langt bedre Grunde end Opgørelsens Lethed. Min ærede Kollegas Skrift har ægget min Kritik og ikke ladet mig finde Ro, førend jeg besluttede foreløbigt at drive Upartiskheden saavidt, at jeg aldeles ikke bekymrede mig om praktiske Hensyn, men

[1]) E. Phragmén: Proportionella val. Stockholm. «Svenska spörsmål», Nr. 25.

blot søgte de theoretiske Kendetegn paa, om en Valgmaade er aldeles rigtig og retfærdig.

Det ligger i denne min Plan, at jeg kun kan tage Hensyn til saadanne Valgmaader, som tillade en klar og bestemt Fortolkning af hele Stemmesedlens Indhold, altsaa f. Ex. ikke til saadanne, hvor Kandidaterne nævnes i Orden for at antyde, at første Navn skal foretrækkes for de andre o. s. v., uden at der oplyses, hvor store slige Fortrin skulle være. Men iøvrigt ligger det mig saa fjernt som muligt, at indskrænke Undersøgelsens Omfang ved Antagelser af vilkaarlige Indskrænkninger i Valgets Form. Vælgerne kunne være lige berettigede eller ikke; hver Stemmeseddel kan nævne saa mange Kandidaters Navne som det skal være, og navnlig baade flere, lige saa mange og færre, end der skal vælges. Den ene Stemmeseddels Indhold af Navne skal ikke tænkes bundet eller begrænset af de andres.

Mine Kendetegn forudsætte rigtignok, at alle Navne paa enhver definitiv Stemmeseddel kunne anses for ganske ligestillede, saa at det er Vælgeren ligegyldigt, hvilke af de nævnte han faar valgt, naar blot Antallene ere de samme. Men dette forhindrer ikke, at Stemmesedlerne oprindelig kunne udtrykke Vælgerens forskellige Grad af Interesse for at faa den ene eller den anden af Kandidaterne valgt, naar blot Interessens Grad er angivet i bestemte Tal, som tillade at dele Stemmesedlen i et Antal partielle Stemmesedler alle med ligestillede Navne, én der indeholder alle Navnene, én de i ringeste Grad begunstigede o. s. v., indtil den sidste for de mest begunstigede Navne. Naturligvis kan saadanne partielle Stemmesedler hver kun faa sin passende Brøkdel af den Vægt, der tilkommer Vælgerens Stemme.

For at der kan tales om et bestemt rigtigt Resultat, er det desuden nødvendigt at vide, om Valget skal stille alle de Valgte lige. Men skønt det ogsaa i denne Henseende vil være bekvemmest at antage dette Spørgsmaal for bekræftet, ville vi dog faa at se, at heller ikke dette er helt nødvendigt, men at der ogsaa kan dømmes om saadanne Tilfælde, hvor Kandidaterne

skulle vælges i Orden og med forskellig Rettighed, naar blot ogsaa denne Forskel kan angives skarpt.

Vi tænke os altsaa, at der skal vælges et vist Antal Kandidater; at Stemmegivningen har fundet Sted og er bleven optalt i saadan Form, at der kun er Tale om ligestillede Navne paa hver definitiv Stemmeseddel, at alle enslydende Stemmesedler ere forenede til en enkelt, hvis Vægt er Summen af Vægtene for alle de oprindelig enslydende Stemmesedler med ligestillede Navne og de dertil sig sluttende enslydende partielle Stemmesedler. Saa samler hele Valgkampen sig i den methodiske Behandling af dette Materiale, som vi kunne tænke os ordnet i følgende tabellariske Form:

Liste	med Vægt	stemmer paa Kandidaterne
Nr. 1	a	I II III IV
2	b	I II III
3	c	II IV
4	d	I III V VII IX X
5	e	IV VI VII VIII
6	f	X

Var Valget nu ikke, hvad jeg her forstaar ved et sammensat Valg, men skulde der kun vælges en enkelt Kandidat, saa var Opgørelsen heraf let, man behøvede blot at sammentælle Summerne af Vægte for Stemmesedler, der tilfredsstilles ved hver enkelt Kandidats eventuelle Valg, altsaa her for I og III $a+b+d$, for II $a+b+c$, for IV $a+c+e$, for V og IX d, for VI og VIII e, for VII $d+e$ og for X $d+f$ o. s. v., den største Sum maa som Stemmetal afgøre Valget.

Langt vanskeligere er Sagen, naar der samtidig skal vælges flere Kandidater. Men Vanskeligheden ses ikke strax ved en overfladisk Betragtning, og vil man forstaa, hvorfor der er ofret saa meget Arbejde paa at opstille Valgmethoder og Regler for Valgs Opgørelse, uden at noget tilfredsstillende

Resultat kan anses for opnaaet, saa turde det være nyttigt at gøre et lille Tankeexperiment.

Lad os tænke os, at naar Stemmelisterne ere bragte i ovenangivne Form, træder Valgbestyrelsen til Side, alle Lovforskrifter ophæves, men hver af Listerne repræsenteres blot under det yderligere Valg ved en Fuldmægtig, der raader over sin Listes hele Vægt efter sit Skøn om det Partis Interesse, fra hvilket Listen hidrører.

Møder da disse Fuldmægtige for at afgøre Sagen ved Overenskomst og i fornødent Fald ved den Magt Listernes Vægt giver dem, saa er det næppe tvivlsomt, at Forhandlingerne ville begynde med en Opgivelse af et Antal Kandidater, hvis Valg det aabenbart er umuligt at sætte igennem. Men idet de Lister, hvorpaa disses Navne fandtes, styrkes derved, at Vægten falder mere samlet paa det formindskede Antal af Kandidater, vil det snart blive umuligt at skønne sikkert over flere Forkastelser.

Saa vil man vel prøve paa at tage Sagen fra den modsatte Side, og undersøge, om der ikke gives Kandidater, for hvis Valg der er en saa stærk og alsidig Stemning, at de paa Forhaand kunne erklæres for valgte. Hvis hver Fuldmægtig begynder med at fordele den Vægt, han raader over, ligeligt, mellem alle de ham lige kære Navne, der staa tilbage paa hans Liste, vil det ofte hænde, at man ved Optælling af den samlede Vægt, som saaledes vilde falde paa hver enkelt Kandidat, kunde komme til Erkendelse af, at en eller flere Kandidaters Valg er sikkert. Men Antallet af de usikre Kandidater vil altid være betydeligt større end det, som kan vælges. Saa begynder Valgkampens Spænding, og da den ligelige Fordeling af Vægten paa hver Listes Navne ingenlunde tør paabydes som Regel, samtidigt med at Fuldmægtigene have Ret til helt at opgive Kandidaturer, saa maa der opstaa Bevægelser i Vægtene, som i Almindelighed ville lade disse flyde bort fra de sikre saavel som fra de meget usikre Kandidater hen til dem, hvis Valg synes muligt, om end med Besvær.

Uden Baand paa disse Strømninger vil Resultatet blive fuldstændig Uvished. De Kandidater, som i det ene Øjeblik syntes valgte, ville netop derfor i det næste miste saa megen Stemmevægt, at de gaa ud af Betragtning til Fordel for andre, hvem samme Skæbne strax derpaa vil ramme. Det bliver derfor nødvendigt, at hver Fuldmægtig maa bindes til den Fordeling, han engang har gjort, og at han maa foretage sin Fordeling uden alt Kendskab til, hvorledes hans Konkurrenter virkelig samtidig fordele den Vægt, de raade over.

Hvis Læseren nu vil tænke sig selv som Fuldmægtig i denne Situation, tror jeg nok, at Sagens Vanskelighed nogenlunde vil vise sig for ham. Vor Fuldmægtig vil vel gøre sit Bud med al den Snildhed, han raader over, og et Resultat kan fremkomme ved at de Kandidater vælges, som samle størst Vægt; men det turde være lidet sandsynligt, at ret mange Fuldmægtige eller Vælgere vilde glæde sig derved.

Men ved at lade disse imaginære Fuldmægtige fare, og lægge Opgaven tilbage i den upartiske Valgbestyrelses Haand skærper man kun Vanskeligheden og Kravet paa netop at træffe det rette. Enhver Methode til at udfinde, hvilke Kandidater der bør vælges, synes at maatte operere ved Fordeling af Vægtene og ved at slaa fast efter Haanden, hvilke Kandidater der enkeltvis kunne erklæres for valgte eller vragede; men Motivet til saadan Fordeling ligger ikke i hver Vælgers eller Listes Forhold til den enkelte Kandidat, men i den forskellige Grad af Tilfredsstillelse, som de ville opnaa ved de samlede Kombinationer af Kandidater, som der til sidst kan være Tale om at faa valgt.

Hvis det virkelig er muligt at bestemme et sammensat Valg som retfærdigt, maa det ske derved, at det afgøres, ikke blot hvilken af to eller flere Kombinationer af Kandidater, der bedst vil tilfredsstille hver enkelt af Listerne, men yderligere, hvor stor Forskel der er paa Tilfredsstillelsen ved den ene eller den anden Kombination. Betingelsen er da ligefrem, at Tilfredsstillelsen for hver Listes Vedkommende maa kunne maales

med et bestemt Tal. Men hvis dette kan gøres, bliver det en Omvej at lade Tilfredsstillelsens Grad bestemme Vægtens Fordeling mellem Listernes Navne; Valget vil da være afgjort, naar det kan paavises, at en Kombination af Kandidater giver større Sum af Tilfredsstillelse end nogen anden, naar Tilfredshedstallene fra de enkelte Lister lægges sammen.

Naar Spørgsmaalet stilles paa denne Maade, synes Løsningen at ligge nær. Det er klart, at en Liste og dens Vælgere opnaa fuld Tilfredsstillelse, naar alle Listens Navne findes i den Kombination, der prøves, og at Tilfredsheden overhovedet voxer, naar Antallet n voxer paa de Navne, den har tilfælles med Listen. Da Tilfredsstillelsens Tal T selvfølgelig maa være proportionalt med Listens Vægt v, maa man kunne skrive

$$T = vf(n),$$

hvor Tallet $f(n)$ alene retter sig efter hint Antal n. Vilkaarligt, men uden at forandre Resultatet, maa man kunne sætte $f(0) = 0$ og $f(1) = 1$; dermed siges kun, at Lister, som ikke faa noget Navn ind i Kombinationen, ikke faa nogen Tilfredsstillelse ved den, og at Tilfredsstillelsen ved at opnaa Valg af en eneste Kandidat vil være ens for hver ligeberettiget Vælger, saaledes at vi kunne tage denne Tilfredsstillelse til Enhed for vore Maal. Men hvad Tal er $f(2)$, $f(3)$ o. s. v. og almindelig $f(n)$? Hvilken Funktion af n er $f(n)$, Tilfredsheden (for Enhed af Vægt) ved Antallet af Kandidater, der fra Listen gaa over i den Kombination, som konkurrerer til Valg?

Med dette Spørgsmaal viser Problemet om sammensatte Valg en Vanskelighed, som vel altid har været tilstede, men som kun utydeligt har kunnet føles, saa længe man ikke betragtede Sagen netop fra dette Synspunkt. Stemmesedlens Indhold og Kandidaternes Antal og indbyrdes Forhold er ikke Oplysninger nok til at afgøre Valgets rette Udfald. Opgaven er utilstrækkeligt oplyst, saa længe vi ikke kende Funktionen $f(n)$, og det er ikke muligt at udlede den af hine formelle Angivelser. For at vurdere Tilfredsstillelsen ved at faa mange af sine Parti-

fæller valgt, nøjagtigere — ved at faa den $n$te valgt, efterat man er sikker paa $n-1$ Valg — dertil kræves Kendskab til Formaalet for Valget og til den Gerning, hvortil Kandidaterne vælges.

Skal der vælges en Bestyrelse eller Regering, som skal beslutte og handle, saa er Enighed eller i alt Fald et fast Flertal inden for denne en saa vigtig Ting, at hver ny Stemme deri, altsaa hver Forøgelse af de valgte Kandidaters Antal betyder noget stort, og vel giver ligesaa megen Tilfredsstillelse som den første sejrende Kandidat paa en Liste, eller endog større.

Gælder det om at tilvejebringe et Udvalg til alsidig Prøvelse af en Sag eller Ordførere for Vælgermassens delte Meninger, da ligger hele Tilfredsstillelsen paa det første Valg. Det er en ringe Tilfredsstillelse at faa to Ordførere for samme Sag, eller at lukke Munden paa Kritiken.

Mellem disse to Yderligheder ligger der en Mangfoldighed af Overgangstilfælde især det, hvor der skal vælges Repræsentanter for et Samfund eller Folk, hvis Meninger, Afgørelser, Valg og Love skulle gælde som udtalte af Samfundet vedtagne af Folket. Her er Fordringen om Forholdsmæssighed i Valget paa sin Plads. Her bør det talrige Parti vise sin Styrke ved at sætte talrige Valg igennem; men Tilfredsstillelsen ved andet, tredie og yderligere Valg maa aftage kendeligt, hvis Overdrivelse skal undgaas. Madlysten stiger vel nok ved Mættelse, men ikke saa meget den virkelige Tilfredshed.

Med Erkendelsen af denne Forskels centrale Betydning for Valgproblemet opnaas noget ret væsentligt. Opgaven er ikke derfor løst, men den kan i alt Fald nu stilles i rigtig Form. Funktionen $f(n)$ maa i hvert enkelt Tilfælde anses for bestemt ved Virkelighedens Magtbud, ved Valgets Formaal og Karakter, tilsidst ved positivt Lovbud. Men kan den anses for given, da besidde vi nu det Kendetegn paa retfærdigt Valg at Summen

$$v_1 f(n_1) + v_2 f(n_2) + \ldots\ldots + v_r f(n_r) = \Sigma v f(n)$$

med et Led taget fra hver af Stemmegivningens Lister skal være større for den sejrende Kombination af Kandidater end for nogen anden af Kandidater i samme Antal.

Dette Kendetegn egner sig ikke umiddelbart til at anvendes i almindelig Valgmethode. Det har den svage Side, at Σvf maa beregnes for enhver tænkelig Kombination af saa mange Kandidater, som der skal vælges, og er dette Antal ikke enten meget lille eller meget lidt mindre end Antallet af Kandidater, som der overhovedet er stemt paa, saa voxer Kombinationernes Mængde op til noget uoverkommeligt.

Derimod bliver det nyttigt og uundværligt til Studium af de forskellige Valgmaader og Funktionsformer for $f(n)$. I Anvendelse paa typiske og simple Tilfælde af Listernes Indhold af fælles eller forskellige Navne, kan det oplyse os om Funktionens Forhold til Valgets Formaal og Karakter. Kendetegnet kan lede til Opdagelse af saadanne Funktionsformer, som tillade Opstillingen af en helt eller tilnærmelsesvis korrekt Opgørelsesmethode, og til at bedømme Tilnærmelsens Grad.

Dette skal nu oplyses ved nogle Exempler, men først skal jeg indskyde den Bemærkning, at dersom ikke alle de valgte skulle blive ligestillede ved Valget, men f. Ex. nogle af dem ved Valget skulle udnævnes til Formænd, da forhindrer denne Fordring ikke Anvendelsen af vort Kendetegn, kun bliver det derved mere indviklet. Der maa saa dannes Kombinationer ikke blot efter Antal, men tillige med Pladsbestemmelse for Kombinationens Formænd, og Tilfredsstillelsen vil for hver Liste fremtræde som Sum af to eller flere Funktioner, en $f(n)$ afhængig af hele Antallet af sejrende Navne, en anden $g(m)$ afhængig af sejrende Formandsemner o. s. v. Kendetegnet blev da, at

$$\Sigma v(f(n) + g(m) + \ldots\ldots) = maximum.$$

Mere anvendeligt bliver det næppe paa denne Maade.

Den stærke Valgmaade,
$f(n) = n$.

Valg med lige stor Tilfredsstillelse ved hvert tilkommende sejrende Navn paa Listen, det sidste lige saa vigtigt som det første, afgiver Exempel paa, at der af Kendetegnet kan udledes en nøjagtig Methode til Opgørelse, som tillader os at trænge fuldkommen ind i Tilfældets Karakter; Methoden er tilmed her saa simpel, at den umiddelbart kan faa praktisk Anvendelse.

Da Tilfredsstillelsen ved en vis Kandidats Valg i dette Tilfælde er uafhængig af, om han vælges sammen med denne eller hin anden, og Tilvæxten i Tilfredshed ved hans Valg er Summen af Vægtene for de Lister, der stemme for ham, behøver man blot for hver Kandidat at opgøre denne Sum, altsaa den samme Regning som ved Valg af en eneste Kandidat. Summen af disse Summer for alle Kandidaterne i en Kombination maaler da den hele Tilfredsstillelse, som denne Kombination giver. Følgelig er den Kombination valgt, der dannes af de Kandidater, hvis særlige Summer ere de største.

I dette Tilfælde gælder den Sætning, at den Kandidat, som vilde blive valgt, hvis kun én skulde vælges, og det Par, som vilde sejre ved dobbelt Valg o. s. v., ogsaa vil være blandt de sejrende, naar Kombinationen skal være talrigere.

For at bestemme denne Valgmaades Plads i det politiske Liv og andre Anvendelser er det tilstrækkeligt at betragte nogle simple Tilfælde af Listernes Indhold. Er der ingen Kandidat fælles for to Lister, og omfatter de vægtigere af Listerne mindst saa mange Navne, som der skal vælges Kandidater, saa sejrer den stærkeste Liste helt selv med den mest knebne relative Stemmeflerhed. For at bryde den Ensartethed i Valgets Resultat, som herefter er Valgmaadens Hovedegenskab og anbefaler den til Valg af Bestyrelser, behøves der en ret vidtgaaende Splittelse i Partier. Overfor det mindste absolute Flertal ere de øvrige Partier overhovedet magtesløse, kunne i det højeste kaste Glans paa enkelte af de valgte i Forhold til deres Kolleger.

Overfor et relativt Flertal kommer det an paa, hvorvidt de øvrige Partier kunne enes om at sætte samme Kandidater paa to eller flere Lister.

Valgmaaden gaar altsaa ikke saa yderligt, at den sikrer endog meget brogede Vælgerkorpser en stærk Bestyrelse. Til saadant Formaal kunde man anvende Funktionsformer som $f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ eller $f(n) = n^2$, Valgmaader som kunne kaldes voldsomme eller tyranniske.

Paa den anden Side egner den stærke Valgmaade sig ikke til at gøre den valgte Forsamling til et Billede af Vælgernes Samfund, der kunde tale i dettes Navn, repræsentere det. Dertil er den altfor haard imod Mindretallene, stærke saa vel som smaa.

Af praktiserede Valgmethoder har f. Ex. den franske «scrutin de liste» stærke Berøringer med denne Valgmaade. Det er ikke overflødigt at advare om, at medens den stærke Valgmaade i sin rene Form er saa yderlig let at anvende, at den i sig selv er en eminent praktisk Valgmethode, saa er den meget følsom overfor unødvendige Modifikationer ved positiv Valglov. Det vilde saaledes være yderst betænkeligt at skærpe den til at give stærkere Bestyrelse ved at forbyde samme Navns Forekomst paa flere end en Liste; bortset fra alle de Chikaner, dette kunde fremkalde, vilde det derved blive aldeles umuligt at angive, hvilken Kombination der med Rette burde sejre. Man skulde da kende, i hvilken Orden Listerne vare foreslaaede, — og mere til.

Valgmaaden taaler heller ikke, at Vælgersamfundet deles i Valgkrese. Det gaar ikke an, at give Mindretallene med den ene Haand, hvad man har taget med den anden. Besejrede Sejerherrer føle Nederlaget som Undertrykkelse.

Den forholdsmæssige Valgmaade,

$$f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \ldots\ldots + \frac{1}{n}.$$

For at en Valgmaade skal kunne kaldes forholdsmæssig og afbilde Vælgersamfundets Delinger ved Antallene af de valgte,

maa den i det simpleste Tilfælde (d'Hondts), hvor intet Navn findes paa mere end en Liste og hvor Listernes Vægte $m', n' \ldots . r'$ forholde sig som hele Tal $m, n, \ldots . r$, hvis Sum er Antallet af Kandidater, der skal vælges, give størst Tilfredshed derved, at Listen m' vælger m, n' vælger $n, \ldots . r'$ vælger r Kandidater.

Funktionen $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \ldots . + \frac{1}{n}$ opfylder denne Betingelse. Thi

$$m' f(m) + n' f(n) + \ldots . + r' f(r) >$$
$$> m' f(m-1) + n' f(n+1) + \ldots . + r' f(r),$$

hvor en hvilkensomhelst (den første) Liste har mistet et Valg til Fordel for en hvilkensomhelst anden Liste (den anden), ved Subtraktion af Ulighedens højre Side fra venstre fremkommer nemlig

$$\frac{m'}{m} - \frac{n'}{n+1} > 0, \text{ eller } \frac{m'n - mn' + m'}{m(n+1)} > 0,$$

og dette gælder ubetinget, naar

$$\frac{m'}{m} = \frac{n'}{n} = \ldots . = \frac{r'}{r}.$$

Den Valgmaade, som skal omtales i dette Afsnit, udmærker sig altsaa ved at give forholdsmæssige Valg. Dette gælder dog ikke exakt, og andre Funktionsformer kunne have samme Egenskab, thi selve Definitionen angaar kun hele endelige Antal, og kan derfor ikke give nogen skarp Bestemmelse gennem Fordringen om største Tilfredsstillelse. Anvendt paa det analoge Tilfælde af kontinuerte Kræfters Kamp om Resultater, der ligesom Kræfterne kunne maales med kontinuert variable Tal, fører Maximumsbetingelsen til Bestemmelse af $f(n)$ som Logarithmen til n. Men da log (0) $= -\infty$, kan denne Funktionsform ikke uforandret anvendes paa Tilfældet med hele Antal. Vor Funktion er i øvrigt som bekendt meget nær beslægtet med Logarithmen.

For at anvende vort Kendetegn paa Opgørelser og Valg efter denne Valgmaade behøver man blot at dividere Listernes

Vægte, med 2, 3, 4 o. s. v., simpel Addition vil saa gøre Resten. Et Par Exempler kan vise denne lille Regning. Protokollen over Afstemningen være

Liste	stemmer*) paa Kandidaterne						Vægt	½ Vægt	⅓ Vægt	¼ Vægt
Nr. 1	I	II		IV		VI	120	60	40	30
2		II	III		V		72	36	24	
3	I	II	III				84	42	28	
4				IV	V	VI	48	24	16	
5	I			IV	V		36	18	12	
6		II				VI	9	$4\frac{1}{2}$		

hvor stor Tilfredsstillelse give Kombinationerne af Kandidaterne (I, II, IV, VI) og (II, III, V)?

			(I, II, IV, VI)
1 Liste	1	Navn	120
	2	—	60
	3	—	40
	4	—	30
2 Liste	1	—	72
3 Liste	1	—	84
	2	—	42
4 Liste	1	—	48
	2	—	24
5 Liste	1	—	36
	2	—	18
6 Liste	1	—	9
	2	—	$4\frac{1}{2}$
Sum ...			$587\frac{1}{2}$

			(II, III, V)
1 Liste	1	Navn	120
2 Liste	1	—	72
	2	—	36
	3	—	24
3 Liste	1	—	84
	2	—	42
4 Liste	1	—	48
5 Liste	1	—	36
6 Liste	1	—	9
Sum ...			475

*) Var samme Stemmegivning faldet i et Tilfælde af et Udvalg til Prøvelse, hvor fuld Tilfredsstillelse forudsattes opnaaet ved første Navn fra hver Liste, $f(o) = 0$ og i øvrigt $f(n) = 1$, hvilket vi kunne kalde den svageste Valgmaade, da vilde der være fremkommet mangfoldige Tilfælde af Stemmelighed 2 af de 15 Par Kandidater, 12 af de 20 Kombinationer af 3 Kandidater, de 14 af de 15 Kombinationer af 4 Kandidater og alle Femerne vilde have staaet lige med total Tilfredsstillelse af alle Stemmerne. Benyttede man en minimal Hensyntagen til Listernes andet, tredie osv. Navn til Afgørelsen af Stemmelighederne, vilde de sejrende Kombinationer blive (II), (II, IV), (I, II, V), (I, II, V, VI) og (I, II, III, V, VI), hvor altsaa Kandidat IV, efterat have sejret i Parret (II, IV), forsvinder af de mere talrige Kombinationer.

For de øvrige Kombinationer anfører jeg kun Resultaterne, der f. Ex. kunne tjene ved Indøvelsen af disse Beregninger:

Enklt. Valg	Pars Valg.	Treere	Firere	Femere	Alle
(I) 240	(I, II) = 423	(I, II, III) = 487	(I, II, III, IV) = 593	(I, II, III, IV, V) = **653**	$703\frac{1}{2}$
(II) **285**	(I. III) = 354	(I, II, IV) = **529**	(I, II, III, V) = 577	(I. II, III, IV, VI) = $651\frac{1}{2}$	
(III) 156	(I, IV) = 366	(I, II, V) = 525	(I, II, III, IV) = $579\frac{1}{2}$	(I, II, III, V, VI) = $645\frac{1}{2}$	
(IV) 204	(I, V) = 378	(I, II, VI) = $515\frac{1}{2}$	(I, II, IV, V) = **601**	(I, II, IV, V, VI) = $651\frac{1}{2}$	
(V) 156	(I, VI) = 357	(I, III, IV) = 480	(I, II, IV, VI) = $587\frac{1}{2}$	(I, III, IV, V, VI) = 617	
(VI) 177	(II, III) = 363	(I, III, V) = 456	(I, II, V, VI) = $593\frac{1}{2}$	(II, III, IV, V, VI) = $633\frac{1}{2}$	
	(II, IV) = **429**	(I, III, VI) = 471	(I, III, IV, V) = 552		
	(II, V) = 405	(I, IV, V) = 474	(I, III, IV, VI) = 553		
	(II, VI) = $397\frac{1}{2}$	(I, IV, VI) = 511	(I, III, V, VI) = 549		
	(III, IV) = 360	(I, V, VI) = 471	(I, IV, V, VI) = 539		
	(III, V) = 276	(II, III, IV) = 507	(II, III, IV, V) = 573		
	(III, VI) = 333	(II, III, V) = 471	(II, III, IV, VI) = $599\frac{1}{2}$		
	(IV, V) = 318	(II, III, VI) = $475\frac{1}{2}$	(II, III, V, VI) = $559\frac{1}{2}$		
	(IV, VI) = 297	(II, IV, V) = 507	(II, IV, V, VI) = $567\frac{1}{2}$		
	(V, VI) = 309	(II, IV, VI) = $497\frac{1}{2}$	(III, IV, V, VI) = 523		
		(II, V, VI) = $493\frac{1}{2}$			
		(III, IV, V) = 438			
		(III, IV, VI) = 453			
		(III, V, VI) = 429			
		(IV, V. VI) = 403			

Det fremgaar heraf, at ved dette Valg maatte Kandidaten II sejre, hvis kun en skulde vælges; (II, IV) vilde sejre som Par; (II, IV, I) er den mest tilfredsstillende Kombination af 3 Kandidater, (II, IV, I, V) og (II, IV, I, V, III) for 4 og 5 Kandidater. De ugunstigste Kombinationer ere (I, III, IV, V, VI), (III, IV, V, VI), (IV, V, VI), (III, V) og (III) eller (V).

Til Sammenligning med den foregaaende stærke Valgmaade $f(n) = n$ bemærkes, at efter denne vilde Kandidaten I være kommen i Betragtning forud for IV og Nr. VI forud for III og V. Forskellen er altsaa ikke meget stor; men i et Tilfælde med saa usikker Partideling som dette, kan Modsætningen heller ikke træde stærkt frem.

Vi saa i dette Tilfældes Behandling efter den forholdsmæssige Valgmaade, at de sejrende Kombinationer, ligesom det altid er Tilfældet ved $f(n) = n$ dannede en saadan Række, at

de talrigere stedse helt optog de mindre talrige i sig. Dette er ikke altid Tilfældet, men rigtignok et meget hyppigt Fænomen især ved vel adskilt Partideling; Afvigelsen mellem de to Valgmaader i denne Henseende kan praktisk vel betragtes som lille, saa lille er den, at jeg i Øjeblikket ikke kender andre Exempler paa Kombinationer, der ikke optage de mindre talrige i sig, end saadanne, som jeg kunstigt har dannet ved at søge hen imod Tilfælde med mangfoldig Stemmelighed, f. Ex.:

Liste	stemmer paa Kandidat			med Vægt	$\frac{1}{2}$ Vægt
Nr. 1	I	II		10	5
2	I		III	8	4
3		II	III	2	1
4			III	5	
5		II		4	

her er Tilfredsstillelsen for enkelt Valg ved (I) = 18, ved (II) = 16 og ved (III) = 15; men for de parvise Kombinationer ere Tilfredsstillelserne ved (I, II) = 29, ved (I, III) = 29 og ved (II, III) = 30. Alene vælges altsaa I, men som Par sejre II og III.

Hvor let det endog er at beregne Tilfredsstillelsen ved hver opgiven Kombination af Kandidater og med vort Kendetegn at afgøre en Strid, om ikke et bestemt Valgresultat var mere retfærdigt end et andet, saa er den forholdsmæssige Valgmaades strenge Anvendelse dog stærkt begrænset af Hensyn til Vanskeligheden ved at udregne den mest tilfredsstillende Kombination. Dette ligger simpelthen deri, at Kombinationernes Antal let kan løbe op til noget aldeles uoverkommeligt. Skal der f. Ex. vælges 10 Kandidater ud af 30 opstillede, saa maatte man beregne Tilfredsstillelsen ved over 3 Millioner forskellige Kombinationer. Selv med langt mindre Tal, hvor Regningerne endnu virkelig lade sig baade udføre og kontrollere, vil det dog være meget vanskeligt blot at sikre sig, at man ikke har oversprunget en eneste Kombination.

Rigtignok skal man ikke for tidlig lade sig skræmme af store Antal, og navnlig under saadanne Forhold, som Praxis kan ventes at byde, vil Kombinationernes Mængde ofte skrumpe ind til noget meget beskedent. Blot ved at se paa Listerne vil man hyppigt kunne baade skønne og bevise, at nogle Kandidater umulig kunne blive valgte, eller at andre ere sikre paa Valg. Men det kan ikke nægtes, at Arbejdet er for stort.

Det værste er, at det ikke blot er vanskeligt men vistnok umuligt at slippe udenom paa helt retfærdig Maade. Naar en Sag i sig selv er meget simpel, svinder Udsigten til at fremstille den paa en endnu simplere Maade, og de Regninger, hvorom det her drejer sig, ere saa simple, at der ikke kan gjøres mange Kunster med dem. Der er blot for mange af dem.

Det der skulde kunne hjælpe, maatte være, at man saaledes som ved den stærke Valgmaade $f(n) = n$, ved en Regning for hver enkelt Kandidat kunde udpege dem, der ved at stilles sammen afgave den bedste Kombination, uden at beregne andre end i alt Fald de allersimpleste Kombinationer. Det ligger da nær at undersøge, hvad der gør hint Tilfælde saa bekvemt. For en hvilkensomhelst Form af Tilfredshedsfunktionen $f(n)$ gælder der nu nogle ganske overskuelige Sætninger: Tilfredsstillelsen ved et Par Kandidaters Kombination f. Ex. (I, II) kan tildels udtrykkes ved Tilfredsstillelserne ved hver især (I) og (II), man har

$$(\mathrm{I}, \mathrm{II}) - (\mathrm{I}) - (\mathrm{II}) = (f(2) - 2f(1) + f(0))\,\Sigma(1,2) = \triangle^2 f\,\Sigma(1,2)$$

hvor $\Sigma(1,2)$ betegner Summen af Vægtene for de Stemmelister, paa hvilke begge Kandidaterne I og II ere nævnte. Fremdeles er for Treerkombinationens Tilfredsstillelse (I, II, III)

$$(\mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III}) - (\mathrm{I}, \mathrm{III}) - (\mathrm{II}, \mathrm{III}) + (\mathrm{III}) - (\mathrm{I}, \mathrm{II}) + (\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) =$$
$$(f(3) - 3f(2) + 3f(1) - f(0))\,\Sigma(1,2,3) = \triangle^3 f\,\Sigma(1,2,3),$$

hvor ligeledes $\Sigma(1,2,3)$ betegner Summen af Vægtene for Lister med alle tre Navne I, II, III. Dette er kun specielle Tilfælde af en almindelig Lov, der med symbolsk Multiplikations-Betegnelse kan skrives

$((\mathrm{I}-0)*(\mathrm{II}-0)*(\mathrm{III}-0)*-*(\mathrm{L}-0)) = \triangle^l f.\, \Sigma(1.2\,3\ldots l)$, hvor det forudsættes, at man efter den symbolske Multiplikations Udførelse udelader 0'erne af Kombinationerne og sætter $(0,0,0,\ldots 0) = 0$.

For at man overhovedet skal kunne udtrykke mere sammensatte Kombinationer ved simplere, og derpaa maa det hele bero, maa de højre Sider i disse Ligninger forsvinde, altsaa enten Faktoren $\triangle^l f = 0$ eller $\Sigma(1,2,3\ldots l) = 0$. Men den sidste af disse afhænger af de i det enkelte Tilfælde forekommende Vægte, og er derhos lige saa mangfoldig som den Kombination, der skulde beregnes. Det eneste, der kan hjælpe, er da, om Differenserne af Funktionen $f(n)$, særlig de højere af dem, kunne sættes $= 0$. Saadan Lettelse er altsaa betinget af, at $f(n)$ er en hel rational Funktion. Naar $f(n)$ er en lineær Funktion altsaa netop i det bekvemme Tilfælde $f(n) = n$, og heller ikke i noget andet, saa ere alle disse Differenser $= 0$ ligefra $\triangle^2 f$, og saa kan Tilfredsstillelsen for en Kombination beregnes ved de enkelte Kandidaters Tal. Næst dette Tilfælde kunde der være Tale om at udtrykke $f(n)$ ved Formen $an + (1-a)n^2$, hvorved foruden de enkelte Tilfredsheder ogsaa Tilfredsheden ved hvert Par Kandidater maatte beregnes for deraf at faa udledet de øvrige Kombinationer. Men allerede dette fører til vildsomme og store Regninger, uden at der derfor er Udsigt til at komme til Maalet; og dertil kommer, at Formen $f(n) = an + (1-a)n^2$ kun med ringe Tilnærmelse kan afpasses efter den forholdsmæssige Valgmaade. Skal man nøjes med Tilnærmelse, saa kan man paa anden Maade faa den baade bedre og billigere. Snarere kunde der være Tale om at bruge den hele rationale Form som Tilnærmelse til en Opgørelse efter den svage Valgmaade for blot prøvende Udvalg. Men samtidig med at Vanskelighederne ved en skarp theoretisk Løsning af dette Tilfælde ere særlig store, er Trangen dertil vistnok særlig ringe; et Forslag fra en Dirigent om saadant Udvalgs Sammensætning vil sjældent vække Utilfredshed.

Vi have allerede i det foregaaende nævnt et Par Forhold, som kunne gøre Nytte, naar Talen bliver om at finde en brugbar Opgørelsesregel for den forholdsmæssige Valgmaade. Men den har endnu idetmindste en Egenskab, som er værd at bemærke. Nemlig det, at selve det proportionale Billede af Vælgersamfundet, som den giver, tillader Samfundets Inddeling i Valgkrese. Helt uskadeligt er dette Middel ikke: Man kan ikke nøjagtig tillægge hver Valgkres det rette Antal af Pladser i Repræsentationen, og selv med den retfærdigste Afpasning heraf kan det ikke undgaas, at smaa Mindretal tabe den Udsigt til Repræsentation, som de vilde have ved Valg i Samfundet som en Helhed. Valgmaaden taber i Finhed jo mindre Valgkresene gøres, og man maatte gaa ned til kun at lade hver Valgkres vælge to eller tre Repræsentanter, dersom man alene ved dette Middel skulde undgaa at faa stort Besvær ved mylrende Mængder af de enkeltvis lette Tilfredshedsberegninger.

Andre Valgmaader.

De to vigtigste Valgmaader ere utvivlsomt de i det foregaaende omtalte, den stærke og den forholdsmæssige. Og dette gælder af dobbelte Grunde. Fra theoretisk teknisk Side udmærker den stærke Valgmaade sig ved den enestaaende Simpelhed i Valgopgavens Løsning ved Betragtning af hver Kandidat for sig, og den forholdsmæssige Valgmaade har, som vi lige have omtalt, den store Fordel at Valget, uden helt at forvrænges, kan foretages i Valgkrese. Ogsaa overfor Anvendelserne udmærke de samme to Valgmaader sig ved at kunne henvises hver til sit ret vel bestemte Omraade, den stærke Valgmaade til Valg af beslutningsdygtig Bestyrelse, den forholdsmæssige til Valg af lovgivende, vælgende eller bedømmende Repræsentationer.

Enhver Tanke om en Valgmaade, der som Universalmiddel skulde være god til alt muligt, maa falde bort, og dermed hele Polemiken mellem Forholdstalsprincipets Tilhængere og Modstandere. Man tvinges til at fæste Opmærksomheden paa de

vexlende Formaal for de forskellige Slags Valg og afpasse Valgmaaden og altsaa Tilfredsstillelsesfunktionen derefter. Men ere Formaalene end mangfoldige, saa ere Valgmaaderne ikke mindre rige paa Mellemformer og gradvise Overgange. Det er naturligvis næsten umuligt at opvise en valgt Forsamling, hvis Opgaver alle ere ganske ensartede, f. Ex. en Bestyrelse, som ikke lejlighedsvis maa enten lægge Voldsomhed i Magten eller fungere som dømmende Repræsentanter; eller paa den anden Side en Repræsentation, som ikke jevnlig maa tage Beslutning eller kritisk prøve indviklede Sager. Bestemmelsen af Valgmaadens $f(n)$ kan aldrig ske med mathematisk Nøjagtighed, men kun ved et Skøn, hvis nogenlunde faste Holdepunkter maa være de to her behandlede Hovedvalgmaader, den stærke og den forholdsmæssige.

Den praktiske Valgopgave, en Opgørelsesmethode, som udpeger de Kandidater af hvilken den sejrende Kombination skal bestaa, den er endnu kun løst i det ene Tilfælde, som angaar den stærke Valgmaade.

Praktisk Tilnærmelsesmethode.

Af de Omstændigheder, der kan give Udsigt til Lettelse af Valgopgørelsens Vanskeligheder, har Inddelingen af Samfundene i Krese vistnok stor Betydning for det snævre Omraade omkring den forholdsmæssige Valgmaade, hvor det overhovedet kan være tilladeligt at anvende dette Middel, men dets theoretiske Betydning gaar ikke ud over, at det sikrer Muligheden af forholdsmæssige Valg under alle Omstændigheder; og anvendes denne til Valg af Valgmænd, saa kan Valg efter hvilken som helst Valgmaade lægges i deres Haand.

Anderledes forholder det sig med det for den stærke Valgmaade gældende Princip, at den rette Kombination paa n Kandidater, skal indeholdes i den rette Kombination paa $n+1$ Kandidater.

Det er dette Princip, som frem for alt giver Phragméns

Methode Interesse. For Phragmén synes dette Princips Rigtighed at staa som umiddelbart indlysende, og han har bygget saa trygt derpaa, at det har gennemtrængt hele hans Methode og givet den et ikke ubetinget heldigt Særpræg. For os, som have vundet det selvstændige og almengyldige Kendetegn paa retfærdigt Valg, er der ikke længer nogen Tvivl om, at Princípet ikke strengt kan forliges med forholdsmæssigt Valg. Men fordi vi kunne se Afvigelserne, have vi ogsaa kunnet maale dem, og faa den Opfattelse, at de ere baade smaa og sjældne. Der er da gode Indicier for at bruge dette Princip til Grundlag for den Tilnærmelsesmethode, som skal kunne føre gennem Mylderet af Kombinationer til en praktisk Methode for Valgs Opgørelse.

Denne Methode ligger da lige for. Man gaar successivt frem; enten begynder man ved at afgøre, hvilken Kandidat man vilde faa valgt som Enekandidat; saa beregnes Tilfredsstillelserne ved alle de Par, af hvilke hin Kandidat er den ene, og det mest tilfredsstillende af disse Par vælges; saa prøver man Tilfredsstillelserne ved at sætte en hvilkensomhelst af de øvrige Kandidater til som den tredie, og fortsætter paa denne Maade med én ny Kandidat ad Gangen til det fulde Antal er naaet. Regningen er i sig selv yderst let, især naar man ikke overalt beregner hele Tilfredsstillelsen, men kun den Tilvæxt, den faar ved den nye eventuelle Kandidats Tiltræden. Jeg giver denne Methode Navn af Tilføjelsesreglen.

Eller ogsaa kan man gaa den helt modsatte Vej, begynde med at beregne Tilfredsheden ved den noget for talrige Kombination af alle de Kandidater, som ikke ere aabenbart umulige, og en for en udskyde som forkastede de Kandidater, ved hvis Opgivelse der vil tabes mindst i Tilfredsstillelse: «Udskydelsesreglen».

Eller man kan samtidigt gaa begge Veje til Maalet og se, om Resultaterne af Tilføjelses- og Udskydelsesreglerne stemme indbyrdes. Gør de det, saa tør man trygt stole paa, at den

fundne Kombination er den rette, vel at mærke, hvis Talen er om Valg efter den forholdsmæssige Valgmaade eller en saadan, som afviger endnu mindre fra den stærke Valgmaade[1]). Men stemme Resultaterne ikke, da bør man afbryde Regningerne fra den ene eller den anden Side eller begge, helst et Skridt eller to førend Uoverensstemmelsen begynder at vise sig ved, at den lille Kombination har faaet en Kandidat optagen, som udskydes af den store Kombination. Derefter maa man saa gaa strengt tilværks og beregne Tilfredsstillelsen ved alle de Kombinationer i rette Antal, som omfatte Tilføjelsesreglens mindre Kombination, medens de omfattes af Udskydelsesreglens større Kombination.

Selvfølgelig opnaar man ikke paa denne Maade noget fuldgyldigt mathematisk Bevis for, at den udfundne Kombination er den allerbedste. Men saa fint behøver Sagen ikke at tages.

Det maa overhovedet ikke glemmes, at Valgmaadens Afpasning efter Valgets Hensigt ingenlunde kan være fin, men tvertimod altid maa lade en bred Margen staa aaben for umærkelige Smaaforandringer i Tallene $f(2) \ldots . f(n)$.

Man maa derfor i Praxis være berettiget til at slaa enten Tilføjelsesreglen eller Udskydelsesreglen fast ved et positivt Lovbud.

Fejlen, der derved begaas, vil kun være lille, tilmed uskadelig. Thi enten er Afvigelsen fra det theoretisk rigtige helt uberegnelig, tilfældig, og saa gaar den med megen anden Fejl ind under Loven om de store Tal. Eller ogsaa virker Hjælpeprincipets Tilføjelse i det væsentlige systematisk som en Modifikation af Tilfredshedsfunktionen $f(n)$, der enten nærmer den til eller fjerner den fra den stærke Valgmaades $f(n) = n$. Og i dette Tilfælde vil man, om fornødent, kunne ophæve Fejlen ved en kompenserende Modifikation af $f(n)$.

Jeg tør derfor anbefale navnlig Udskydelsesreglen, saaledes som den vises udført i det andet tilføjede Regneexempel, som

[1]) Se dog Regneexemplerne 3 og 4.

en baade paalidelig og bekvem Opgørelsesmethode for Valg efter andre Valgmaader end netop den stærke og de fra denne yderlig afvigende. At jeg foretrækker Udskydelsesreglen for Tilføjelsesreglen, som fremstilles i første Regneexempel, beror kun paa, at Tilføjelsesreglen kan give de først valgte i Kombinationen visse ubestemte, løse Prætentioner paa Forrang over deres Kolleger.

Valglisterne, der ere lagte til Grund i Regneexemplerne 1 og 2, ere hentede fra Phragméns mest interessante Exempel. Valgmaaden er forudsat at være den rent forholdsmæssige

$$f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}.$$

Ved begge Exempler ere to af Phragméns Kandidater paa Forhaand udskudte som aabenbart umulige Valgemner, tilmed for at vise, at Opgørelsen ikke kræver samme Antal Navne paa alle Lister.

De øvrige Exempler angaa et Tilfælde med særlig maliciøse Stemmelister, som jeg har konstrueret ved Hjælp af det almindelige Kendetegn, saaledes at alle Kombinationer af 2 blandt 4 Kandidater kom til at staa næsten lige ved forholdsmæssig Valgmaade, medens Tilfredsstillelserne ved enkelt Valg og Treere alle vare indbyrdes forskellige.

Ex. Nr. 1. Fem Kandidater vælges efter følgende Materiale ved forholdsmæssig Valgmaade og efter Tilføjelsesreglen.

												med Vægt	680	$\frac{1}{2}$ 340	$\frac{1}{3}$ 226.67	$\frac{1}{4}$ 170	$\frac{1}{5}$ 136	Sum 1552,67
Liste Nr.	1	stemmer paa	H	GE	PE	Be	O						341	170.5	113.67	85.25	68.2	778.62
—	2	—	H	GE	PE	Be		Br					322	161	107.33	80.5	64.4	735.23
—	3	—	H	GE					Ø	P	He		49	24.5	16.33	12.25	9.8	111.88
—	4	—	H	GE				Br	Ø	P			47	23.5	15.67			86.17
—	5	—							Ø	P	He		14	7	4.67	3.5	2.8	31.97
—	6	—	H		PE	Be	O	Br					10	5	3.33	2.5	2.0	22.83
—	7	—	H	GE			O		Ø	P		Sum	1463	731.5	487.67	354	283.2	3319.37

1ste Kandidat.

Liste	H	GE	PE	Be	O	Br	Ø	P	He
1	680	680	680	680	680				
2	341	341	341	341		341			
3	322	322					322	322	322
4	49	49				49	49	49	
5							47	47	47
6	14		14	14	14	14			
7	10	10			10		10	10	
Tilfredsstillelsen:	1416 valgt.	1402	1035	1035	704	404	428	428	369

2den Kandidat.

Liste	GE	PE	Be	O	Br	Ø	P	He
1	340	340	340	340				
2	170.5	170.5	170.5		170.5			
3	161					161	161	161
4	24.5				24.5	24.5	24.5	
5						47	47	47
6		7	7	7	7			
7	5			5		5	5	
I Tillæg til Tilfredsstillelsen:	701 valgt.	517.5	517.5	352	202	237.5	237.5	208

Af de enkelte Lister opnaar:

Nr.	Tilfredsstillelse.	Begær.	Procent.
1	1416.67	1552.67	91
2	710.42	778.62	91
3	590.33	735.23	80
4	89.83	111.88	80
5	47	107.32 *)	44
6	25.67	31.97	80
7	18.33	22.83	80
	2898.25	3340.52	87

*) Med de to ovenfor udeladte Kandidater.

3die Kandidat.

Liste	PE	Be	O	Br	Ø	P	He
1	226.67	226.67	226.67				
2	113.66	113.67		113.67			
3					107.33	107.33	107.33
4				16.33	16.33	16.33	
5					47	47	47
6	7	7	7	7			
7			3.33		3.33	3.33	
II Tillæg til Tilfredsstillelsen:	347.33 valgt.	347.33	237	137	174	174	154.33

Til Tilfredsstillelsen bidrager:

I	Kandidat	H	Valg	1416
II	—	GE	—	701
III	—	PE	—	347.33
IV	—	Be	—	259.92
V	—	Ø	—	174
				2898.25

4de Kandidat.

Liste	Be	O	Br	Ø	P	He
1	170	170				
2	85.25		85.25			
3				107.33	107.33	107.33
4			16.33	16.33	16.33	
5				47	47	47
6	4.67	4.67	4.67			
7		3.33		3.33	3.33	
III Tillæg til Tilfredsstillelsen:	259.92 valgt.	178	106.25	174	174	154.33

Resultatet bliver ligesom efter Udskydelsesreglen

Valg af

H, GE, PE, Be og Ø.

5te Kandidat.

Liste	O	Br	Ø	P	He
1	136				
2		68.2			
3			107.33	107.33	107.33
4		16.33	16.33	16.33	
5			47	47	47
6	3.5	3.5			
7	3.33		3.33	3.33	
IV Tillæg til Tilfredsstillelsen:	142.83	88.03	174	174	154.33

valgt ved Lodtrækning.

Cinq candidats à élire, genre proportionnel, règle d'addition.

Ex. Nr. 2. Der vælges ved forholdsmæssig Valgmaade og efter Udskydningsreglen.

Materialet er det samme som i Exempel 1, ligesaa Beregningen af Vægtens Division og dennes Kontrol. Dette sidste gentages dog for i begge Exempler at oplyse, hvorledes man med brudte Linier eller Overstregning bør sikre sig mekanisk at gribe de rette Tal i Tabellerne.

	Vægt	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	Sum
1	680	340	226.67	170	136	1552.67
2	341	170.5	113.67	85.25	68.2	778.62
3	322	161	107.33	80.5	64.4	735.23
4	49	24.5	16.33	12.25	9.8	111.88
5	47	23.5	15.67			86.17
6	14	7	4.67	3.5	2.8	31.97
7	10	5	3.33	2.5	2.0	22.83
Sum	1463	731.5	487.67	354	283.2	3319.37

	Liste	H	GE	PE	Be	O	Br	Ø	P	He
1ste Forkastelse.	1	136	136	136	136	136				
	2	68.2	68.2	68.2	68.2		68.2			
	3	64.4	64.4					64.4	64.4	64.4
	4	9.8	9.8				9.8	9.8	9.8	
	5							15.67	15.67	15.67
	6	2.8		2.8	2.8	2.8	2.8			
	7	2.0	2.0			2.0		2.0	2.0	
I Tab af Tilfredsstillelse		283.2	280.4	207	207	140.8	80.8	91.87	91.87	80.07

×

Af den begærede Tilfredsstillelse	3 340.52
mistes ved de to i Materialet udeladte Kandidater	21.15
Rest	3 319.37
ved He's Forkastelse	80.07
- Br —	80.8
- P —	118.25
- O —	142
Rest	2 898.52

2den Forkastelse.

Liste	H	GE	PE	Be	O	Br	Ø	P
1	136	136	136	136	136			
2	68.2	68.2	68.2	68.2		68.2		
3	80.5	80.5					80.5	80.5
4	9.8	9.8				9.8	9.8	9.8
5							23.5	23.5
6	2.8		2.8	2.8	2.8	2.8		
7	2.0	2.0			2.0		2.0	2.0
II Tab af Tilfredsstillelse	299.3	296.5	207	207	140.8	80.8 ×	115.8	115.8

3die Forkastelse.

Liste	H	GE	PE	Be	O	Ø	P
1	136	136	136	136	136		
2	85.25	85.25	85.25	85.25			
3	80.5	80.5				80.5	80.5
4	12.25	12.25				12.25	12.25
5						23.5	23.5
6	3.5		3.5	3.5	3.5		
7	2.0	2.0			2.0	2.0	2.0
III Tab af Tilfredsstillelse	319.5	316	224.75	224 75	141.5	118.25	118 25 ×

× ved Lodtrækning.

4de Forkastelse.

Liste	H	GE	PE	Be	O	Ø
1	136	136	136	136	136	
2	85.25	85.25	85.25	85.25		
3	107.33	107.33				107.33
4	16.33	16.33				16.33
5						47
6	3.5		3.5	3.5	3.5	
7	2.5	2.5			2.5	2.5
IV Tab af Tilfredsstillelse	350.92	347.42	224.75	224.75	142 ×	173.17

Resultatet bliver ligesom ved Tilføjelsesreglen Valg af

H, GE, PE, Be og Ø.

Cinq candidats à élire, genre proportionnel, règle de rejet.

Ex. Nr. 3.

2 Kandidater vælges ved forholdsmæssig Valgmaade.

					Vægt	½	⅓	Sum	I	II	III	IV
1	I		III	IV	96	48	32	176	96		96	96
2		II	III	IV	300	150	100	550		300	300	300
3		II	III		52	26		78		52	52	
4	I	II			162	81		243	162	162		
5	I			IV	108	54		162	108			108
6	I		III		124	62		186	124		124	
7		II		IV	36	18		54		36		36
8				IV	36			36				36
9			III		12			12			12	
10		II			6			6		6		
					932	439	132	1503	490	556	584 valgt.	576

Tilføjelsesreglen.

Speciel Beregning af Tilfredsstillelsen.

(I, II)	965
(I, III)	964
(I, IV)	964
(II, III)	964
(II, IV)	964
(III, IV)	962

Calcul spécial des satisfactions.

	I	II	III	IV
1	48			48
2		150		150
3		26		
4	162	162		
5	108			108
6	62			
7		36		36
8				36
9				
10		6		
	380	380 valgt.		378

2 candidats à élire, genre proportionnel, règle d'addition,

Ex. Nr. 4.

Udskydelsesreglen.

I	II	III	IV
32		32	32
	100	100	100
	26	26	
81	81		
54			54
62		62	
	18		18
			36
		12	
	6		
229 ×	231	232	240
	II	III	IV
		48	48
	100	100	100
	26	26	
	162		
			108
		124	
	18		18
			36
		12	
	6		
	312	310	310 ×

règle de rejet.

Stemmelighederne forudsættes afgjorte ved subsidiært Hensyn til den modgaaende Regels Resultat.

Den totale Tilfredsstillelse:

		1503
(III)	584	— 229
II	380	— 310
	964	964

altsaa er (II, III) valgt; men (I, II) giver 965 og burde vælges.

Listernes Tilfredsstillelse ved Valget.

Liste	(II, III)	(I, II)	⊿
1	96	96	0
2	450	300	+ 150
3	78	52	+ 26
4	162	243	— 81
5	0	108	— 108
6	124	124	0
7	36	36	0
8	0	0	0
9	12	0	+ 12
10	6	6	0
	964	965	

Ex. Nr. 5.

2 Kandidater vælges ved svageste Valgmaade samme Lister som ved 3 og 4.

Speciel Beregning af Tilfredsstillelsen.

(I, II) = 884
(I, III) = 854
(I, IV) = 862
(II, III) = 788
(II, IV) = 796
(III, IV) = 764

Calcul spécial des satisfactions.

Tilføjelsesreglen.

	I	II	III	IV
1	96		96	96
2		300	300	300
3		52	52	
4	162	162		
5	108			108
6	124		124	
7		36		36
8				36
9			12	
10		6		
	490	556	584 valgt?	576

	I	II		IV
1	0			0
2		0		0
3		0		
4	162	162		
5	108			108
6	0			
7		36		36
8				36
9				
10		6		
	270 valgt?	204		180

2 candidats à élire, genre le plus faible, règle d'addition;

Ex. Nr. 6.

Udskydelsesreglen.

I	II	III	IV
0		0	0
	0	0	0
	0	0	
0	0		
0			0
0		0	
	0		0
			36
		12	
	6		
0 ×?	6	12	36

	II	III	IV
		0	0
	0	0	0
	0	0	
	162		
			108
		124	
	0		0
			36
		12	
	6		
	168	136 ×?	144

règle de rejet.

Tilføjelsesreglen giver Valg for (I, III) med 854
Udskydelsesreglen giver Valg for (II, IV) med 796

altsaa stærkeste indbyrdes Strid, for at forliges maatte begge Regler standses paa 1ste Trin, hvor de tillade Valg af III mod Forkastelse af I, og af Kombinationerne (II, III) og (III, IV) burde den første foretrækkes med 788 mod 764. Alle disse Resultater ere dog mege urigtige, da

(I, II) = 884

er den mest tilfredsstillende Kombination ogsaa ved denne Valgmaade.

Ces deux règles sont inapplicables au genre le plus faible!

Résumé

du

Bulletin de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark

pour l'année 1895.

Questions mises au concours pour l'année 1895.

Section des Lettres.

Question d'Histoire.

Déjà mise au concours en 1892.

(Prix : médaille d'or de l'Académie.)

En ce qui concerne le droit public, les relations réciproques de la Norvège et du Danemark durant de laps de temps de 1536 à 1660, n'ont pas fait jusqu'ici l'objet d'une recherche très approfondie, quoique cela soit fort à désirer pour élucider l'histoire de l'État dano-norvégien, comme l'histoire spéciale de la Norvège pendant cet intervalle.

Cette étude devra exposer jusqu'à quel point les documents écrits forment la base de l'état constitutionnel de la Norvège et prouver l'importance des capitulations. On doit mettre en lumière la situation de la Norvège comme monarchie héréditaire ou élective, la manière dont cette constitution a été comprise à diverses époques, la portée des cérémonies de la prestation du serment de fidélité à l'avénement et le pouvoir des rois en Norvège.

Parmi les autres points que la réponse doit aborder, on peut mentionner l'influence du conseil d'État danois sur les affaires de la Norvège, les sommités gouvernementales de ce pays, telles que les charges de gouverneur et de chancelier, leurs rapports avec la royauté, ainsi que les assemblées de seigneurs dites *de Norvège*.

L'on devra en outre étudier l'importance des sessions des états en Norvège sous le rapport du droit public. Le reste de l'administration du pays devra figurer sous tous les aspects capables de rendre manifeste le rôle de la Norvège vis-à-vis du Danemark.

Les matériaux pour résoudre cette question se trouvent en abondance dans les documeuts publiés et dans les archives; c'est pourquoi l'Académie des Sciences et des Lettres, désirant provoquer une solution, offre en prix sa médaille d'or pour

une étude approfondie des rapports du droit public entre la Norvège et le Danemark durant l'intervalle de 1536 à 1660.

Question de Philosophie.

(Prix: médaille d'or de l'Académie.)

Durant ces vingt dernières années, on a discuté largement les principes générales de la morale, ainsi que les problèmes de la morale sociale. Ces points ont été traités par différents esprits, soit dans le cadre de la philosophie, soit dans ceux de l'économie politique et de la sociologie. Mais, d'autre part, on n'a pas poussé aussi loin les recherches sur l'importance avec laquelle les différences d'individualité doivent modifier la formulation et l'application des principes de la morale, ni sur le mode d'action et la portée qu'on peut en général attribuer aux règles qui servent à guider dans la vie chaque individu, indépendamment des règles qui découlent des relations de l'individu aux autres membres de la société. Comme il serait important de répondre à ces questions, tant eu égard au développement scientifique de la morale, que pour les conséquences pratiques, l'Académie pose la question suivante:

Est-il possible d'établir pour l'individu isolé dans la société une ligne de conduite tirée de sa nature spécialement personnelle et, si ces règles sont possibles, quelles sont leurs relations avec les règles auxquelles on arrive en partant de l'ensemble de la société?

Section des Sciences.

Question de Chimie.

Déjà mise au concours en 1893.

(Prix: médaille d'or de l'Académie.)

En dépit des nombreux travaux qui ont été faits, durant ces dix dernières années, relativement à la synthèse organique et malgré les nombreuses méthodes qu'on a employées avec succès au service de la synthèse, il se trouve cependant encore des procédés qui n'ont reçu qu'une application relativement restreinte. Tel est ainsi le cas de l'emploi de l'électrolyse pour la préparation de combinaisons organiques. Depuis que Kolbe a fait, en 1848, des recherches sur l'électrolyse des sels potassiques de quelques acides gras, on n'a effectué que comparativement peu sur ce terrain, et les recherches commencées, à peu près dans le même sens, par Kekulé et d'autres, n'ont guère été poursuivies.

Ces travaux peuvent aujourd'hui être exécutés avec plus de facilité; car, en raison des grands progrès de l'électrotechnique, on peut se procurer des sources d'électricité et des instruments de mesure meilleurs et plus commodes, ce qui permet de varier et de contrôler les conditions d'expériences avec d'autant plus d'exactitude; de même aussi, l'extension de nos connaissances concernant la constitution et les propriétés des composés organiques, facilitera l'examen des produits formés par l'électrolyse. Comme il est présumable qu'en poursuivant les recherches sur ce terrain, on pourra obtenir des résultats intéressants et importants, l'Académie propose sa médaille d'or pour prix d'une série d'expériences électrolytiques faites sur des matières organiques. Elle désire particulièrement que la recherche traite de l'action du courant électrique sur des sels d'une série systématique d'acides tant monobasiques que dibasiques, appartenant au groupe des corps gras et à la série des corps aromatiques (à l'occasion celle des pyridines) et qu'on détermine exactement les produits formés par cette électrolyse. Lorsque plusieurs acides isomères répondront à un seul et même chaînon de la série, et que ces isomères seront tant soit peu accessibles, l'Académie désire des renseignements sur les actions des divers isomères dans l'électrolyse et sur les produits

qu'ils donnent alors. Les recherches doivent être faites à l'aide de courants d'intensité variée, mais déterminée, et se baser sur des solutions diversement concentrées, mais titrées, et dans chaque cas l'on devra faire connaître les produits principaux qui se forment et les réactions secondaires qui ont lieu.

Question de Mathématiques.

(Prix: médaille d'or de l'Académie.)

Malgré les grands progrès que les temps modernes ont fait faire à l'algèbre, le problème de juger si une équation algébrique donnée et dont on ne connaît pas l'origine, est résoluble on non, se trouve en somme au même point qu'au début de notre siècle, toutefois à l'exception des équations résolubles par racine carrée. Cependant l'on ne peut guère douter que l'évolution subie par l'algèbre depuis cette époque, ne puisse nous mettre à même de faire un pas en avant, tout au moins en quelques cas nous donner de nouveaux moyens pour décider si telle équation donnée rentre dans la catégorie des équations résolubles par extraction de racines.

Pour susciter des recherches dans le sens indiqué, l'Académie propose sa médaille d'or à l'auteur d'un mémoire contribuant notablement à résoudre le problème que voici:

Indiquer les critériums nécessaires et suffisants pour décider si une équation algébrique à coefficients numériques donnés appartient ou n'appartient pas à la classe des équations Abeliennes.

Prix Classen.

I.

Déjà mise au concours en 1893.

(400 couronnes.)

S'il est notoire que ces derniers temps ont vu présenter des communications détaillées sur les types de Souris nuisibles (espèces des genres *Mus* et *Arvicola*) sous le rapport de leur vie et leur rôle dans les bois, on constate au contraire une

lacune profonde dans l'apport de nouvelles données relatives à la vie des Souris en pleine campagne et aux dégâts qu'elles y font. Bien que ce dommage semble être considérablement moindre aujourd'hui qu'auparavant, il y a pourtant lieu d'admettre que, même à notre époque et dans notre pays, les Souris prélèvent sur le rendement des champs une part qui n'est pas négligeable, ce qui donne un haut intérêt pratique à la connaissance exacte de la vie de ces animaux.

C'est pourquoi l'Académie propose un prix de 400 couronnes pour de nouvelles études originales

1° renseignant sur les espèces de *Mus* et d'*Arvicola* qui font des dégâts dans nos champs;

2° fournissant des observations détaillées sur la biologie de ces espèces, et surtout

3° des observations sur ce qu'elles dévorent dans les champs aux différentes saisons.

II.

(Prix: atteignant 600 couronnes.)

La consistance particulière que par l'état meuble le terreau naturel a de commun avec le sol labouré des jardins et des champs, a été attribuée à diverses causes. Tandis que certains auteurs y voient en général l'effet de la vie animale dans la couche superficielle du sol, d'autres l'attribuent à l'activité des microorganismes qui produisent la décomposition des résidus organiques dans la terre. Suivant d'autres encore, la structure grumeleuse ou l'émiettement du terreau meuble doit être regardé comme le résultat d'une action physique, à savoir: l'agglomération des particules terreuses dans des solutions aqueuses de sels; ou bien on l'attribue à l'influence de l'eau et des changements de température. En analysant ces thèses à l'aide d'observations de la terre cultivée (labourée et fumée), il est difficile de faire abstraction de l'effet des travaux de culture, tandis que l'étude du terreau naturel des bois et des pâturages permanents, ainsi que d'autres sols analogues, paraît favorable pour éclaircir la nature du phénomène.

L'origine de la consistance particulière du terreau meuble paraît donc encore obscure, et comme la structure grumeleuse

de celui-ci a une relation étroite à la fertilité de la station, l'explication dudit phénomène est d'importance, non seulement au point de vue scientifique, mais en pratique aussi.

C'est pourquoi l'Académie propose sur le legs Classen un prix pouvant atteindre 600 couronnes pour celui qui contribuera notablement à expliquer le phénomène en question. La réponse doit comprendre et le dépouillement critique des plus importantes parmi les observations et théories de ce ressort et admises dans la littérature de ce sujet, et des études originales sur le phénomène d'émiettement du terreau naturel formant le sol des terrains sablonneux et argileux.

Prix Thott.

(400 couronnes.)

Bien que dans ces derniers temps les bactéries de la fermentation lactique aient été l'objet de diverses recherches, on manque encore de renseignements exacts sur les substances qui se forment en sus de l'acide lactique dans cette fermentation, et sur les proportions dans lesquelles elles s'y présentent. Comme en pratique, surtout pour les laiteries, il est d'un grand intérêt de faire naître lesdits éclaircissements, l'Académie propose une récompense de 400 couronnes prises sur le legs Thott pour

un travail constatant les combinaisons qui se forment, outre l'acide lactique, dans la fermentation lactique sous l'influence de certaines bactéries caracterisées en détail, ce travail devant indiquer, autant que possible, les proportions quantitatives dans lesquelles se présentent ces combinaisons. On devra également déterminer en détail les gaz de la fermentation.

Les réponses aux questions peuvent être en langues danoise, suédoise, anglaise, allemande, française ou latine. Les mémoires doivent être écrits lisiblement et marqués, non point du nom de l'auteur, mais d'une épigraphe, et accompagnés d'un billet cacheté, contenant les nom, profession et adresse

de l'auteur avec la reproduction de l'épigraphe à l'extérieur. Aucun membre danois de l'Académie ne peut concourir pour un des prix proposés. A défaut d'autre prix désigné, c'est la médaille d'or de l'Académie (valeur: 320 couronnes) qui sert de récompense pour la solution satisfaisante des questions posées.

Les concurrents doivent faire parvenir leurs réponses avant la fin d'octobre 1896 au secrétaire de l'Académie, **M. G.-H. Zeuthen**, professeur à l'Université de Copenhague. Le jugement est porté durant le mois de février suivant, après quoi les auteurs peuvent retirer leurs réponses.

(Rés. du Bull. de l'Acad. Roy. des Sciens. et des Lettr. de Danemark p. 1895.)

Groupe central de la frise du Parthénon.

Par

J.-L. Ussing.

(Présenté dans la séance du 3 mai 1895.)

L'idée qu'eut Phidias d'orner d'une procession cohérente la frise de la cella du Parthénon, est si simple et si naturelle que nous la retrouvons en beaucoup de lieux et à beaucoup d'époques où il n'est aucunement question d'imiter la frise du Parthénon. C'est ainsi que dans les anciennes basiliques chrétiennes on voit les longues rangées de saints et de saintes en vêtements blancs se diriger, des deux côtés de la nef vers le chœur, le Sauveur trônant dans l'abside. Mais il y a cette différence que, dans ce dernier cas, la représentation se trouve dans l'intérieur de l'édifice de façon qu'on peut embrasser d'un coup d'œil la décoration tout entière, tandis que la frise du Parthénon est à l'extérieur, en sorte qu'on ne peut voir qu'un côté à la fois. Pourtant l'artiste n'a pas voulu que sa frise manquât de partie centrale, et cet élément devait naturellement se trouver au-dessus de l'entrée principale du temple, du côté de l'orient. C'est là que siègent les dieux en l'honneur desquels a lieu cette procession. La moitié d'entre eux regardent la procession qui vient du nord ; l'autre moitié se tourne vers la procession venant du sud. On suppose qu'à chaque fête, à chaque sacrifice, le dieu en l'honneur duquel a lieu la fête, se rend personnellement, invisible sans préjudice pour la réalité. Il va de soi que l'artiste a dû les rendre visibles, tout comme le dieu qui, à l'intérieur du temple, se tient dans toute sa majesté en présence des adorateurs. A cet égard aussi, il a trouvé une indication dans l'usage établi pour plusieurs fêtes et d'après lequel on plaçait des chaises ou bancs et tables pour les dieux qu'on

invitait à venir et dont on attendait la présence. C'est ce qu'on appelait *théoxénies*.

Ces théoxénies, qu'à dater de l'an 399 les Romains adoptèrent sous le nom de *lectisternia*, sont fréquemment mentionnées chez les Grecs. Le plus souvent on les nomme à propos des Dioscures; mais ce serait une erreur que de les croire employées soit exclusivement, soit préférablement pour eux. Nous savons qu'on les employait pour Apollon à Delphes, de même qu'à Pellène en Achaïe. Les inscriptions attiques parlent souvent de la manière de préparer le banc (*κλίνης στρῶσις*) et d'orner la table (*κόσμησις τῆς τραπέζης*) pour tel et tel dieu: Athéna Polias, Zeus Soter et Athéna, Irène (après 374), Asclépios et Hygiée, Pluton, la Mère des dieux et Attis [1]). Des théoxénies pour la grande Mère se retrouvent encore à Chio [2]), où un homme est honoré pour avoir fait l'hommage de *τὴν στρωτὴν καὶ τὰς καθέδρας Μητρί*. La déesse et ses convives y sont donc assis sur des sièges d'après l'ancien usage et non couchés sur des bancs. Au Pirée, nous voyons les Orgéons placer pour leurs dieux [3]) des sièges à dossier (*θρόνους*). Pausanias rapporte que, dans le vestibule du temple d'Héra à Argos, il y avait un banc sacré pour Héra (*κλίνη τῆς Ἥρας*), et, à Tégée, dans le temple d'Athéna, un semblable pour Athéna (*κλίνη ἱερὰ τῆς Ἀθηνᾶς*). Les Thébains aussi, ayant détruit Platée, employèrent une partie du butin à faire de ces bancs pour Héra, dont ils réédifièrent le temple à neuf et avec grande somptuosité [4]). Et si dans l'inventaire du Parthénon nous trouvons mentionnés bancs et chaises, il est assez probable qu'ils ont pu servir aux théoxénies, de sorte que les dieux étaient supposés prendre place dessus en arrivant à la fête [5]).

---

[1]) Corp. Inscr. Att. II, n° 374, n° 305. — Isocr. 15, 110 et Corn. Nep. Timoth. 2, 2. — Corp. Inscr. Att. II, n° 453 b. c., 498, 949, 950, 622.

[2]) Bulletin de Correspondance Hellénique III, p. 324.

[3]) C. J. A. II, n° 624, 9 f.: *καὶ τὰς λοιπὰς στρωννύειν θρόνους δύο ὡς καλλίστους*. Ces dieux sont peut-être Bendis et Asclépios, comme dans l'inscription, accompagnée d'un relief, qui se trouve dans la Glyptothèque du Ny-Carlsberg, n° 1043 a.

[4]) Pausan. II, 17, 3; VIII, 47, 2. — Thucyd. III, 68, 3.

[5]) Furtwängler, Meisterwerke der griechischen Plastik, p. 189: «Ein den Theoxenien gleicher Brauch kann bei den Panathenæen sehr wohl vorausgesetzt werden, wenn er hier auch nicht so hiess».

C'est à titre de convives d'honneur que les dieux figurent sur la frise du Parthénon, et c'est pour leur présenter leurs hommages que s'avancent les grands cortèges. Il va de soi qu'ici notre pensée doit se porter sur les Panathénées, la plus grande fête d'Athènes, et sur le cortège panathénique. Nous en avons de nombreux récits faits par les auteurs, et la représentation qu'en donne la frise, y correspond. Nous voyons les jeunes filles d'Attique arriver deux à deux, tenant à la main des vases plats et des amphores; suit la longue file d'animaux destinés au sacrifice, vaches et brebis; puis des hommes portant sur leurs épaules de grandes auges et de lourdes cruches. A leur suite viennent des joueurs de flûte et de cithare, que suit une troupe de citoyens de l'Attique, allant à pied. La marche est fermée par une longue suite de chars de guerre ou de voitures de parade attelés de quatre chevaux. Enfin vient le grand défilé de la jeunesse chevaleresque d'Athènes, montant des chevaux fougueux et bien dressés. Nous trouvons tout cela mentionné dans les auteurs; mais ils parlent également de choses qu'on ne voit pas sur la frise; car elle ne nous montre ni le grand défilé de l'infanterie sous les armes, ni la belle troupe des éphèbes, ni — ce dont on sent surtout le manque —, le navire portant le péplos d'Athéna. En effet, nous savons que tous les quatre ans, lors des grandes Panathénées, l'antique statue d'Athéna, statue tombée du ciel, recevait un vêtement neuf, le πέπλος. Ce péplos devait être montré au peuple entier, ce qui se pratiquait à peu près comme pour nos bannières de procession: l'objet, suspendu à une vergue comme une voile, était porté par un mât dressé sur un vaisseau qu'on menait par les rues. De la manière dont en parle p. ex. le *Mercator* de Plaute, v. 67, on a pensé que ce détail était indispensable dans la représentation du cortège panathéen. Or, ne l'y trouvant point, on a pensé qu'il pourrait être dans le petit groupe qui, au milieu de la frise de l'est, sépare les deux rangs de dieux assis, regardant chacun de son côté. Le péplos serait donc enlevé du mât, plié et remis aux serviteurs de la déesse. Mais il y aurait de l'arbitraire à voir dans la remise du péplos l'acte le plus important de la fête des Panathéens, et si l'on veut considérer la question sans parti pris, on verra que ce ne saurait être là une pareille remise que représente ledit groupe central.

On pense que c'est le prêtre d'Athéna qui reçoit le péplos de la déesse; mais, quand même il y aurait un prêtre d'Athéna — et l'on n'en trouve pas — ce devrait bien être à une prêtresse, et non à un homme, à revêtir la déesse de son péplos. On croit que la prêtresse reçoit deux sièges, qui sont apportés pour qu'elle et le prêtre y prennent place. Mais ce n'est pas pour eux, c'est pour les dieux qu'on célèbre la fête. Enfin, voici le point principal: le mouvement des figures est mal compris. L'homme ne reçoit pas le vêtement: il le remet. Cette lourde pièce de tissu, il la tient à deux mains et la tend au jeune garçon qui a les mains levées pour la recevoir et les yeux fixés sur l'homme pour en prendre les instructions. Pour représenter le contraire, il faudrait ou que le garçon portât le tissu et que l'homme étendît les mains pour le prendre, ou encore que le garçon eût déjà remis l'objet et que l'homme l'eût reçu. C'est cette dernière intention qu'on a prêtée à l'artiste; mais, si l'homme avait pris le fardeau entier, le garçon devrait laisser retomber la main, puisque désormais elle n'a plus rien à faire, tandis qu'évidemment il cherche à saisir le tissu, et d'ailleurs il n'aurait aucun motif pour diriger sur l'homme un regard interrogateur. Le motif du mouvement a été bien saisi par M. Flasch; mais on a été peu disposé à se laisser convaincre par lui, parce qu'il admettait que le tissu remis par l'homme était le vêtement de dessus de ce même homme, vêtement dont il se serait dépouillé pour immoler les victimes. Cette interprétation est très certainement inacceptable. Ainsi l'opinion à laquelle on adhère encore généralement, est que la remise du péplos fait l'objet de la représentation. Nous croyons avoir montré ci-dessus que, d'après les mouvements de l'homme et du garçon, ce ne doit pas être cela, et si l'on tourne les yeux vers le groupe parallèle à ce dernier, la femme et les deux filles, on constate encore plus clairement, si possible, que les chaises ne sont point apportées, mais qu'on les emporte. Ce n'est pas la femme, mais la fille debout devant elle, qui a saisi le pied de la chaise; la femme vient elle-même de lâcher de la main gauche cette chaise, et de la main droite elle cherche seulement à bien asseoir la chaise sur la tête de la fille. L'autre jeune fille a dès longtemps mis sa chaise dans une bonne position, et se tourne en ce moment pour s'éloigner. Ses mouvements ne peuvent pas se comprendre d'une autre manière, et

ce sont de vains efforts que fait M. Furtwängler pour défendre l'opinion précédemment émise (*Meisterwerke*, p. 185 et suiv.). Bref, nous n'avons rien ici qui ait rapport à la remise du péplos, mais il ne s'agit que de la réception des dieux. Le roi, *βασιλεύς*, l'archonte qui avait été chargé des fonctions sacerdotales de l'ancienne royauté, et la reine, *βασίλιννα*, qui, elle aussi, en pareilles circonstances faisait les honneurs et recevait les dieux, font les préparatifs nécessaires. La reine remet les sièges sur lesquels les dieux sont supposés s'asseoir; ces deux sièges représentent naturellement un plus grand nombre de sièges, de même que dans la procession les diverses sections se trouvent représentées par un petit nombre de figurants. Le roi à son tour remet le grand tapis qu'on doit étendre sur le sol devant les sièges. En lisant dans les inscriptions *στρῶσις τῆς κλίνης*, nous songeons aux tapis dont se matelassent les bancs ou lits de table; mais ici nous avons des chaises et non des bancs, et l'on voit clairement que chaque chaise a son cousin. Le tapis en question doit donc servir à couvrir le sol, de même que dans l'inscription de Chio, citée ci-dessus: *τὴν στρωτὴν καὶ τὰς καθέδρας*, où *στρωτή* au singulier contraste avec le pluriel *καθέδρας*, ce qui rend impossible d'interpréter autrement. Il se peut que d'ailleurs les écrits des anciens ne mentionnent pas les tapis de pied, et peut-être n'en faisait-on point autant usage alors que de nos jours; mais qu'on s'en soit servi là où l'on en avait besoin, c'est ce dont nous ne pouvons douter. En effet, dans toutes les maisons de l'antiquité, depuis celles où le sol n'avait qu'un simple dessin de lignes peintes dans le ciment, jusqu'aux fines et magnifiques peintures en mosaïque, le sol représente toujours nettement des tapis: la matière peu durable y est remplacée par une substance indestructible. Mais quand l'occasion l'exigeait, on étendait des tapis sur le sol, de même que le jour des Rameaux la foule jetait ses vêtements sur le passage de Jésus-Christ lors de son entrée à Jérusalem.

(Rés. du Bull. de l'Acad. Roy. des Scienc. et des Lettr. de Danemark p. 1895.)

Sur la théorie des élections multiples et sur quelques règles d'application pratique.

Par

M. T.-N. Thiele.

(Présenté dans la séance du 29 novembre 1895.)

Dans les élections multiples il s'agit d'élire à la fois plusieurs candidats, les bulletins de vote portant généralement les noms de plusieurs candidats. Tous les noms peuvent être supposés satisfaire également les électeurs.

Le système à suivre dans le recensement d'un scrutin multiple est regardé comme un problème singulièrement difficile, et cela sans doute avec quelque raison, parce qu'on est fortement induit en tentation de s'égarer dans des voies impraticables. L'impérieux besoin, dans les applications politiques, d'avoir immédiatement la solution du problème à bon marché y ajoute une autre tentation; et voilà pourquoi la plupart des nombreuses tentatives de solution, sacrifiant par des restrictions artificielles la liberté du vote, ont pour but presque unique d'obtenir le résultat de la manière la plus facile. Quant à la justesse du résultat, si quelques auteurs et notamment M. Phragmén de Stockholm, y voient le but principal, c'est assurément très bien, mais tant qu'on ne connaît pas ce qui est tout simplement le principe de l'élection juste, il sera inutile de discuter la valeur de ces solutions.

Je dis que le criterium de l'élection juste, c'est qu'elle donne aux électeurs la somme la plus grande de satisfaction. La satisfaction d'un électeur est une quantité, qui ne dépend pas des noms propres des élus, mais bien du nombre des noms des élus qui se retrouvent sur le bulletin de l'électeur.

La satisfaction est nulle, si l'électeur n'a voté pour aucun des élus. Si un seul nom du bulletin coïncide avec celui d'un élu, il en résulte une satisfaction, que nous prenons pour unité. Si l'on savait quels nombres de satisfaction, $f(2), \ldots f(n)$, correspondaient aux nombres $2, \ldots n$ de noms élus d'un bulletin, rien ne serait plus facile que de calculer la satisfaction totale, due à une combinaison quelconque des candidat à élire. Mais cette fonction $f(n)$, nous ne pouvons la déduire ni de la forme du bulletin ni d'aucune spéculation générale. Pour la déterminer, il faut considérer le but pratique des élections. Autant de différences dans ce but, autant de formes mathématiques de cette fonction de satisfaction et autant de genres d'élection.

Le genre «fort» ($f(n) = n$), où chaque nouveau nom vainqueur est censé donner à l'électeur la même satisfaction que le premier du bulletin, permet à une majorité unie et absolue d'occuper toutes les places et même, s'il y a manque d'accord parmi les adversaires, une majorité relative pourra obtenir une victoire tout aussi complète.

Ce genre fort d'élection peut donc être recommandé s'il s'agit d'élire un gouvernement ou une direction aux pouvoirs exécutifs. Il faudrait qu'il se produisît une dissolution bien profonde dans les partis, pour que la direction ainsi élue fût privée de la force désirable.

Pour les élections fortes, par exception, le recensement des suffrages est extrêmement facile. Il suffit de connaître les satisfactions individuelles les plus grandes qu'apporteraient les candidats, s'il ne s'agissait d'en élire qu'un seul. Dans ce genre fort, il ne sera pas permis de diviser le corps électoral en circonscriptions; par ce moyen, on fausserait ici tout simplement le résultat.

Dans le genre «proportionnel» la fonction de satisfaction a la forme $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$. La victoire du deuxième nom n'apporte que la moitié de la satisfaction apportée par le premier nom vainqueur du bulletin, le $n^{\text{ième}}$ nom une satisfaction égale à $\frac{1}{n}$. Par conséquent ce genre fait répartir les élus autant que possible selon les forces des partis.

S'il s'agit d'élire une assemblée image de la société électrice, bien apte à en exprimer les opinions, à en écrire les

lois et à faire médiatement des élections, c'est le genre proportionnel d'élection qu'il faut appliquer.

L'avantage du genre proportionnel, c'est que les élections peuvent être faites dans des circonscriptions électorales. Ce moyen, trop favorisé sans doute en général et qui pourra même être pernicieux dans d'autres genres d'élection, n'a ici d'autre défaut que de rendre les résultats plus ou moins grossiers, surtout si les circonscriptions sont très petites ou peu en rapport avec le nombre des candidats à élire.

On pourrait encore citer une foule d'autres genres d'élection: Un genre «tyrannique», $f(n) = \frac{1}{2}n(n+1)$, peut assurer quand même un gouvernement fort. Le genre «le plus faible», $f(n) = 1$ (sauf $f(0) = 0$) est bon pour élire des porte-paroles pour une discussion. Entre ces genres il y a une infinité de nuances intermédiaires.

En théorie notre criterium nous donne le point d'appui indispensable pour la recherche et pour la critique des méthodes spéciales, et peut-être pourra-t-il nous servir à rendre plus accessibles au public quelques petites vérités. Malheureusement il est impossible de le transformer directement en règle pratique ou seulement d'en déduire pour chaque genre d'élection comme pour le genre fort une règle d'élection toujours juste. Ce n'est pas qu'on puisse imaginer un criterium d'une application plus simple et plus facile. Mais s'il s'agissait seulement d'élire dix candidats entre trente, il faudrait calculer les satisfactions pour plus de trois millions de combinaisons, sans en omettre une seule.

Il faut reconnaître l'impérieux besoin pratique de règles d'élection correspondant aux divers genres, pour indiquer approximativement sinon très exactement chacun des candidats dont l'ensemble offrirait la combinaison la plus satisfaisante.

M. Phragmén a employé dans le même but le principe suivant: La combinaison victorieuse de n candidats doit contenir en soi la combinaison victorieuse de $n-1$ candidats. Pour le genre fort la justesse de ce principe se démontre facilement, étant une conséquence directe de la règle spéciale déjà mentionnée. Pour les autres genres ce principe n'est vrai qu'approximativement. Toutefois dans des genres qui ne diffèrent pas plus du genre fort que n'en diffère le genre proportionnel, cette approximation semble encore assez bonne. C'est seulement

dans quelques exemples artificiels et assez malicieusement choisis que j'ai trouvé des erreurs produites par l'application du principe de M. Phragmén.

Seulement il faut combiner ce principe au principe rationnel de la satisfaction la plus grande, ce qui du reste nous conduit à deux règles pratiques extrêmement faciles l'une et l'autre:

Au moyen de la «règle de rejet» on rejette définitivement en premier lieu le candidat dont la non-élection, en supposant élus tous les autres, fait baisser la satisfaction totale le moins possible; en second, troisième, etc., lieu on rejette également l'un après l'autre les candidats restants les moins satisfaisants, jusqu'à ce qu'il reste juste le nombre prescrit de candidats à élire.

Selon la «règle d'addition», on déclare définitivement élu en premier lieu le candidat qui apporte la satisfaction la plus grande, en second, troisième, etc., lieu on déclare également élus l'un après l'autre les candidats qui font accroître autant que possible la satisfaction totale, jusqu'à ce que toutes les places soient prises.

Si l'on voulait scrutiner simultanément selon les deux règles, ou arriverait quelquefois à des résultats contradictoires — sauf dans le genre fort: il faudrait alors arrêter l'un et l'autre procédé avant le premier signe de contradiction. On ne connaîtrait alors qu'une combinaison trop nombreuse provenant de la règle de rejet et comprenant elle-même une autre combinaison trop peu nombreuse de la règle d'addition; resterait alors le travail nécessaire, mais bien souvent pas trop difficile, de calculer toutes les satisfactions provenant des combinaisons comprises entre ces deux limites. Encore après ces précautions on pourrait s'être trompé, mais bien rarement (voir les exemples 3 et 4 dans l'article page 424.

Voir les indications françaises au bas des tableaux contenant les exemples 1--6, pages 420—425.

(Rés. du Bull. de l'Acad. Roy. des Scienc. et des Lettr. de Danemark, p. 1896.)

Aperçu des travaux de l'Académie pendant l'année 1895.

A la fin de l'année 1894, l'Académie comptait, outre 1 membre d'honneur, 52 membres danois et 100 membres étrangers. Dans le cours de cette même année, elle a perdu un membre danois, le professeur, Dr Fr. Johnstrup, et, d'autre part, huit membres étrangers, savoir: Sir Henry Rawlinson (Londres), Arthur Cayley, professeur de mathématiques (Cambridge), James-D. Dana, professeur de géologie (New Haven), Carl Ludwig, professeur de physiologie (Leipzig), Th.-H. Huxley, professeur de biologie (Londres), D. Bierens de Haan, professeur de mathématiques (Leide), Sven Lovén, professeur de zoologie (Stockholm) et le professeur Louis Pasteur, membre de l'Institut (Paris).

Dans sa séance du 5 avril, l'Académie a reçu quatre membres étrangers, savoir, dans la section des Lettres, M. le Dr Th. v. Sickel, directeur de l'Istituto Austriaco di studii storici à Rome, et, dans la section des Sciences, MM. Axel Blytt, professeur de botanique à Christiania, le Dr Th.-M. Fries, professeur de botanique à Upsala, et le professeur, Dr Veit-B. Wittrock, intendant au Musée National de Stockholm.

A la fin de l'année, l'Académie comptait donc, outre un membre d'honneur, 51 membres danois et 96 membres étrangers, dont 21 danois et 39 étrangers appartiennent à la section des Lettres, tandis que 30 danois et 57 étrangers sont membres de la section des Sciences.

D'après le roulement établi dans la Commission de la caisse, M. le professeur, Dr T.-N. Thiele, qui en était membre, déposa ses fonctions et fut réélu pour les quatre ans à suivre. M. T.-N. Thiele fut réélu président de cette Commission.

Furent réélus reviseurs pour les trois ans à suivre MM. le Dr H. Topsöe, inspecteur des usines, et le professeur, Dr Jul. Petersen.

Furent réélus présidents de section pour les trois ans à suivre MM. le professeur, Dr J.-L. Ussing pour la section des Lettres et le professeur, Dr C.-F. Lütken pour la section des Sciences.

Dans le cours de l'année, l'Académie a tenu 16 séances où ont été faites les 32 communications qui suivent, 9 par des membres de la section des Lettres, 23 par des membres de la section des Sciences. L'apposition d'un B ou d'un M indique que l'auteur de la communication l'a destinée à l'insertion au *Bulletin* ou dans les *Mémoires* de l'Académie:

11/1. M. J.-L. Ussing: Sur une inscription romaine provenant de Célée en Norique. (B.)

» M. W. Sörensen: Sur le rôle que joue le canal aérien des Poissons.

» M. H.-G. Zeuthen: Sur les quadratures avant le calcul intégral, et en particulier sur celles de Fermat. (B. Notes s. l'hist. d. math. IV.)

25/1. M. Chr. Bohr: Présentation de trois travaux exécutés au Laboratoire de physiologie de l'Université:

1° M. Joh. Bock: Sur une modification que la lumière produit dans la méthémoglobine. (B.)

2° M. A. Jacobsen: Sur les substances réductrices et solubles dans l'éther, contenues dans le sang et le foie. (B.)

3° M. F. Tobiesen: Études sur la teneur spécifique du sang en oxygène. (B.)

» M. A. Paulsen présenta un ouvrage du capitaine Rung, intitulé *Répartition de la pression atmosphérique sur l'Atlantique septentrional*, et y ajouta quelques remarques.

8/2. M. J.-L. Heiberg: Sur la tradition de l'optique d'Euclide. (B.)

22/2. M. E. Holm: Sur le roi Frédéric II de Prusse et la reine de Danemark Juliane-Marie.

» M. A. Paulsen: Oscillations des aiguilles de l'Observatoire magnétique de Copenhague, produites par les tremblements de terre dans la presqu'île balcanique en avril et juin de 1894.

$^{8}/_{3}$. M. H. Valentiner: Sur les bases des théories électromagnétiques de la lumière dues à Maxwell et Lorenz.

» M. A. Paulsen: Sur la formation des nuages par l'aurore boréale. (B).

$^{22}/_{3}$. M. Jul. Thomsen: Résultats de recherches sur la classification des corps simples. (B.)

» M. W. Sörensen: Aptitude des Poissons d'eau douce et surtout des Siluroïdes à produire des sons et à percevoir des sons. [Imprimé dans le *Journ. of Anatomy and Physiology*. Edinburgh 1894—95].

$^{5}/_{4}$. M. A.-D. Jörgensen: Délibérations pendant les années 1814—1848 sur la question de la Constitution dans les provinces de la monarchie danoise. (B.)

$^{19}/_{4}$. M. Eug. Warming: Présentation d'un ouvrage imprimé, intitulé «*Communautés des végétaux, traits principaux de la géographie écologique des plantes*».

» M. Jul. Thomsen: Sur la probabilité d'un groupe de corps simples sans action chimique. (B.)

$^{3}/_{5}$. M. J.-L. Ussing: Sur le groupe central de la frise du Parthénon. (B.)

» M. H.-G. Zeuthen: 1° Sur le fondement mathématique de l'invention du calcul infinitésimal, et 2° Sur quelques critiques faites de nos jours à Newton. (B. Notes s. l'hist. d. math. V & VI.)

$^{18}/_{5}$. M. C. Christiansen: Sur les électrodes à gouttes.

» M. J.-P. Gram: Note sur le calcul de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann. (B.)

$^{31}/_{5}$. M. Jul. Thomsen: Résultats d'une série assez étendue de recherches expérimentales sur la composition de l'eau et sur la densité de l'hydrogène.

$^{18}/_{10}$. M. Jul. Lange présenta la suite du travail publié dans les *Mémoires* de l'Académie et relatif à la manière dont l'art représente la forme humaine; il y ajouta quelques remarques sur la manière dont l'art antique représentait la mère et le petit enfant. (M.)

$^{1}/_{11}$. M. J.-L. Heiberg: Nouvelles contributions à la biographie de George Valla.

» M. Kr. Erslev: L'acte dit *Constitutio Valdemariana* de l'an 1326.

$^{15}/_{11}$. M. Joh. Lange: Systématisation et distribution géographique des deux espèces danoises du *Cratægus* (épine blanche). (B.)

» M. C. Christiansen: Sur l'origine de l'électricité voltaïque. (B.)

$^{29}/_{11}$. M. F. Meinert: Contribution à l'histoire naturelle des Rhipiptères (*Strepsiptera*). (B.)

» M. T.-N. Thiele: Sur la théorie des élections multiples et sur quelques règles d'application pratique. (B.).

» M. Jul. Thomsen: Sur la densité de l'hydrogène et de l'oxygène. (B.)

» M. Chr. Bohr: Présentation de deux travaux faits par M. Joh. Bock dans le Laboratoire de physiologie de l'Université:

1° Recherches expérimentales sur l'intoxication par l'oxyde de carbone. 2° Sur la marche de l'intoxication par l'oxyde de carbone chez des animaux de diverses espèces.

$^{13}/_{12}$. M. L. Wimmer présenta son ouvrage sur les monuments runiques danois, première partie, contenant les monuments historiques.

Outre la présente année de son *Bulletin*, l'Académie, durant cette même année, a publié de ses *Mémoires* les numéros suivants, section des Lettres: 6e série, tom. IV, n° 2 contenant «Historisk-topografiske Bidrag til — etc.» (Contribution à la connaissance historique et topographique du désert syrien, avec carte d'ensemble) par M. J. Östrup; et, section des Sciences: 6e série, tom. VII, n° 10, contenant «Reaktionshastigheden ved Methylætherdannelsen» (Vitesse de l'éthérification de l'alcool méthylique par les acides) par M. Emil Petersen, et tom. XIII, n° 1, contenant «Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne» (Les organes latéraux des larves des Scarabées), avec résumé en français et trois planches, par M. Fr. Meinert.

En outre, sur la proposition des mathématiciens et astronomes, membres de l'Académie, cette société a résolu qu'on ferait une nouvelle édition en français du travail de l'arpenteur Caspar Wessel, intitulé «Sur la désignation analytique de la direction» et inséré en 1796 aux *Mémoires*, 2e série, tom. V.

A l'instigation de la *Royal Society* de Londres, l'Académie a promis sa coopération au dressage d'un catalogue international des publications scientifiques. Pour administrer la part que l'Académie prendra à ce travail, on a nommé une Commission composée de MM. Lütken, Zeuthen, S.-M. Jörgensen, Christiansen et Warming.

Le prix *Classen* a été décerné à M. le Dr C.-G.-Johan Petersen pour un travail sur les Poissons de nos mers.

La Direction de la fondation Carlsberg a présenté son rapport sur l'emploi des fonds durant l'année 1893—94 (texte danois p. (37)—(50)).

Tillæg

til

det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs

Oversigt

for

1895.

I. Liste over de til det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab indsendte og i dets Møder i Aaret 1895 fremlagte Skrifter.

II. Oversigt over de lærde Selskaber, videnskabelige Anstalter og offentlige Bestyrelser, fra hvilke det K. D. Videnskabernes Selskab i Aaret 1894 har modtaget Skrifter, samt alfabetisk Fortegnelse over de Enkeltmænd, der i samme Tidsrum have indsendt Skrifter til Selskabet, alt med Henvisning til foranstaaende Boglistes Numere.

III. Sag- og Navnefortegnelse.

I.

Liste over de til det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab indsendte og i dets Møder i Aaret 1895 fremlagte Skrifter.

De med * mærkede Nr. ere ikke afgivne til Universitets-Bibliotheket.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

1. Maanedsoversigt. Novbr. 1894. Fol.
2. Bulletin météorologique du Nord. Nvbr. 1894.

Videnskabs-Selskabet i Kristiania.

*3. Forhandlinger. 1893. 1—21 og Overs. m. Titel. Christiania 1893—94.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

4. Öfversigt 1894. Årg. 51. Nr. 8. Stockholm 1894.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

*5. Mémoires. T. XXXIX. T. XLI. No. 6—9. T. XLII. No. 1—11. St.-Pétersbourg 1893—94. 4to.
6. Bulletin. Nouv. Série. T. III. No. 4. Ve Série. T. I. No. 1—3. St.-Pétersbourg 1894.

Geologiska Kommissionen (Industristyrelsen), Helsingfors.

*7. Finlands geologiska undersökning. Kartbladen No. 25—26. Folio. Beskrifning till samme. Helsingfors 1894.

La Societé Finno-Ougrienne, Helsingfors.

8. Mémoires. VI—VIII. Helsingfors 1894.
9. Journal. XII. Helsingfors 1894.

Sällskapet för Finlands Geografi, Helsingfors.

*10. Fennia. Bulletin. 9 & 11. Helsingfors 1894.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

11. Proceedings. Vol. LVI. No. 339. London 1894.

The Royal Astronomical Society, London.

12. Monthly Notices. Vol. LV. No. 1. London 1894.

The Royal Microscopical Society (20 Hanover Square), London W.

13. Journal. 1894. P. 6. London 1894.

The Cambridge Philosophical Society, Cambridge.

14. Proceedings. Vol. VIII. Part 3. Cambridge 1894.

The Yorkshire Geological and Polytechnic Society, Halifax.

15. Proceedings. New Series. Vol. XII. Part 4. Pag. 279—346. Halifax 1894.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester.

16. Memoirs and Proceedings. Fourth Series. Vol. VIII. No. 4. Manchester (1893—94).

The Scottish Microscopical Society, Edinburgh.

17. Proceedings. Session 1893—94. Edinburgh (1894).

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

18. Archives Néerlandaises. T. XXVIII. Livr. 3—4. Harlem 1894.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

19. Bulletin. 4e Série. T. VIII. No. 10. Bruxelles 1894.

La Société Géologique de France, Paris.

20. Compte-rendu des Séances. 1894. 3e Série. T. XXII. No. 14—18. (Paris 1894.)

La Société Zoologique de France, Paris.

21. Extrait des Mémoires. 1894. Paris 1894.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*22. Nachrichten. 1894. Philol.-hist. Kl. No. 3. Göttingen 1894.

Die Physikalisch-Medicinische Gesellschaft zu Würzburg.

23. Verhandlungen. Neue Folge. Bd. XXVIII. No. 2—5. Würzburg 1894.

24. Sitzungs-Berichte. 1894. No. 5—7. Würzburg 1894.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

25. Atti. Anno CCXCI. Serie 5a. Rendiconti. Vol. III. Semestre II. Fasc. 9. Roma 1894. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

26. Bollettino. 1894—95. No. 215—216. Firenze 1894—95.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

27. Il Nuovo Cimento. Giornale per la fisica esperimentale e matematica. 3a Serie. T. 36. 1894. Novembre. Pisa 1894.

La R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

28. Atti. Serie IV. Vol. VI. Fasc. 10. Siena 1894.

29. Processi verbali delle Adunanze. anno accad. 203. No. 6. Siena 1894.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino.

30. Memorie. Serie II. T. XLIV. Torino 1894. 4to.

The Johns Hopkins University, Baltimore.

31. Circulars. Vol. XIV. No. 115. Baltimore 1894. 4to.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

32. Bulletin. Vol. XXV. No. 11. Cambridge 1894.

Professors James D. and Edward S. Dana, New Haven, Conn.

33. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLVIII. No. 288. New Haven 1894.

Het koninkl. Ministerie van Kolonien, 'sGravenhage.

34. E. Dubois. Pithecanthropus erectus aus Java. Batavia 1894. 4to.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*35. Monthly Weather Review. June 1894. Calcutta 1894. 4to.

*36. Registers of original observations. June 1894. Fol.

Teikoku Daigaku, Imperial University of Japan, Tōkyō.

37. The Calendar for the year 1893—94. Tōkyō 1894. (2 Expl.)

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

38. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année (IIIe Série). No. 291. Paris 1895.

Herr S. Riefler, Ingenieur und Fabrikbesitzer, München.

39. S. Riefler. Die Præcisions-Uhren. München 1894.

Bergens Museum, Bergen.

40. J. Brunchorst. Naturen. 18de aarg. No. 11—12. Bergen 1894.

L'Université Impériale de St.-Pétersbourg.

41. Kemisk Laboratorium ved det kejserlige St. Petersborgske Universitet. St.-Petersborg 1894.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

42. Bulletin. Ve Série. Vol. I. No. 4. St.-Pétersbourg 1894.

L'Institut Impérial de Médecine expérimentale à St.-Pétersbourg.

43. Archives des Sciences biologiques. T. III. No. 2. St.-Pétersbourg 1894.

The Royal Astronomical Society, London.

44. Monthly Notices. Vol. LV. No. 2. London 1894.

The Royal Geographical Society, London.

45. The Geographical Journal. Vol. III. No. 5. Vol. V. No. 1. London 1894—95.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester.

46. Memoirs and Proceedings. Fourth Series. Vol. IX. No. 1. Manchester (1894—95).

The Royal Irish Academy, Dublin.

47. Proceedings. Ser. III. Vol. III. No. 3. Dublin 1894.

Het koninkl. Nederl. Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 'sGravenhage.

*48. Flora Batava. Afl. 307—308. Leiden. 4to.

La Société Botanique de France, Paris.

49. Bulletin. T. XL. Session extraordinaire à Montpellier. 3e partie. Paris 1894.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

50. Berichte. Math.-phys. Classe. 1894. II. Leipzig 1894.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.

51. Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXIX. Heft. 3. Leipzig 1894.

Das königliche Staatsarchiv, Stuttgart.

52. Wirtembergisches Urkundenbuch. Bd. VI. Stuttgart 1894. 4to.

Die k. k. Geologische Reichsanstalt, Wien.

53. Verhandlungen. 1894. No. 10—13. Wien 1894. 4to.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

54. Bulletin international. Comptes rendus. 1894. No. 9. Novembre. Cracovie 1894.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

55. Atti. Anno CCXCI. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. III Semestre II. Fasc. 10—11. Roma 1894. 4to.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

56. Il Nuovo Cimento. Giornale per la fisica esperimentale e matematica. 3ª Serie. T. 36. Dicembre 1894. Pisa 1894.

Professors James D. and Edward S. Dana, New Haven, Conn.

57. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 289. New Haven 1895.

La Associacion de Ingenieros y Arquitectos, México.

58. Anales. T. IV. Entrega 1—3. México 1894.

The Geological Survey of India, Calcutta.

59. Records. Vol. XXVII. P. 4. Calcutta 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*60. Monthly Weather Review. July, August 1894. Calcutta 1894. 4to.

*61. Registers of original observations. July, August 1894. Fol.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

62. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXIVe année (IIIe Série). No. 283. Paris 1894.

MM. Gauthier-Villars et Fils, Imprimeurs-Libraires, Paris.

*63. Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques. 1e Série. Fiches 1—100. Paris 1894. (2 Expl.)

Professor C. L. Herrick and C. J. Herrick, Granville, Ohio.

64. The Journal of Comparative Neurology. Vol. IV. H. 4. Granville, Ohio 1894.

Hr. Professor Dr. G. Mittag-Leffler, Stockholm, Selsk. udenl. Medl.

65. G. Mittag-Leffler. Acta Mathematica. 18 : 4. Stockholm 1894. 4to.

Dr. Henry Raymond Rogers, Dunkirk, N. Y. state.

66. H. R. Rogers. Gravity, its Essential Nature &c. s. l. e. a.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

67. Bulletin météorologique du Nord. Décbr. 1894.

68. Observations internationales polaires. 1882—83. — Expédition Danoise. Observations faites à Godthaab sous la direction de A. Paulsen. T. I. Livr. 2. Copenhague 1894. 4to.

Bergens Museum, Bergen.

*69. Aarbog. 1893. Bergen 1894.

*70. Ex donatione J. Friele. V. On the development of the Dolphin by C. Guldberg and Fr. Nansen. Bergen 1894. 4to.

Stavanger Museum, Stavanger.

71. Aarsberetning. 1893. Stavanger 1894.

Det kgl. Norske Videnskabers Selskab, Throndhjem.

*72. Skrifter. 1893. Throndhjem 1894.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

73. Öfversigt. 1894. Årg. 51. No. 9. Stockholm 1894.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

74. Repertorium für Meteorologie. 6ster Suppl. Bd. St. Petersburg 1894. 4to.

L'Observatoire Physique Central, St.-Pétersbourg.

75. Annalen. 1893. Theil I. St. Petersburg 1894. 4to.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

76. Proceedings. Vol. LVII. No. 340—341. London 1895.

The Meteorological Office, London.

*77. Weekly Weather Report. Vol. XI. Nos. 40—52. Appendix I. Vol. XI. p. 5—6. Summary 1894. July—Novbr. London 1894. 4to.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

78. Bulletin. 4e Série. T. VIII. No. 11. Bruxelles 1894.

Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich, Helmhaus, Zürich.

79. Neujahrsblatt. 1895. XCVII. Zürich 1894. 4to.

80. Vierteljahrschrift. Jahrg. XXXIX. Heft 3—4. Zürich 1894.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*81. Nachrichten. 1894. Philol.-hist. Kl. Nr. 4. Math.-phys. Kl. No. 4. Göttingen 1895.

Der Naturwissenschaftliche Verein für Sachsen u. Thüringen in Halle a/S.

82. Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. LXVII. H. 5. Leipzig 1894.

Die Kommission z. wissenschaftl. Untersuchung d. deutschen Meere, Kiel.

83. Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. Neue Folge. Bd. I. Heft 1. Kiel und Leipzig 1894. 4to.

84. Ergebnisse der Beobachtungsstationen. Jahrg. 1893. Heft 1—6. Kiel und Leipzig 1894. Tverfol.

Das k. k. Naturhistorische Hofmuseum, Wien.

85. Annalen. Bd. IX. Nr. 1—4. Wien 1894.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

86. Verhandlungen. 1894. Bd. XLIV. Qu. 3—4. Wien 1895.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

87. Bulletin international. Comptes rendus. 1894. No. 10. Décembre. Cracovie 1894.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

88. Atti. Anno CCXCI. Serie 5a. Rendiconti. Vol. III. Semestre II. Fasc. 12. Roma 1894. 4to.

89. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. II. (Parte 2a) 1894. Ottobre. Roma 1894. 4to.

90. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. III. Fasc. 10. Roma 1894.

La R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna.

91. Memorie. Serie V. T. III. Bologna 1892. 4to.

La Società Ital. di Antropologia, Etnologia e Psicologia comp., Firenze.

92. Archivio. Vol. XXIV. Fasc. 1. Firenze 1894.

La Società Reale di Napoli.

93. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 2ª. Vol. VIII. Fasc. 11—12. Napoli 1894. 4to.

L'Accademia Pontaniana, Napoli.

94. Atti. Vol. XXIV. Napoli 1894. 4to.

The Astronomical Observatory of Harvard College, Cambridge, Mass.

95. 49. annual Report of the Director. Cambridge, Mass. 1894.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

96. Annual Report. 1893—94. Cambridge U. S. A. 1894.

The American Geographical Society, New York.

97. Bulletin. Vol. XXVI. No. 4. P. 1. New York 1894.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

* 98. Monthly Weather Review. Septbr. 1894. Washington 1894. 4to.

La Sociedad científica „Antonio Alzate", México.

99. Memorias y Revista. T. VII. Nos. 11—12. México 1894.

Academia nacional de Ciencias en Córdoba (República Argentina).

100. Boletin. T. XII. Entr. 3. Buenos Aires 1891.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia.

101. Tijdschrift voor Indische Taal- Land- en Volkenkunde. Deel XXXVII. Afl. 4—5. Deel XXXVIII. Afl. 1—2. Batavia 1894.

102. Notulen. Deel XXXII. 1894. Afl. 1—2. Batavia 1894.

103. Nederlandsch-Indische Plakaatboek. 1602—1811. Deel XII. Batavia en 's Hage 1894.

104. Catalogus der Ethnolog. Verzameling. 4de Druck. Suppl. Batavia 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

* 105. Indian Meteorological Memoirs. Vol. V. P. 4—5. Calcutta 1894. 4to.

Teikoku Daigaku, Imperial University of Japan, Tōkyō.

106. Journal of the College of Science. Vol. VII. P. 2—3. * Tōkyō 1894. 4to.

The Linnean Society of New South Wales, Sydney.

107. Proceedings. Second Series. Vol. IX. P. 2. Sydney 1894.

Hr. Professor W. C. Brögger, Kristiania, Selsk. udenl. Medl.

108. W. C. Brögger. Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes. I. Kristiania 1894. (Særtryk.)

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

109. Maanedsoversigt. Decbr. 1894. Fol.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

110. Bulletin. Ve Série. Vol. II. No. 1. St.-Pétersbourg 1895.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou.

111. Bulletin. Année 1894. 2e Série. T. VIII. No. 3. Moscou 1894.

The Royal Geographical Society, London.

112. The Geographical Journal. Vol. V. No. 2. London 1895.

The Geological Society of London, W. (Burlington House).

113. Quarterly Journal. Vol. LI. P. 1. No. 201. London 1895.

The Meteorological Office, London.

* 114. Meteorological Observations at stations of the second order. 1890. London 1894. 4to.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, Roma.

115. Statistica delle Biblioteche. P. I. — Biblioteche dello Stato &c. Vol. I—II. Roma 1893—94.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

116. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 1. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

117. Bollettino. 1895. No. 217—218. Firenze 1895.

La R. Accademia della Crusca, Firenze.

118. Atti. Adunanza pubblica del 9 di Dicembre 1894. Firenze 1895.

La Società Toscana di Scienze naturali, Pisa.

119. Atti. Processi verbali. Vol. IX. P. 133—192.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

120. Il Nuovo Cimento. Giornale par la fisica esperimentale e matematica. 3a Serie. T. 35. Marzo 1894. Pisa 1894.

121. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Gennajo 1895. Pisa 1895.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino.

122. Atti. Vol. XXX. Disp. 1—4. Torino 1894—95.

Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.

123. Historia de la Real Academia. Barcelona 1895.

The Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland.

124. Circulars. Vol. XIV. No. 116. Baltimore 1895. 4to.

Professors James D. and Edward S. Dana, New Haven, Conn.

125. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 290. New Haven 1895.

The New-York Microscopical Society, 12 College Place, New-York.

126. Journal. Vol. X. No. 4. New York 1894.

The United States Coast and Geodetic Survey, Washington, D. C.

127. Report. 1892. P. 2. Washington 1894.

La Sociedad científica „Antonio Alzate", México.

128. Memorias y Revista. T. VIII. Nos. 1—2. México 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

129. Instructions to Observers. Calcutta 1894.

Hr. Professor, Dr. med. & phil. J. G. Agardh, Lund, Selsk. udenl. Medlem.

130. J. G. Agardh. Analecta Algologica. Continuatio II. Lundæ 1894. 4to.

S. A. le Prince Albert I de Monaco, Secrétariat, 25 Faubourg St. Honoré, Paris.

*131. Sur les premières Campagnes scientifiques de la «Princesse-Alice». (Extrait, 1895.) 4to.

*132. J.-Y. Buchanan. Sur la densité des eaux de l'Atlantique et de la Mediterranée. (Extrait 1893.) 4to.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

133. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année (IIIe Série). No. 292. Paris 1895.

Hr. Professor Dr. D. Bierens de Haan, Leiden, Selsk. udenl. Medlem.

*134. B. de Haan. Mindre Afhandlinger af F. J. v. d. Berg, m. m. (Særtryk.)

*135. — Bouwstoffen voor de Geschiedenis der Wis- en Natuurkundige Wetenschappen. Amsterdam 1893. (Særtryk.)

Herr Dr. Julius Naue in München.

136. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 1. München 1895.

Hr. Dr. phil. C. G. Joh. Petersen, Forstander for den biologiske Station, København.

137. C. G. Joh. Petersen. Beretning fra den danske biologiske Station. IV. Kjøbenhavn 1894. 4to.

Generalstabens topografiske Afdeling, København.

*138. Atlasbladene: Asaa, Dronninglund og Hals. i 1.40,000, i Sort. 1895.

Norges Geografiske Opmaaling, Kristiania.

*139. Landkarter: Topogr. Kart over Norge. Bl. 9 A; 2 C; 1 D; I, 18; Z, 7; Æ, 5, 6, 7. Geol. Kart, Bl. 31 D.

*140. Kystkarter: Specialkart B. Bl. 8, 9, 46.

141. Den norske Lods. 7de Hefte. Kristiania 1893.

Redaktionen af Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, Kristiania.

142. Nyt Magazin. Bd. 30, H. 2—4, Bd. 31—33, Bd. 34, H. 1—2. Christiania 1886—93.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

143. Öfversigt. 1894. Årg. 51. No. 10. Stockholm 1894.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm.

144. Hans Hildebrand. Antiqvarisk Tidskrift för Sverige. D. XIII, H. 1; D. XIV, H. 3; D. XV, 2, H. 1. Stockholm 1894—95.

Das Meteorologische Observatorium der Kais. Universität, Dorpat.

*145. Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen. 1892—93. Dorpat 1893—94. 4to.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

146. Proceedings. Vol. LVII. No. 342. London 1895.

The Royal Astronomical Society, London.

147. Monthly Notices. Vol. LV. No. 3. London 1895.

The Yorkshire Geological and Polytechnic Society, Halifax.

148. Proceedings. New Series. Vol. XII. Part 2—3. Halifax 1892—93.

The Royal Irish Academy, Dublin.

149. Cunningham Memoirs. No. X. Dublin 1894. 4to.

La Société Vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne.

150. Bulletin. 3e Série. Vol. XXX. No. 115. Lausanne 1894.

Die Kön. Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin.

151. Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen. Bd. XXI. Berlin 1894.

Die Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Jena.

152. Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. XXIX. Heft 2. Jena 1894.

153. Denkschriften. Bd. IV. 1. Lief. Text u. Atlas. Bd. V. 1. Lief. Text u. Atlas. Bd. VIII. 1. Lief. Text u. Atlas. Jena 1893—94. 4to

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

154. Abhandlungen. Math.-phys. Classe. Bd. XXI. No. III. Leipzig 1895.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.

155. Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXIX. Heft 4. Leipzig 1895.

Das k. k. Gradmessungs-Bureau, Wien.

156. Astronomische Arbeiten. Bd. VI. Längenbestimmungen. Wien 1894. 4to.

Die kais.-kön. Zoologische-botanische Gesellschaft in Wien.

157. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 1. Wien 1895.

Spolek Chemiků Českých, Praha (Prag).

158. Listy Chemické. Ročník XVIII. Číslo 11—20. V Praze 1894.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

159. Bulletin international. Comptes rendus. 1895. No. 1. Janvier. Cracovie 1895.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

160. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 2. Roma 1895. 4to.

161. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. II. (Parte 2a) 1894. Novembre. Roma 1894. 4to.

162. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. III. Fasc. 11—12. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

163. Bollettino. 1895. No. 219. Firenze 1895.

L'Académie Royale de Serbie, Belgrade.

164. Glas. H. 45. Belgrade 1894.

165. Ethnographie de Serbie. T. I. Belgrade 1894.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D C.

*166. Monthly Weather Review. Octbr. 1894. Washington 1894. 4to.

Instituto Geográfico Argentino, Buenos Aires (Alsina, No. 477).

167. Boletin. T. XV. Cuadernos 5—8. Buenos Aires 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*168. Indian Meteorological Memoirs. Vol. V. P. 6. Calcutta 1894. 4to.

The Government Observatory, Madras.

169. C. Michie Smith. Observations of the fixed stars 1883—87. Vol. VIII. Madras 1894. 4to.

170. Errata in Vol. I—VI.

Monsieur Charles Janet, Beauvais.

*171. Ch. Janet. Études sur les fourmis. 5e Note. Beauvais 1894. — Do. 7e Note. Paris 1894. — Transformation artificielle des fossiles de Bracheux. Paris 1894. — Sur le système glandulaire des fourmis. Paris 1894. 4to. — Sur les nids de la Vespa crabro L. Paris 1894. 4to.

Monsieur le Professeur Albert Sorel, Paris, Selsk. udenl. Medl.

*172. A. Sorel. Notice sur M. Fustel de Coulanges. — Discours prononcés pour la réception de A. Sorel. Paris 1893 & 1895. 4to. (Extraits.)

M. A. del Romero Walsh, Académicien, Barcelona.

173. A. del Romero Walsh. La casa de Monistrol y la R. Academia de Ciencias y Artes. Barçelona 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

174. Aarbog for 1891, II. Del. Kjøbenhavn 1895. Fol.

175. Maanedsoversigt. 1895. Jan. Fol.

176. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Janvier.

Kongl. Carolinska Universitetet i Lund.

*177. Acta Universitatis Lundensis. T. XXX, 1—2. Afd. 1893—94. Lund 1893—94. 4to.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

178. Bulletin. Ve Série. T. I. No. 3. St.-Pétersbourg 1894.

L'Institut Impérial de Médecine expérimentale à St.-Pétersbourg.

179. Archives des Sciences biologiques. T. III. No. 3. St.-Pétersbourg 1894.

The Royal Geographical Society, London.

180. The Geographical Journal. Vol. V. No. 3. London 1895.

The Royal Microscopical Society (20 Hanover Square), London W.

181. Journal. 1895. P. 1. London 1895.

The Marine Biological Association of the United Kingdom, Plymouth.

182. Journal. New Ser. Vol. III. No. 4. London 1895.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

183. Bulletin. 4e Série. T. IX. No. 1. Bruxelles 1895.

La Société Botanique de France, Paris.

184. Bulletin. T. XLI. Session extraordinaire en Suisse. 1re partie. Paris 1895.

Die kön. Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin.

185. Sitzungsberichte. 1894. XXXIX—LIII. Berlin 1894.

Die Mathematische Gesellschaft in Hamburg.

186. Mittheilungen. Bd. III. Heft 5. Leipzig 1895.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.

187. Catalog. Erste Abtheilung. 6tes Stück. Leipzig 1894. 4to.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

188. Sitzungsberichte. Math.-phys. Classe. 1894. Heft 4. München 1895.

Das Directorium des Germanischen Nationalmuseums in Nürnberg.

189. Anzeiger. Jahrg. 1894. Nürnberg 1894.
190. Mitteilungen. Jahrg. 1894. Nürnberg 1894.
191. Katalog der Holzstöcke. II. Nürnberg 1894.

Die kais. Akademie der Wissenschaften, Wien.

192. Denkschriften. Philos.-Hist. Classe. Bd. XLIII. Wien 1894. 4to.
193. Denkschriften. Math.-Naturwissensch. Classe. Bd. LX. Wien 1893. 4to.
194. Sitzungsberichte. Philos.-Hist. Classe. Bd. CXXX. Wien 1894.
195. Sitzungsberichte. Math.-Naturwiss. Classe. Erste Abth. Bd. CII. H. 8—10. CIII. H. 1—3. Zweite Abth. a. Bd. CII. H. 8—10. CIII. H. 1—5. Zweite Abth. b. Bd. CII. H. 8—10. CIII. H. 1—3. Dritte Abth. Bd. CII. H. 8—10. CIII. H. 1—4. Wien 1893—94.
196. Archiv für österr. Geschichte. Bd. LXXX, 2. LXXXI, 1. Wien 1894.

Die kais.-kön. Geologische Reichsanstalt, Wien.

197. Verhandlungen. 1894. No. 14—18. Wien 1894. 4to.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

198. Bulletin international. Comptes rendus. 1894. No. 6. Juin. Cracovie 1894.
199. Bibliotheca auctorum Polonorum. T. 29. Kraków 1894.
200. Rozpravy (Mémoires) wydz. filolog. Serya II. T. V, VI & VIII. W Krakowie 1894.
201. Rozpravy (Mémoires) wydz. histor.-filozof. Serya II. T. V. W Krakowie 1894.
202. Sprawozdania Komisyi Jezykowej. T. V. W Krakowie 1894.
203. Rocznik. Rok 1893—94. W Krakowie 1894.
204. W. Wisłocki. Acta rectoralia. T. I, fasc. 3. Cracoviae 1894.
205. Collectanea ex archivo Coll. historici. T. VII. Kraków 1894.
206. Monumenta Medii aevi historica. T. XIII—XIV. W Krakowie 1894.
*207. Atlas geolog. Galicyi, gr. folio avec texte in 8vo. Zeszyt III. Kraków 1891 & 1894.
208. Jo. Pelczar. Nic. Hussoviani Carmina. Cracoviae 1894.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

209. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 3—4. Roma 1895. 4to.
210. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. II. (Parte 2a) 1894. Dicembre, & Indice topogr. Roma 1894. 4to.

Il R. Comitato Geologico d'Italia, Roma.

211. Bollettino. 1894. No. 4. Roma 1894.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

212. Bollettino. 1895. No. 220. Firenze 1895.

La Società Entomologica Italiana, Firenze.

213. Bullettino. Anno XXVI. Trim. III—IV. Firenze 1894 (1895).

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

214. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Febbrajo 1895. Pisa 1895.

The Astronomical Observatory of Harvard College, Cambridge, Mass.

215. Annals. Vol. XXXII. P. 1. Cambridge 1895. 4to.

Professors James D. and Edward S. Dana, New Haven, Conn.

216. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 291. New Haven 1895.

Academia nacional de Ciencias en Córdoba (República Argentina).

217. Boletin. T. XIV. Entr. 1. Buenos Aires 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*218. Monthly Weather Review. Sept. 1894. Calcutta 1894. 4to.

*219. Registers of original observations. Sept. 1894. Fol.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

220. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année. (IIIe Serie). Nr. 293. Paris 1895.

Hr. Professor Dr. G. Mittag-Leffler, Stockholm, Selsk. udenl. Medl.

221. G. Mittag-Leffler. Acta Mathematica. **19**:1. Stockholm 1895. 4to.

M. A. Legrelle, Docteur ès lettres, Gand (Rue Longue de la Monnaie, 58).

222. A. Legrelle. La Diplomatie française et la succession d'Espagne. T. III—IV. Gand 1890—92. (Paris 1891—92.)

Sig. Michele Stossich, Professore in Trieste.

*223. M. Stossich. Osservazioni sul Solenophorus Megalocephalus. Trieste 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

224. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Février.

Bergens Museum, Bergen.

225. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 1—2. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

226. Öfversigt. 1895. Årg. 52. Nr. 1. Stockholm 1895.

Kgl. Universitetets Meteorologiska Observatorium, Upsala.

*227. Bulletin mensuel. Vol. XXVI. Année 1894. Upsal 1894—95. 4to.

The Royal Astronomical Society, London.

228. Monthly Notices. Vol. LV. No. 4. London 1895.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester.

229. Memoirs and Proceedings. Fourth Series. Vol. IX. No. 2. Manchester (1894—95).

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

230. Archives Néerlandaises. T. XXVIII. Livr. 5. Harlem 1895.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire Naturelle, Paris.

231. Bulletin. 1895. No. 1. Paris 1895.

La Société Botanique de France, Paris.

232. Bulletin. T. XLI. Comptes rendus des Séances. 8—9. Paris 1895.

La Société Géologique de France, Paris.

233. Bulletin. 3e Série. T. XXII. No. 9. Paris 1894. (1895.)

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*234. Nachrichten. 1895. Math.-phys. Kl. Nr. 1. Göttingen 1895.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

235. Abhandlungen. Math.-phys. Classe. Bd. XXI. No. IV—V. Leipzig 1895.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

236. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 2. Wien 1895.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

237. Bulletin international. Comptes rendus. 1895. No. 2. Février. Cracovie 1895.

238. Pamiętnik. Wydz. math.-przyr. T. V. W Krakowie 1880. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

239. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 5. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

240. Bollettino. 1895. No. 221. Firenze 1895.

La Società Reale di Napoli.

241. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª. Vol. I. Fasc. 1—2. Napoli 1895.

La Real Academia de Ciencias, Madrid.

242. Anuario. 1895. Madrid.

The Johns Hopkins University, Baltimore.

243. Circulars. Vol. XIV. No. 117. Baltimore 1895. 4to.

244. American Journal of Mathematics. Vol. XVI. No. 1—3. Baltimore 1894. 4to.

245. American Chemical Journal. Vol. XV. No. 8. Vol. XVI. No. 1—6. Baltimore 1893—94.

246. American Journal of Philology. Vol. XIV. No. 4. Vol. XV. No. 1. Baltimore 1893—94.

247. Studies in Hist. and Polit. Science. XI. Series. XI—XII. XII. Series. I—VII. Baltimore 1893—94.

The American Academy of Arts and Sciences, Boston, Mass.

248. Proceedings. New Series. Vol. XXI. Boston 1894.

The Boston Society of Natural History, Boston.

249. Memoirs. Vol. III. No. 14. Boston 1894. 4to.

250. Proceedings. Vol. XXVI. P. 2—3. Boston 1894.

251. Occasional Papers. IV. W. O. Crosby. Geology of the Boston Basin. Vol. I. P. 2. with 3 maps. Boston 1894.

The Buffalo Society of Natural Sciences, Buffalo.

252. Bulletin. Vol. V. No. 4. Buffalo 1894.

The Astronomical Observatory of Harvard College, Cambridge, Mass.
253. Annals. Vol. XXXV. Waterville 1894. 4to.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.
254. Memoirs. Vol. XVII. No. 3. Cambridge 1894. 4to.

The Washburn Observatory of the University of Wisconsin, Madison.
255. Publications. Vol. VII. P. 2. Madison, Wisconsin 1894. 4to.

The Geological and Natural history Survey of Minnesota, Minneapolis.
*256. 21. Annual Report. 1892. Minneapolis 1893.
*257. Bulletin. No. 10. Minneapolis 1894.

The Iowa Academy of Sciences, des Moines.
*258. Proceedings. Vol. I. P. 4. Des Moines 1894.

The New York Academy of Sciences, New York.
259. Annals. Vol. V—VI. Index. Vol. VI. Nos. 7—12. New York 1892
260. Transactions. Vol. XIII. 1893—94. New York s. a.

The New York Microscopical Society, 12 College Place, New York.
261. Journal. Vol. XI. No. 1. New York 1895.

The American Philosophical Society, Philadelphia, Penn.
262. Proceedings. Vol. XXXIII. No. 145. Philadelphia 1894.

The Academy of Natural Sciences of Philadelphia, Penn.
263. Journal. Second Series. Vol. X. P. 2. Philadelphia 1894. 4to.
264. Proceedings. 1894. Part 1—2. Philadelphia 1894.

The Geographical Club of Philadelphia (Logan Square).
265. Bulletin. Vol. I. No. 3. Philadelphia 1894—95.

The Geological Society of America, Rochester, N. Y.
266. Bulletin. Vol. V. Rochester 1894.

The Academy of Science of St. Louis, Mo.
267. Transactions. Vol. VI. No. 9—17. St. Louis 1893—94.

The American Association for the Advancement of Science, Salem, Mass.
268. Proceedings. XLII. Meeting, held at Madison, Wisc. Salem 1894.

The Essex Institute, Salem, Mass.
269. Bulletin. Vol. XXV. Nos. 4—12. Vol. XXVI. Nos. 1—3. Salem 1893—94.

The Smithsonian Institution, Washington, D. C.
*270. Annual Report of the Board of Regents to July 1892. Washington 1893.
271. Tenth Annual Report of the Bureau of Ethnology. Washington 1893.
272. Bureau of Ethnology: J. C. Pilling. Bibliography of the Wakashan languages. — G. Pollard. The Pamunka Indians. — C. Thomas. The Maya Year. Washington 1894.

The Surgeon-General's Office, U. S. Army, Washington.
*273. Index-Catalogue of the library. Vol. XV. Washington 1894.

The Nova Scotia Institute of Natural Science, Halifax.
*274. Proceedings and Transactions. Second Series. Vol. I. Part 3. Halifax N. S. 1893.

La Sociedad Mexicana de Historia natural, México.

275. La Naturaleza. 2ª série. T. II. Cuaderno núm. 5—7. México 1893—94. 4to.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

* 276. Monthly Weather Review. Octbr. 1894. Calcutta 1894. 4to.

* 277. Registers of original observations. Octbr. 1894. Fol.

M. A. Legrelle, Docteur ès lettres, Gand (Rue Longue de la Monnaie, 58).

278. A. Legrelle. La Diplomatie française et la succession d'Espagne. T. II. Gand 1889. (Paris 1891.)

Sig. Michele Stossich, Professore in Trieste.

* 279. M. Stossich. I Distomi dei rettili. — Notizie Elmintologiche. Trieste 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

280. Maanedsoversigt. 1895. Febr. Fol.

The British Association for the Advancement of Science (Burlington House), London, W.

281. Report of the 64th meeting, held at Oxford, 1894. London 1894.

The Royal Geographical Society, London.

282. The Geographical Journal. Vol. V. No. 4. London 1895.

The Meteorological Office, London.

283. Report to the Royal Society. 1893—94. London 1894.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

284. Bulletin. 4e série. T. IX. No. 2. Bruxelles 1895.

285. Programme des concours. Bruxelles 1895.

Der Naturwissenschaftliche Verein von Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswald.

286. Mittheilungen. Jahrg. XXVI. Berlin 1895.

Die k. k. Geologische Reichsanstalt, Wien.

287. Verhandlungen. 1895. Nr. 1—3. Wien 1895. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

288. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. IV. Fasc. 1. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

289. Bollettino. 1895. No. 222. Firenze 1895.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

290. Il nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Marzo 1895. Pisa 1895.

The American Geographical Society, New York.

291. Bulletin. Vol. XXVI. Nr. 4. P. 2. New York 1894.

The Geographical Club of Philadelphia (Logan Square).

292. Bulletin. Vol. I. Nr. 4. Philadelphia 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

*293. Monthly Weather Review. Novbr. 1894. Washington 1895. 4to.

Bergens Museum, Bergen.

294. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. Nr. 3. Bergen 1895.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

295. Bulletin. Ve Série. Tome II. No. 2—3. St.-Pétersbourg 1895.

296. Repertorium für Meteorologie. Bd. XVII. St. Petersburg 1894. 4to.

L'Observatoire Physique Central, St.-Pétersbourg.

297. Annalen. 1893. Theil II. St. Petersburg 1894. 4to.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou.

298. Bulletin. Année 1894. 2e Série. T. VIII. No. 4. Moscou 1895.

The Trustees of the British Museum (Nat. Hist.), London S. W.

*299. Catalogue of the Birds in the British Museum. Vol. XXIII. London 1894.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

300. Proceedings. Vol. LVII. No. 343. London 1895.

The Royal Astronomical Society, London.

301. Monthly Notices. Vol. LV. No. 5. London 1895.

The Zoological Society of London.

302. Transactions. Vol. XIII. Part 10. London 1895. 4to.

303. Proceedings. 1894. P. 4. London 1895.

The Cambridge Philosophical Society, Cambridge.

304. Proceedings. Vol. VIII. Part 4. Cambridge 1895.

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

305. Archives Néerlandaises. T. XXIX. Livr. 1. Harlem 1895.

Les Directeurs de la Fondation Teyler à Harlem.

306. Archives du Musée Teyler. Sér. II. Vol. IV. Partie 3. Haarlem 1894. 4to.

307. Verhandelingen rakende den natuurlijken en geopenbaarden Godsdienst. Nieuwe Serie. Deel XV. Haarlem 1895.

Het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht.

308. Verslag van het Verhandelde in de alg. Vergadering. 1894. Utrecht 1894.

309. Aanteekeningen van het Verhandelde in de Sectie-Vergaderingen. 1894. Utrecht s. a.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire Naturelle, Paris.

310. Bulletin. 1895. No. 2. Paris 1895.

Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich, Helmhaus, Zürich.

311. Vierteljahrschrift. Jahrg. XL. Heft 1. Zürich 1895.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*312. Nachrichten. 1895. Philol.-hist. Kl. Nr. 1. Göttingen 1895.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

313. Abhandlungen. Philol.-hist. Classe. Bd. XV. No. II. Leipzig 1895.

314. Berichte. Philol.-hist. Classe. 1894. II. Leipzig 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

315. Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd. XVIII. Abth. 3. München 1895. 4to.

316. 2 Festreden. München 1894. 4to.

Die Physikalisch-Medicinische Gesellschaft zu Würzburg.

317. Verhandlungen. Neue Folge. Bd. XXVIII. No. 6—7. Würzburg 1894.

318. Sitzungs-Berichte. 1894. No. 8—10. M. Titel. Würzburg 1895.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

319. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 3. Wien 1895.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

320. Bulletin international. Comptes rendus. 1895. No. 3. Mars. Cracovie 1895.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

321. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 6. Roma 1895. 4to.

322. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Gennaio. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

323. Bollettino. 1895. No. 223. Firenze 1895.

La Società Ital. di Antropologia, Etnologia e Psicologia comp., Firenze.

324. Archivio. Vol. XXIV. Fasc. 3. Firenze 1894..

La Società Reale di Napoli.

325. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª. Vol. I. Fasc. 3. Napoli 1895.

Die Zoologische Station, Director Prof. A. Dohrn, Neapel.

326. Mittheilungen. Bd. XI. Heft 4. Berlin 1895.

La R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

327. Atti. Serie IV. Vol. VII. Fasc. 1—2. Siena 1895.

328. Processi verbali delle Adunanze. anno accad. 203. No. 7. anno 204. No. 1—2. Siena 1895.

Professor James D. and Edward S. Dana, New Haven, Conn.

329. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 292. New Haven 1895.

The New York Microscopical Society, 12 College Place, New York.

330. Journal. Vol. XI. No. 2. New York 1895.

La Associacion de Ingenieros y Arquitectos, México.

331. Anales. T. IV. Entrega 4—6. México 1894—95. (2 Expl.)

Het Magnetisch en meteorologisch Observatorium te Batavia.

*332. Observations. Vol. XVI. Batavia 1894. 4to.

The Geological Survey of India, Calcutta.

333. Records. Vol. XXVIII. P. 1. Calcutta 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*334. Monthly Weather Review. Novbr. 1894. Calcutta 1895. 4to.

*335. Registers of original observations. Novbr. 1894. Fol.

Government Museum, Madras.

336. E. Thurston. Bulletin. No. 3. Madras 1895.

Hr. Universitets-Bibliothekar Claes Annerstedt, Upsala.

337. Cl. Annerstedt. Upsala Universitetsbibliotheks historia intill År 1702. Stockholm 1894.

Hr. Professor Axel Blytt, Kristiania, Selsk. udenl. Medl.

* 338. M. N. og A. Blytt. Norges Flora, I—III og Tillægsh. Christiania 1861—76.

339. A. Blytt. Essay on the Immigration of the Norwegian Flora. Christiania 1876.

*340. — Om Planternes Udbredelse. Foredrag. Kristiania 1886.

*341. — Den periodiske ændring af havstrømmenes styrke. (Særtryk af Archiv f. Math. og Naturv. 1884.)

*342. — Om Mosernes Udbredelsesmaade. (Særtryk af Naturen.) 1886.

*343. — Strandliniernes forskyvning, forsøg paa geol. Tidsregn. Med et Tillæg. (Særtryk af Nyt Mag. f. Naturv. 1888—89.)

*344. — Geologische Zeitrechnung. (Særtryk af Geol. Fören. Förhdl. XII.)

345. — Tolv Særtryk af Christiania Vdsk. Selsk. Forhdl. 1881—93.

MM. Gauthier-Villars & Fils, Imprimeurs-Libraires, Paris (Quai des Grands-Augustins 55).

346. Bulletin des publications nouvelles. Année 1894. 3—4. Trimestre. Paris 1894.

Professor C. L. Herrick and C. J. Herrick, Granville, Ohio.

347. The Journal of Comparative Neurology. Vol. V. P. 1—70. Granville, Ohio 1895.

Herr Professor Dr. A. v. Kölliker, Würzburg, Selsk. udenl. Medl.

*348. A. v. Kölliker. Kritik der Hypothesen über amoeboide Bewegungen. Würzburg 1895. (Særtryk.)

Hr. Professor Dr. G. Mittag-Leffler, Stockholm, Selsk. udenl. Medl.

349. G. Mittag-Leffler. Acta Mathematica. **19**:2. Stockholm 1895. 4to.

Herr Dr. Julius Naue in München.

350. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 2. München 1895.

Herr Dr. August Tischner, Læge, Leipzig.

351. A. Tischner. Le phénomème fondamental du système solaire. Leipzig 1895.

Hr. Professor Bergianus Veit B. Wittrock, Stockholm, Selsk. udenl. Medl.

352. Acta horti Bergiani. Bd. I & II, Nr. 2—6. Stockholm 1891—94. 4to.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

353. Maanedsoversigt. 1895. Marts. Fol.

354. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Mars.

Departementet for det Indre, Kristiania.

355. Gade. Temperaturmaalinger i Lofoten 1891—92. Christiania 1894. 4to.

Bergens Museum, Bergen.

356. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 4. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

357. Öfversigt. 1895. Årg. 52. No. 2. Stockholm 1895.

L'Institut Impérial de Médecine expérimentale à St.-Pétersbourg.

358. Archives des Sciences biologiques. T. III. No. 4. St.-Pétersbourg 1895.

The Royal Government of Great Britain (Adr. Mr. J. Murray, Challenger Office, 45 Frederick Street, Edinburgh).

359. Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger 1873—76. Summary of results. P. 1—2. London 1895. 4to.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

360. Proceedings. Vol. LVII. No. 344. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

361. The Geographical Journal. Vol. V. No. 5. London 1895.

The Geological Society of London, W. (Burlington House).

362. Quarterly Journal. Vol. LI. P. 2. No. 202. London 1895.

363. Geological Literature added to the library. July—Dec. 1894. London 1895.

The Royal Microscopical Society (20 Hanover Square), London W.

364. Journal. 1895. P. 2. London 1895.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

365. Bulletin. 4e Série. T. IX. No. 3. Bruxelles 1895.

La Société Botanique de France, Paris.

366. Bulletin. T. XLII. Séances, 1. Paris 1895.

Das Königl. Christaneum, Altona.

367. Jahresbericht 1894—95, mit Beilage. (Progr. Nr. 279.) Altona 1895. 4to & 8°.

Die Naturforschende Gesellschaft zu Halle a/S.

368. Abhandlungeu. Bd. XIX. H. 3—4. Halle 1895.

Die Kommission z. wissenschaftl. Untersuchung d. deutschen Meere, Kiel.

369. Ergebnisse der Beobachtungsstationen. Jahrg. 1893. Heft 7—12. Kiel und Leipzig 1895. Tverfol.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

370. Abhandlungen. Math.-phys. Classe. Bd. XXI. No. VI. Leipzig 1895.

371. Berichte. Math.-phys. Classe. 1894. III. Leipzig 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

372. Sitzungsberichte. Philos.-philol.-hist. Classe. 1894. Heft. 3. München 1895.

Die Gesellschaft für Morphologie u. Physiologie in München.

373. Sitzungsberichte. Jahrg. 1894. H. 1—3. München 1895.

Die Anthropologische Gesellschaft in Wien.

374. Mittheilungen. Bd. XXIV. Heft 6. Wien 1894. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

375. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 7. Roma 1895. 4to.

376. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. IV. Fasc. 2. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

377. Bollettino. 1895. No. 224. Firenze 1895.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

378. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Aprile 1895. Pisa 1895.

The Johns Hopkins University, Baltimore.

379. Circulars. Vol. XIV. No. 118. Baltimore 1895. 4to.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

380. Bulletin. Vol. XXVI. No. 1. Cambridge 1894.

The Michigan Mining School, Houghton, Mich.

381. Catalogue. 1892—94. Announcements 1895—96. Houghton, Mich. 1894.

The Geological and Natural history Survey of Minnesota, Minneapolis.

* 382. H. F. Nachtrieb, State Zoölogist. First report. June 1892. Minneapolis 1892.

The New York Academy of Sciences, New York.

383. Annals. Vol. VII. Index. Vol. VIII. No. 5. New York 1895.

The American Geographical Society, New York.

384. Bulletin. Vol. XXVII. No. 1. New York 1895.

The American Museum of Natural History, Central Park, New York.

385. Bulletin. Vol. VI. New York 1894.

The American Philosophical Society, Philadelphia, Penn.

386. Proceedings. Vol. XXXII. No. 143. Vol. XXXIII. No. 146. Philadelphia 1893—94.

The Academy of Natural Sciences of Philadelphia, Penn.

387. Proceedings. 1894. Part 3. Philadelphia 1894.

The California Academy of Sciences, San Francisco.

* 388. Proceedings. Second series. Vol. IV. P. 1. San Francisco 1894.

The U. S. Dep. of Agriculture (Division of ornithology and mammalogy), Washington, D. C.

* 389. North American Fauna. No. 8. Washington 1895.

The United States Coast and Geodetic Survey, Washington, D. C.

390. Bulletin. No. 31—33. Washington 1894—95. 4to.

The U. S. Geographical and Geological Survey, Washington, D. C.

391. Contributions to North American Ethnology. Vol. IX. Washington 1893. 4to.

The Smithsonian Institution, Washington, D. C.

* 392. Annual Report of the Board of Regents to July 1893. Washington 1894.

393. Miscellaneous Collections. 854, 969—970. Washington 1894.

394. Eleventh—Twelfth Annual Report of the Bureau of Ethnology. Washington 1894.

395. Bureau of Ethnology: F. Hodge. List of publications. — W. Holmes. An ancient quarry in Indian territory. Washington 1894.

Observatorio do Rio de Janeiro.

396. Annuario. 1894. Rio de Janeiro 1893.

Het Magnetisch en meteorologisch Observatorium te Batavia.

*397. Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jaarg. XV. 1893. Batavia 1894.

Hs. Majestæt Kongen af Siam.

*398. Phra Krai Pi Dock. De sydlige Buddhisters hellige Skrifter, Tripitaka, udgivne paa Kongens Befaling i Anledning af hans 25 Aars Regerings-Jubilæum. 1—39 Bind.

The Linnean Society of New South Wales, Sydney.

399. Proceedings. Second Series. Vol. IX. P. 3—4. Sydney 1895.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

400. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année (IIIe Série). No. 295—96. Paris 1895.

Mr. Robert Stevenson, San Francisco.

401. R. Stevenson. Elasticity a mode of motion. San Francisco 1895.

El Administrador de la Revista Critica, Madera Alta 27, Madrid.

402. Revista Critica de Historia y Literatura Españolas. Año 1. Núm. 2. Madrid 1895. 4to. (Subskriptionsindbydelse.)

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

403. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Avril.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

404. Öfversigt. 1895. Årg. 52. No. 3. Stockholm 1895.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

*405. Mémoires. T. XLII. No. 12. St.-Pétersbourg 1894. 4to.

Dilekel bevünik Volapüka, S. Peterburg, Rusän.

406. Kadem bevünetik Volapüka. Zülag 1—17 (+ 3^a). S. Peterburg 1893—95.

The Meteorological Office, London.

*407. Weekly Weather Report. Vol. XII. Nos. 1—19. Appendix I—II. Vol. XI. p. 7—16. — Titel til Vol. XI. — Summary 1894. Decbr. — 1895. Jan.—Febr. London 1894—95. 4to.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire naturelle, Paris.

408. Nouvelles Archives du Muséum. 3e série. T. V & VI. Fasc. 1. Paris 1893—94. 4to.

409. Centenaire de la Fondation du Muséum. 1793—1893. Volume Commémoratif. Paris 1893. 4to.

410. Bulletin. 1895. No. 3. Paris 1895.

La Société Géologique de France, Paris.

411. Bulletin. 3e Serie. T. XXI. No. 5—8. T. XXII. No. 1—8. Paris 1893—94.

L'École Polytechnique, Paris.

412. Journal. Cahier 64. Paris 1894. 4to.

La Société Zoologique de France, Paris (7, rue des Grands-Augustins).

413. Mémoires. 1894. T. VII, partie 1—4. Paris 1894.

414. Bulletin. T. XIX. No. 1—9. Paris 1894.

La Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux.

415. Mémoires. 4e Série. T. III. Cah. 2. T. IV. Cah. 1—2. Bordeaux 1893—94.

416. Rayet. Observations pluviométriques et thermométriques. 1892—93. App. aux Mémoires. Bordeaux 1893.

La Société Linnéenne de Bordeaux.

417. Catalogue de la Bibliothèque. Fasc. 1. Bordeaux 1894.

L'Académie Nationale des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Caen.

418. Mémoires. Caen 1894. 2 Expl.

Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg.

*419. Mémoires. Extrait de T. XXIX. Paris 1894.

L'Académie des Sciences, Arts et Belles Lettres de Dijon.

420. Mémoires. 4e Série. T. IV. Dijon 1894.

L'Academie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon.

421. Mémoires. Sciences et Lettres. Troisième Série. T. II. Paris et Lyon 1893.

422. C. Guigue. Cartulaire Lyonnais. T. II. Lyon 1893. 4to.

La Société d'Agriculture de Lyon.

423. Annales. 7e Série. T. I. Lyon et Paris 1894.

La Société Linnéenne de Lyon.

424. Annales. 1891—93. T. XXXVIII—XL. Lyon 1891—93.

La Faculté des Sciences, Marseille.

425. Annales. T. III. Suppl. T. IV. Fasc. 1—3. Marseille (1894). 4to.

426. Annales de l'Institut Botanico-géologique colonial. 1ere Série. 1ère Année. 1er Volume. Paris 1893.

427. A. Perot. Sur l'existence et la propagation des oscillations électromagnétiques dans l'air. Marseille 1894. (Extrait.)

L'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier.

428. Mémoires de la Section des Lettres. 2e Série. T. I. No. 4. Montpellier 1894.

429. Mémoires de la Sect. des Sciences. 2e Série. T. I. No. 3—4. T. II. No. 1. Montpellier 1893—94.

La Société des Sciences de Nancy.

430. Bulletin. Série II. T. XIII. Fasc. 28. Paris 1894.

L'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Rouen.

431. Précis analytique des travaux. 1892—93. Rouen 1894.

La Société Française de Botanique, 19 Rue Ninau, Toulouse.

432. Revue de Botanique. T. XI. No. 130—132. T. XII. No. 133—136. Toulouse 1893—94.

La Société Vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne.

433. Bulletin. 3e Série. Vol. XXX. No. 116. Lausanne 1894.

Königl. Preussisches Meteorologisches Institut, Berlin W.

*434. Ergebnisse der Beobachtungen. H. 2—3 1894. — Ergebnisse der Beobachtungen in Potzdam. 1893. Berlin 1895. 4to.

Centralbureau der Internationalen Erdmessung (Telegraphenberg), Potsdam.

435. A. Hirsch. Verhandlungen der 1894 in Innsbruck abgehaltenen Conferenz der Permanenten Commission der Internationalen Erdmessung. Berlin 1895. *4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

436. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 8. Roma 1895. 4to.

437. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Febbraio. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

438. Bollettino. 1895. No. 225. Firenze 1895.

La Società Reale di Napoli.

439. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª. Vol. I. Fasc. 4. Napoli 1895. 4to.

El Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando.

*440. Anales. Seccion 2ª. Observaciones meteorológicas y magnéticas. Año 1893. San Fernando 1894. 4to.

Academia Română, Bucurescĭ.

441. E. de Hurmuzaki. Documente privitóre la Istoria Românilor. Suppl. I, Vol. VI, Suppl. II, Vol. II. Bucurescĭ 1895. 4to.

L'Académie Royale de Serbie, Belgrade.

442. Spomenik (Mémoires). XXVIII. Belgrade 1895. 4to.

443. Glas. H. 46—47. Belgrade 1895.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

444. Bulletin. Vol. XXVI. No. 2. Cambridge 1895.

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

445. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 293. New Haven 1895.

The United States Coast and Geodetic Survey, Washington, D. C.

446. Report. 1892. P. 1. Washington 1893. 4to.

The U. S. Geological Survey (Dep. of the Interior), Washington, D. C.

*447. 11. and 12. Annual Report by I. W. Powell, Director. Washington 1891. 4to.

*448. Mineral Resources of the U. S. 1893. Washington 1894.

*449. Geological Atlas. Fol. 1 & 8. Washington 1894. stor Folio.

Bureau of Education (Department of the Interior), Washington, D. C.

450. Report of the Commissioner. 1891—92. Vol. I—II. Washington 1894.

La Sociedad Geográfica de Lima.

451. Boletin. Año IV. Trim. II. Lima 1894.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia.

452. Verhandelingen. Deel XLVII. Stuk 3. Batavia 1894. 4to.

453. Tijdschrift voor Indische Taal- Land- en Volkenkunde. Deel XXXVII. Afl. 6. Deel XXXVIII. Afl. 3. Batavia 1894.

454. Notulen. Deel XXXII. 1894. Afl. 3. Batavia 1894.

455. J. A. v. d. Chijs. Dagh-Register int Casteel Batavia 1665. Batavia 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*456. Indian Meteorological Memoirs. Vol. VII. P. 1—2. Simla 1894. 4to.

Mr. Bernard Quaritch, Bookseller, 15 Piccadilly, London W.

457. A rough List of choice and valuable Books. No. 150. London 1895.

M. le docteur Saint-Lager, Lyon.

458. St.-Lager. Onothera ou Oenothera. Les ânes et le vin. Paris 1893.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

459. Maanedsoversigt. 1895. April. Fol.

460. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Mai.

Dir. for den grevel. Hjelmstjerne-Rosencroneske Stiftelse, København.

*461. Beretning om Stiftelsen i Aaret 1894. (2 Expl.)

Aarhus Kathredralskole, Aarhus.

*462. Indbydelsesskrift til Afgangs- og Aarsprøverne. Aarhus 1895.

Bergens Museum, Bergen.

463. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 5. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

464. Öfversigt. 1895. Årg. 52. Nr. 4. Stockholm 1895.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm.

465. Handlingar. Del XXXII. Stockholm 1895.

Kongl. Universitets Bibliotheket i Upsala.

*466. Skrifter, utgifna af Humanistiska Vetenskapssamfundet. II. Upsala 1892—94.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

467. Bulletin. Ve Série. Tome II. No. 4. St.-Pétersbourg 1895.

La Direction du jardin Impérial de Botanique à St.-Pétersbourg.

468. Acta. T. XIII. Fasc. 2. St.-Pétersbourg 1894.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

469. Philosophical Transactions. 1800—95 on sale. London 1895.

470. Proceedings. Vol. LVII. No. 345—46. London 1895.

The Royal Astronomical Society, London.

471. Monthly Notices. Vol. LV. No. 6—7. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

472. The Geographical Journal. Vol. V. No. 6. London 1895.

The Zoological Society of London.

473. Proceedings. 1895. P. 1. London 1895.

Birmingham Natural history and Philosophical Society, Birmingham.
474. Proceedings. Session 1894. Vol. IX. P. 1. Birmingham 1894.

The Marine Biological Association of the United Kingdom, Plymouth.
475. Journal. New Ser. Vol. III. Spec. Number. London 1895.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.
476. Bulletin. 4e Série. T. IX. No. 4—5. Bruxelles 1895.

La Société Botanique de France, Paris.
477. Bulletin. Titre et table du Tome XL. — T. XLII. Séances. 2. Paris 1895.

La Société de Physique el d'Histoire naturelle de Genève.
478. Mémoires. T. XXXII. Partie 1. Genève 1894—95. 4to.

Die kön. Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin.
479. Sitzungsberichte. 1895. I—XXV. Berlin 1895.

Der Naturwissenschaftliche Verein zu Bremen.
480. Abhandlungen. Bd. XIII. H. 2. Bd. XV. H. 1. Bremen 1895.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.
*481. Nachrichten. 1895. Philol.-hist. Kl. No. 2. Geschäftl. Mittheil. No. 1. Göttingen 1895.

Die Naturforschende Gesellschaft zu Halle a/S.
482. Abhandlungen. Bd. XIX. H. 1—2. Bd. XX. Halle 1893—94.
483. Bericht über die Sitzungen 1892. Halle 1892.
484. F. Frech. Die karnischen Alpen. Lief 2. Halle 1894.

Der Naturwissenschaftlihe Verein für Sachsen u. Thüringen in Halle a/S.
485. Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. LXVII. H. 3—4 & 6. Leipzig 1894.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.
486. Abhandlungen. Math.-phys. Classe. Bd. XXII. No. I. Leipzig 1895.
487. Berichte. Math.-phys. Classe. 1895. I. Leipzig 1895.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.
488. Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXX. Heft. 1—2. Leipzig 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.
489. Sitzungsberichte. Philos.-philol.-hist. Classe. 1895. Heft. 1. — Math.-phys. Classe. 1895. Heft 1. München 1895.

Die Physikalisch-Medicinische Gesellschaft zu Würzburg.
490. Verhandlungen. Bd. XXIX. No. 1. Würzburg 1895.
491. Sitzungs-Berichte. Jahrg. 1895. No. 1—2. Würzburg 1895.

K. K. Reichs-Kriegs-Ministerium, Marine-Section, Wien.
492. Relative Schwerebestimmungen durch Pendelbeobachtungen 1892—94. Wien 1895.

Die Anthropologische Gesellschaft in Wien.
493. Mittheilungen. Bd. XXV. Heft 1. Wien 1895. 4to.

Die kais.-kön. Geographische Gesellschaft in Wien.
494. Mittheilungen. 1894. Bd. XXXVII. Wien 1894.

Die kais.-kön. Geologische Reichsanstalt, Wien.

495. Verhandlungen. 1895. No. 4—7. Wien 1895. 4to.
496. Jahrbuch. 1894. Bd. XLIV. H. 2—4. Wien 1894. 4to.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

497. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 4—5. Wien 1895.

Die kön. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag.

498. Jahresbericht. 1894. Prag 1895.
499. Sitzungsberichte. Philos.-hist.-philol. Cl. — Math.-naturw. Cl. 1894. Prag 1895.

Die kais.-kön. Sternwarte zu Prag.

500. Magnetische und meteorologische Beobachtungen. 1894. 55. Jahrg. Prag 1895. 4to.

Česká Akademie Císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění, Praha (Prag).

501. Almanach. Ročník IV—V. V Praze 1894—95.
502. Rozpravy (Mémoires). Třida I (Cl. de Philos. Jurispr. et Hist.). II—III. Třída II (Cl. des Sciences). II—III. Třída III (Cl. de Philologie). II—III. V Praze 1893—94.
503. Věstník (Bulletin). Ročník II. Číslo 1—9. V Praze 1893.
504. Historický Archiv. Číslo 2 & 4—6. V Praze 1894—95.
505. Sbirka Pramenův. Skupina I. Řada 2. Číslo 1. V Praže 1894.
506. Bulletin international. Classe des Sciences. I. Prague 1895.
507. J. U. Jarník. Dvě Verse Starofrancouzské Legendy o Sv. Kateřině Alex. V Praze 1894. 4to.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

508. Bulletin international. Comptes rendus. 1895. No. 4—5. Avril, Mai. Cracovie 1895.

Il Museo civico di Storia naturale di Trieste.

509. Atti. Vol. IX. Trieste 1895.

Magyar Tudományos Akadémia, Budapest.

510. Zweiter internationaler ornithologischer Congress in 1891. Budapest 1895. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

511. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 9—11. Roma 1895. 4to.
512. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Marzo. Roma 1895. 4to.
513. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. IV. Fasc. 3. Roma 1895.

Il R. Comitato Geologico d'Italia, Roma.

514. Bollettino. 1895. No. 1. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

515. Bollettino. 1895. No. 226—228. Firenze 1895.
516. Indici del Bollettino. 1893. Firenze 1893.

La Società Toscana di Scienze naturali, Pisa.

517. Atti. Processi verbali. Vol. IX. P. 193—241.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

518. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Maggio 1895. Pisa 1895.

La R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

519. Atti. Suppl. al vol. VI, p. 1ª. Serie IV. Vol. VII. Fasc. 3. Siena 1895.

520. Processi verbali delle Adunanze. anno accad. 204. No. 3—4. Siena 1895.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino.

521. Atti. Vol. XXX. Disp. 5—11. Torino 1895.

522. Dr. G. B. Rizzo. Osservazioni meteorologiche. 1894. Torino 1895.

Il Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia.

523. Memorie. Vol. XXV. 1—3. Venezia 1894. 4to.

524. Atti. Serie VII. T. V. Disp. 4—9. T. VI. Disp. 1—3. Venezia 1893—95.

Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.

525. Discorso de Entrada por C. de Camps y Olzinellas. Barcelona 1895.

Academia Româna, Bucurescĭ.

526. Analele. Seria II. T. XIV, 1—2, XV, 1—2, XVI, 1. Bucurescĭ 1893—94. 4to. — 5 Discursi. Bucurescĭ 1894—95. 4to.

527. L. Săinénu. Basmele Române. Bucurescĭ 1895.

The Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland.

528. Circulars. Vol. XIV. No. 119. Baltimore 1895. 4to.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

529. Memoirs. Vol. XVI. No. 15. Vol. XXV. No. 12. Vol. XXVII. No. 1. Cambridge 1895.

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

530. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. XLIX. No. 294. New Haven 1895.

The Geographical Club of Philadelphia (Logan Square).

531. Bulletin. Vol. I. No. 5. Philadelphia 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriulture, Washington, D. C.

*532. Monthly Weather Review. Decbr. 1894. Washington 1895. 4to.

Real Colegio de Belen, Habana.

*533. Observaciones magnéticas y meteorológicas. 1890. Habana 1895. Folio.

The Geological Survey of India, Calcutta.

534. Records. Vol. XXVIII. P. 2. Calcutta 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*535. Monthly Weather Review. Decbr. 1894. Calcutta 1895. 4to.

*536. Registers of original observations. Decbr. 1894. Fol.

*537. Meteorolog. Observations recorded at seven stations in India in 1894. Calcutta 1895. (Titel og Indledn. til »Registers«.) Fol.

Teikoku Daigaku, Imperial University of Japan, Tōkyō.

538. Journal of the College of Science. Vol. VII. P. 4. Tōkyō 1895. 4to.

*539. Mitteilungen aus der medicinischen Facultät. Bd. II. No. 2. Bd. III. No. 1. Tokio 1894. 4to.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

540. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe année (IIIe Série). No. 294. Paris 1895.

M. Léon Lallemand, Avocat, associé de l'Académie Royale de Belgique, Paris.

541. L. Lallemand. Les Congrès nationaux d'assistance aux États Unis. Paris 1895. 5 Expl.

Herr Dr. Julius Naue in München.

542. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 3. München 1895.

Mr. Bernard Quaritch, Bookseller, 15 Piccadilly, London, W.

543. A rough List of choice and valuable Books. No. 151. London 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

544. Aarbog for 1892, II. Del. 1894, III. Del. Kjøbenhavn 1895. Fol.

545. Maanedsoversigt. 1895. Maj—Juli. Fol.

546. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Juin—Juillet.

Det Norske Historiske Kildeskriftfond, Kristiania.

*547. S. Bugge. Norges Indskrifter med de ældre Runer. 3. H. Christiania 1895. 4to.

*548. H. J. Huitfeldt-Kaas. Norske Regnskaber og Jordebøger. II. Bd. 2. H. Christiania 1894.

*549. — — Niels Stubs Optegnelsesbøger. 2. H. Christiania 1895.

*550. L. Daae og H. J. Huitfeldt-Kaas. Biskop Nils Glostrups Visitatser. Christiania 1895.

Den Norske Gradmaalingskommission, Kristiania.

551. Astronomische Beobachtungen. Christiania 1895. 4to.

*552. O. E. Schiötz. Resultate der Pendelbeobachtungen. Kristiania 1895.

Bergens Museum, Bergen.

553. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 6—7. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

554. Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar. Bd. V. Häfte 1—4. Stockholm 1893—95. 4to.

*555. Hj. Théel. Sveriges Zool. Hafstation Kristineberg. Stockholm 1895.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm.

556. Hans Hildebrand. Antiqvarisk Tidskrift för Sverige. Del V. H. 4 & D. XIV, 2. Stockholm 1895.

Kongl. Carolinska Universitetet i Lund.

*557. Sveriges offentliga Bibliotek. Stockholm. Upsala. Lund. Göteborg. Accessions-Katalog 9. 1894. Stockholm 1895.

L'Institut Impérial de Médecine expérimentale à St.-Pétersbourg.

558. Archives des Sciences biologiques. T. III. No. 5. St.-Pétersbourg 1895.

L'Université Impériale de Moscou.

*559. Observations à l'observatoire meteorologique Mars—April, Juni—Decbr. 1894, Jan.—Mars 1895 & Meteorologiske Iagttagelser for Aaret 1894. (Moscou 1895.) 4to.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou.

560. Bulletin. Année 1895. 2e Série. T. IX. No. 1. Moscou 1895.

L'Institut Météorologique central de la Société des sciences de Finlande, Helsingfors.

561. Observations 1889—90 & Vol. 12, 1ère livraison. Kuopio & Helsingfors 1894—95. 4to.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

562. Philosophical Transactions. Vol. 185. Part A, 1—2, B, 1—2. London 1895. 4to.

563. List of fellows. 30th November 1894. 4to.

564. Proceedings. Vol. LVIII. No. 347—49. London 1895.

The Royal Astronomical Society, London.

565. Monthly Notices. Vol. LV. No. 8. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

566. The Geographical Journal. Vol. VI. No. 1—2. London 1895.

The Meteorological Office, London.

567. Meteorological charts of the Red Sea. London 1895. Fol.

The Zoological Society of London.

568. Proceedings. 1895. P. 2. London 1895.

The Astronomer Royal, Royal Observatory, Greenwich, London S. E.

569. Astronomical and magnetical and meteorological observations. 1892. London 1894. 4to.

570. Cape General Catalogue of Stars for 1885. London 1894. 4to.

571. Cape Meridian Observations of Stars. 1885—87. London 1894. 4to.

The Yorkshire Geological and Polytechnic Society, Halifax.

572. Proceedings. New Series. Vol. XII. Part 5. Pag. 347—475. Halifax 1895.

Het koninkl. Nederl. Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 'sGravenhage.

*573. Flora Batava. Afl. 309—10. Leiden. 4to.

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

574. Archives Néerlandaises. T. XXIX. Livr. 2. Harlem 1895.

Les Directeurs de la Fondation Teyler à Harlem.

575. Archives du Musée Teyler. Sér. II. Vol. IV. Partie 4. Haarlem 1895. 4to.

Het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut te Utrecht.

576. Jaarboek. 1893. Utrecht 1895. Fol. obl.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

577. Bulletin. 4e Série. T. IX. No. 6. Bruxelles 1895.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire Naturelle, Paris.
578. Bulletin. 1895. No. 4—5. Paris 1895.

La Société Botanique de France, Paris.
579. Bulletin. T. XLII. Séances 3. Paris 1895.

La Société Vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne.
580. Bulletin. 3e Série. Vol. XXXI. No. 117. Lausanne 1895.

Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich, Helmhaus, Zürich.
581. Vierteljahrschrift. Jahrg. XL. Heft 2. Zürich 1895.

Königl. Preussisches Meteorologisches Institut, Berlin, W.
*582. Ergebnisse der Gewitter-Beobachtungen. 1891. Berlin 1895. 4to.
*583. Bericht über die Thätigkeit. 1894. Berlin 1895.

Die Physikalische Gesellschaft zu Berlin.
584. Verhandlungen. Jahrg. 12, 13, 1—4, 14, 1—2. Leipzig (Berlin) 1894—95.

Die Physikalisch-medicinische Societät in Erlangen.
585. Sitzungsberichte. H. 26. Erlangen 1895.

Die Oberhessische Gesellschaft für Natur und Heilkunde, Giessen.
586. XXXer Bericht. Giessen 1895.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.
*587. Nachrichten. 1895. Math.-phys. Kl. Nr. 2. Göttingen 1895.

Die Gesellschaft für Schlesw.-Holst.-Lauenb. Geschichte, Kiel.
588. Zeitschrift. Bd. XXIV. Kiel 1894.

Der Naturwissenschaftliche Verein für Schleswig-Holstein, Kiel.
589. Schriften. Bd. X. H. 2. Kiel 1895.

Die Physikalisch-ökonomische Gesellschaft zu Königsberg.
590. Schriften. Jahrg. XXXV. Königsberg 1895. 4to.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.
591. Berichte. Math.-phys. Classe. 1895. II. Leipzig 1895.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.
592. Catalog. Erste Abtheilung. 10tes Stück. Leipzig 1895. 4to.

K. K. Østerrig-Ungarns General-Konsulat, København.
593. Die Millenniumsfeier des ungarischen Staates. Budapest (1895).

Die kais.-kön. Zoologische-botanische Gesellschaft in Wien.
594. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 6. Wien 1895.

Spolek Chemiků Českých, Praha (Prag).
595. Listy Chemické. Ročník XIX. Číslo 1—10. V Praze 1895.

Česká Akademie Císare Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umení, Praha (Prag).
596. Věstník (Bulletin). Ročník III. Číslo 1—9. R. IV. C. 1—3. V Praze 1894—95.

L'Académie des Sciences de Cracovie.
597. Bulletin international. Comptes rendus. 1895. No. 6—7. Juin—Juillet. Cracovie 1895.

Der naturwissenschaftliche Verein für Steiermark, Graz.

598. Mittheilungen. Jahrg. 1894. Graz 1895.

Der Verein für Natur- und Heilkunde zu Pressburg.

599. Verhandlungen. Neue Folge. Heft. 8. Jahrg. 1892—93. Pressburg 1894.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

600. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 1° Semestre. Fasc. 12. 2° Sem. Fasc. 1—3. Roma 1895. 4to.

601. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Aprile—Giugno. Roma 1895. 4to.

602. Atti. Memorie. Cl. di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie V. Parte 1ª. Vol. I. Roma 1893. 4to.

603. Atti. Rendiconto dell'adunanza solenne. 1895. Roma 1895. 4to.

604. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. IV. Fasc. 4—5. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

605. Bollettino. 1895. No. 229—31. Firenze 1895.

La Società Ital. di Antropologia, Etnologia e Psicologia comp., Firenze.

606. Archivio. Vol. XXV. Fasc. 1. Firenze 1895.

La Società Reale di Napoli.

607. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª. Vol. I. Fasc. 5—6. Napoli 1895.

Die Zoologische Station, Director Prof. A. Dohrn, Neapel.

608. Mittheilungen. Bd. XII. Heft 1. Berlin 1895.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

609. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo I. Giugno, T. II. Luglio 1895. Pisa 1895.

Ἡ Ἐθνικὴ Βιβλιοθήκη τῆς Ἑλλάδος, ἐν Ἀθήναις.

610. *Κατάλογος τῶν χειρογράφων τῆς Βιβλιοθήκης. Ἐν Ἀθήναις* 1892.

The Johns Hopkins University, Baltimore.

611. Circulars. Vol. XIV. No. 119—20. Baltimore 1895. 4to.

The Peabody Institute of the City of Baltimore.

612. 28. annual report. June 1895. Baltimore.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

613. Bulletin. Vol. XXVII. No. 1. Cambridge 1895.

The Connecticut Academy of Arts and Sciences, New Haven.

614. Transactions. Vol. IX. P. 2. New Haven 1895.

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

615. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. L. No. 295—96. New Haven 1895.

The American Geographical Society, New York.

616. Bulletin. Vol XXVII. No. 2. New York 1895.

The New York Microscopical Society, 12 College Place, New York.

617. Journal. Vol. XI. No. 3. New York 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

*618. Monthly Weather Review. Jan. 1895. Washington 1895. 4to.

Instituto Geográfico Argentino, Buenos Aires (Alsina, No. 477).

619. Boletin. T. XV. Cuadernos 9—12. Buenos Aires 1894—95.

La Facultad de Agronomía y Veterinaria, La Plata.

620. Revista. 1895. No. 5—6. La Plata 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*621. Monthly Weather Review. Jan.—March 1894. Calcutta 1895. 4to.

622. Memorandum on the snowfall in the Northern India 1895. Simla 1895. Fol.

Teikoku Daigaku, Imperial University of Japan, Tōkyō.

623. Journal of the College of Science. Vol. VII. P. 5. Tōkyō 1895. 4to.

The Royal Society of Victoria, Melbourne.

624. Proceedings. New Series. Vol. VII. Melbourne 1895.

The Australian Museum, Sydney, New South Wales.

625. Report. 1894. s. l. e. a. Fol.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

626. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année (IIIe Série). No. 297—98. Paris 1895.

Herr Professor Dr. A. v. Kölliker, Würzburg, Selsk. udenl. Medl.

*627. A. v. Kölliker. Zum feineren Baue des Zwischenhirns &c. (Sonder-Abdruck 1895.)

Hr. General Mathiesen, Roskilde.

*628. Les courants de la mer. (Extrait.) Paris 1895.

Herr Dr. Julius Naue in München.

629. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 4. München 1895.

Herr Professor Dr. H. A. Schwarz, Berlin, Selsk. udenl. Medlem.

*630. H. A. Schwarz. Über die analytische Darstellung elleptischer Functionen & Zur Theorie der Minimalflächen. (Sonder-Abdruck.) Berlin 1894.

Hr. Dr. Jón Thorkelsson, Rektor, Selsk. Medl., Reykjavík.

*631. Supplement til islandske Ordbøger. Tredje Saml. 10—11. Hefte. Reykjavik 1895.

Herr Professor Dr. Albr. Weber, Berlin, Selsk. udenl. Medlem.

*632. A. Weber. Vedische Beiträge. (Berlin 1895, Sonderabdruck.)

Bergens Museum, Bergen.

633. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 8. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

634. Öfversigt. 1895. Årg. 52. No. 5. Stockholm 1895.

L'Université Impériale de St.-Pétersbourg.

635. Oversigt over Undervisningen. Semestrene 1895—96. St. Petersborg 1895.

Finska Vetenskaps-Societeten, Helsingfors.

*636. Acta. T. XX. Helsingforsiæ 1895. 4to.

*637. Öfversigt T. XXXVI. 1893—94. Helsingfors 1894.

*638. Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. H. 54—56. Helsingfors 1894—95.

The Royal Society of London W. (Burlington House).

639. Proceedings. Vol. LVIII. No. 350. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

640. The Geographical Journal. Vol. VI. No. 3. London 1895.

The Linnean Society of London.

641. Transactions. Second Series. Zoology. Vol. VI. P. 3. London 1894. 4to.

642. Transactions. Second Series. Botany. Vol. IV. P. 2. Vol. V. P. 1. London 1894—95. 4to.

643. Journal. Zoology. Vol. XXV. No. 158—60. — Botany. Vol. XXX. No. 209—10. London 1894—95.

644. List of the Linnean Society. 1894—95. London 1894.

645. Proceedings. 1893—94. London 1895.

The Royal Microscopical Society (20 Hanover Square), London W.

646. Journal. 1895. P. 4. London 1895.

The Leeds Philosophical and Literary Society, Leeds.

647. The LXXV. report. Leeds 1895.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester.

648. Memoirs and Proceedings. Fourth Series. Vol. IX. No. 3—5. Manchester (1894—95).

The Marine Biological Association of the United Kingdom, Plymouth.

649. Journal. New Ser. Vol. IV. No 1. Plymouth 1895.

De Koninkl. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

650. Verhandelingen. Afd. Letterkunde. Deel I. No. 4. — Afd. Natuurkunde. 1e Sectie. Deel II, No. 7. III, No. 1—4. 2e Sectie. Deel IV, No. 1—6. Amsterdam 1894—95.

651. Verslagen en Mededeelingen. Afd. Letterkunde. 3e Reeks. D. XI. Amsterdam 1895.

652. Verslagen van de Zittingen. Deel III. 1894—95. Amsterdam 1895.

653. Jaarboek voor 1894. Amsterdam s. a.

654. Carmen praemio aureo ornatum in certamine Hoeufftiano, accedunt duo poemata laudata. Amstelodami 1895.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

655. Bulletin. 4e Série. T. IX. No. 7. Bruxelles 1895.

La Société Entomologique de Belgique, Bruxelles.

656. Annales. T. XXXVIII. Bruxelles 1894.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire naturelle, Paris.

657. Nouvelles Archives du Muséum. 3e série. T. VI. Fasc. 2. T. VII. Fasc. 1. Paris 1894—95. 4to.

La Société Géologique de France, Paris.

658. Bulletin. 3e Série. T. XXIII. No. 1—4. Paris 1895.

La Société Linnéenne du Nord de la France, Amiens.

659. Bulletin mensuel. T. XII. No. 259—70. Amiens 1894—95.

La Société des Sciences de Nancy.

660. Bulletin des Séances. 6e année. 1894. No. 1—3. Nancy.

661. Bulletin. Série II. T. XIII. Fasc. 29. Paris 1895.

662. Catalogue de la Bibliothèque. Nancy 1894.

Die königl. Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin.

663. Abhandlungen. 1894. Berlin 1894. 4to.

664. Sitzungsberichte. 1895. XXVI—XXXVIII. Berlin 1895.

Königl. Preussisches Meteorologisches Institut, Berlin W.

* 665. Jahrbuch. Meteorologische Beobachtungen. 1895. H. 1. Berlin 1895. 4to.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*666. Astronomische Mittheilungen von der kgl. Sternwarte. Th. IV. Göttingen 1895. 4to.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

667. Abhandlungen. Philol.-hist. Classe. Bd. XV. No. III. Leipzig 1895.

Die Anthropologische Gesellschaft in Wien.

668. Mittheilungen. Bd. XXV. Heft 2—3. Wien 1895. 4to.

Die k.-k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, Wien.

669. Jahrbücher. Jahrg. 1892. Neue Folge. Bd. XXIX. Wien 1894. 4to.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

670. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 7. Wien 1895.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

671. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Rendiconti. Vol. IV. 2° Semestre. Fasc. 4. Roma 1895. 4to.

672. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. III. (Parte 2a) 1895. Luglio. Roma 1895. 4to.

673. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Vol. IV. Fasc. 6. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

674. Bollettino. 1895. No. 232—233. Firenze 1895.

La Società Reale di Napoli.

675. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3a. Vol. I. Fasc. 7. Napoli 1895.

The Michigan Mining School, Houghton, Mich.

676. Prospectus. Houghton, Mich. 1895.

The Observatory of Yale University, New Haven.

677. Report. 1894—95. (New Haven 1895.)

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

678. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. L. No. 297. New Haven 1895.

The U. S. Geological Survey (Dep. of the Interior), Washington, D. C.

*679. 14. Annual Report by I. W. Powell, Director. P. 1—2. Washington 1893—94. 4to.

*680. Monographs. Vol. XXIII—XXIV. Washington 1894. 4to.

681. Bulletin. No. 118—22. Washington 1894.

Instituto Geológico de México.

*682. Boletin de la comision Geológica. Num. 1. México 1895. 4to.

Secretaria de Fomento colonizacion e industria, México.

683. Catalogue of exhibits, International geogr. Exposition and Congress of London. Translated by W. Thomson. Mexico 1895.

Instituto Geográfico Argentino, Buenos Aires (Esmeralda 285).

684. Boletin. T. XVI. Cuadernos 1—2. Buenos Aires 1895.

The Geological Survey of India, Calcutta.

685. Records. Vol. XXVIII. P. 3. Calcutta 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*686. Indian Meteorological Memoirs. Vol. V. P. 7—9. Vol. VII. P. 1—3. Calcutta & Simla 1894—95. 4to.

*687. Monthly Weather Review. April 1895. Calcutta 1895. 4to.

The New Zealand Institute, Wellington.

688. Transactions and Proceedings. Vol. XXVII. Wellington 1895.

Mr. Frank Campbell (of the Library, British Museum), London.

689. F. Campbell. The Bibliography of the Future. London 1895.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

690. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année. (IIIe Serie). Nr. 299. Paris 1895.

Herr Dr. Otto Kuntze, Leipzig.

691. O. Kuntze. Geogenetische Beiträge. Leipzig 1895.

M. Xavier Raspail, Paris.

*692. X. Raspail. Durée de l'incubation de l'œuf du Coucou &c. Paris 1895. (Extrait.)

Herr Dr. August Tischner, Markt 20, I. Leipzig-Lindenau.

693. La Configuration du système solaire. Leipzig 1895.

Redaktionen af Kosmopolan, Sydney, Australien.

*694. Kosmopolan (Cosmopolitan) a bimensal gazette for furthering the spread of Volapük. Nr. 20. Sydney 1st Jan. 1895.

Søkaart-Archivet, København.

*695. Søkaart-Archivets Antike Kaartsamling. Kjøbenhavn 1895.

Det kongl. Akademi for de skønne Kunster, København.

*696. Aarsberetning 1894—95. København 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

697. Maanedsoversigt. 1895. August. Fol.

698. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Août.

Det Norske Historiske Kildeskriftfond, Kristiania.

*699. G. Storm. Hist.-topogr. Skrifter om Norge osv. Christiania 1895.

*700. P. Groth. Det Arnamagnæanske Haandskrift 310 quarto. Christiania 1895.

Bergens Museum, Bergen.

701. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. No. 9. Bergen 1895.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm.

702. Hans Hildebrand. Antiqvarisk Tidskrift för Sverige. Del V. H. 1—3. Stockholm 1873—78.

Kongl. Vetenskaps Societeten i Upsala.

703. Nova Acta. Ser. III. Vol. XV. Fasc. 2. Upsaliæ 1895. 4to.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou.

704. Bulletin. Année 1895. 2e Série. T. IX. No. 2. Moscou 1895.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

705. Proceedings. Vol. LVIII. No. 351. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

706. The Geographical Journal. Vol. VI. No. 4. London 1895.

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

707. Archives Néerlandaises. T. XXIX. Livr. 3. Harlem 1895.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

708. Mémoires couronnés. Coll. in 8°. T. XIV. Fasc. 3. Bruxelles 1895.

La Société Royale des Sciences de Liège.

709. Mémoires. 2e Série. T. XVIII. Bruxelles 1895.

La Société Botanique de France, Paris.

710. Bulletin. T. XLII. Séances 4—5. Paris 1895.

Die Provinzial-Kommission z. Verwaltung der Westpreuss. Provinzial-Museen, Danzig.

711. Abhandlungen z. Landeskunde der Provinz Westpreussen. Heft IX. Danzig 1895. 4to.

Die königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

*712. Nachrichten. 1895. Philol.-hist. Kl. No. 3. Göttingen 1895.

Naturhistorisches Museum zu Hamburg.

713. Mitteilungen. Jahrg. XII. 1894. Hamburg 1895.

Die Grossherz. badische Technische Hochschule zu Karlsruhe.

714. Programm. $18^{95}/_{96}$. — Festrede. 1894. — Lektionsplan. 1895—96. — 4 Dissertationen. Karlsruhe u. a. St. 1893—95.

Die Universität zu Kiel.

*715. Chronik. 1894—95. Kiel 1895.

*716. Verzeichniss der Vorlesungen. Winter- und Sommerhalbjahr 1894—95.

*717. Festrede. Kiel 1895.

*718. Dissertationen. Kiel u. a. St. 1893—94.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

719. Berichte. Philol.-hist. Classe. 1895. I—II. — Math.-phys. Classe. 1895. III. Leipzig 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

720. Sitzungsberichte. Philos.-philol.-hist. Classe. 1895. Heft. 2. — Math.-phys. Classe. 1895. Heft 2. München 1895.

Die kais.-kön. Geologische Reichsanstalt, Wien.

721. Jahrbuch. 1895. Bd. XLV. H. 1. Wien 1894. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

722. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 2º Semestre. Fasc. 5—6. Roma 1895. 4to.

Il R. Comitato Geologico d'Italia, Roma.

723. Bollettino. 1895. No. 2. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

724. Bollettino. 1895. No. 234. Firenze 1895.

La R. Accademia della Crusca, Firenze.

725. Vocabolario. Vta Impr. Vol. VIII. Fasc. 2. Firenze 1895. 4to.

La Società Ital. di Antropologia, Etnologia e Psicologia comp., Firenze.

726. Archivio. Vol. XXV. Fasc. 2. Firenze 1895.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

727. Memoirs. Vol. XVIII. Cambridge 1895. 4to.

Denison Scientific Association, Denison University, Granville, Ohio.

728. Bulletin of the Scientific Laboratories. Vol. VIII. P. 1—2. Granville 1893—94.

Iowa Geological Survey, des Moines.

729. Vol. III. 2d annual Report 1893. Des Moines 1895.

The Iowa Academy of Sciences, des Moines.

*730. Proceedings. Vol. II. Des Moines 1895. 2 Expl.

The American Museum of Natural History, Central Park, New York.

731. Annual Report of the President &c. for 1894. New York 1895.

The American Philosophical Society, Philadelphia, Penn.

732. Transactions. New Series. Vol. XVIII. Part 2. Philadelphia 1895. 4to.

733. Proceedings. Vol. XXXIV. No. 147. Philadelphia 1895.

The Academy of Natural Sciences of Philadelphia, Penn.

734. Journal. Second Series. Vol. IX. P. 4. Philadelphia 1895. 4to.

735. Proceedings. 1895. Part 1. Philadelphia 1895.

The Wagner Free Institute of Science of Philadelphia, Penn.

736. Transactions. Vol. 3. P. III. Philadelphia 1895. 4to.

The Portland Society of Natural History, Portland, Maine.

737. Proceedings. Vol. II. P. 3. Portland, Maine 1895.

The Geological Society of America, Rochester, N. Y.

738. Bulletin. Vol. VI. Rochester 1895.

The Academy of Science of St. Louis, Mo.

739. Transactions. Vol. VI. No. 18. Vol. VII. No. 1—3. St. Louis 1895.

The Trustees of the Missouri Botanical Garden, St. Louis.

*740. The Missouri Botanical Garden. 6. annual Report. St. Louis, Mo. 1895.

The American Association for the Advancement of Science, Salem, Mass.

741. Proceedings. XLIII. Meeting, held at Brooklyn N. Y. Salem 1895.

The California Academy of Sciences, San Francisco.

742. Memoirs. Vol. II. No. 4. San Francisco 1895. 4to.

*743. Proceedings. Second series. Vol. IV. P. 2. San Francisco 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

*744. Bulletin. No. 11. P. 2. Washington 1895.

*745. Monthly Weather Review. Febr. 1895. Washington 1895. 4to

*746. Annual Summary for 1894. Washington 1895. 4to.

The Smithsonian Institution, Washington, D. C.

747. Bureau of Ethnology: G. Fowke. Archeol. Investigations (2 Expl.). — Fr. Boas. Chinook Texts. Washington 1894.

La Associacion de Ingenieros y Arquitectos, México.

748. Anales. T. IV. Entrega 7—9. México 1895.

Observatorio do Rio de Janeiro.

749. Annuario. 1895. Rio de Janeiro 1894.

Academia nacional de Ciencias en Córdoba (República Argentina).

750. Boletin. T. XIV. Entr. 2. Buenos Aires 1894.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*751. India Weather Review. Annual Summary 1894. Calcutta 1895. 4to.

*752. Monthly Weather Review. May 1895. Calcutta 1895. 4to.

Chr. Mackeprangs Forlag, København.

*753. En Confirmand. Om Skoletvang. — Om Confirmation. — Om Tidens Tal. Kjøbenhavn 1895.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

754. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVe Année (IIIe Série). No. 300. Paris 1895.

MM. Gauthier-Villars & Fils, Imprimeurs-Libraires, Paris (Quai des Grands-Augustins 55).

755. Bulletin des publications nouvelles. Année 1895. Trimestre, 1—2. Paris 1895.

Hr. Professor Dr. phil. E. Holm, Selsk. Medl., København.

756. E. Holm. Frederik II af Preussen og Dronning Juliane Marie. Kjøbenhavn 1895.

Monsieur Charles Janet, Beauvais.

757. Ch. Janet. Études sur les fourmis. 8e — 11e Note. Paris, Beauvais et Limoges 1895. — *Sur la Vespa crabro L. Paris 1895. 4to. — *Observations sur les Frelons. Paris 1895. 4to.

M. le docteur Mourgue, Alais.

758. Mourgue. La doctrine physiologique moderne. Programme & Première Partie. Alais 1892.

Herr Dr. Julius Naue in München.

759. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 5. München 1895.

M. le docteur Ed. Pergens, Bruxelles.

760. Ed. Pergens. Les Bryozoaires du Sénonien. Bruxelles 1895. (Extrait.)

761. — Note sur l'identification et la séparation des espèces dans le groupe des Bryozoaires. Bruxelles 1895. (Extrait.)

Hr. C. V. Prytz, Lærer ved Landbohøjskolen ved København.

*762. Tidsskrift for Skovvæsen. Bd. VII. Juni. 1ste Hæfte. Kjøbenhavn (1895).

Dr. Henry Raymond Rogers, Dunkirk, N. Y. state.

*763. H. R. Rogers. The universal force. Buffalo Courier. July, 21, 1895. 2 Expl. — Dunkirk Evening Observer. July 23, 1895. 2 Expl.

Raja Sir Sourindro Mohun Tagore, Kt., Mus. Dr., Calcutta.

764. Popes Universal Prayer, set to Indian Rága-Málá. Calcutta 1894. 4to.

765. List of Titles, Distinctions and Works (of the author). Calcutta 1895.

Hr. Professor Dr. L. F. A. Wimmer, Selsk. Medlem, København.

*766. L. F. A. Wimmer. Les Monuments runiques de l'Allemagne traduit par Beauvois. Copenhague 1895. (Særtryk.)

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

767. Bulletin météorologique du Nord. Septembre 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

768. Handlingar. Ny Följd. Bd. XXVI. Stockholm 1894—95. 4to.

769. Öfversigt. 1895. Årg. 52. No. 6. Stockholm 1895.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm.

770. Hans Hildebrand. Antiqvarisk Tidskrift för Sverige. Del XVI, H. 1. Stockholm 1895.

The Astronomer Royal, Royal Observatory, Greenwich, London S. E.

*771. Report of the Cape Observatory. 1894. London 1895. 4to.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester.

772. Memoirs and Proceedings. Fourth Series. Vol. IX. No. 6. Manchester (1894—95).

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

773. Chr. Huygens. Oeuvres complètes. T. VI. La Haye 1895. 4to.

De Nederlandsche Botanische Vereeniging, Leiden.

774. Nederlandsch kruidkundig Archief. Tweede Serie. Deel VI. 4 Stuk. Nijmegen 1895.

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire Naturelle, Paris.

775. Bulletin. 1895. No. 6. Paris 1895.

Die Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Jena.

776. Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. XXIX. Heft 3—4. Jena 1895.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig.

777. Berichte. Math.-phys. Classe. 1895. IV. Leipzig 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

778. Abhandlungen. Hist. Cl. Bd. XXI. Abth. 1. München 1895. 4to.

Die k. k. Geologische Reichsanstalt, Wien.

779. Verhandlungen. 1895. Nr. 8—9. Wien 1895. 4to.

Magyar Tudományos Akadémia, Budapest.

780. Almanach. 1894—95. Budapest 1894—95. (Ung.)
781. Rapport sur les travaux de l'Acad. 1893—94. Budapest 1894—95. (Fransk.)
782. Mémoires Philologiques. T. XXIII, 3—4, XXIV, 1—4, XXV, 1—2. Budapest 1893—95. (Ung.)
783. Mémoires publiés par la Sect. philol. T. XVI, 4—5. Budapest 1894. (Ung.)
784. B. Munkácsi. Lexicon Linguæ Votjacicæ. H. 3. Budapest 1893. (Ung.-Tysk.)
785. Mémoires publiés par la Sect. hist. T. XVI, 2—5. Budapest 1893—95. (Ung.)
786. Mémoires publiés par la Sect. polit. T. XI, 7—10. Budapest 1894—95. (Ung.)
787. Monumenta Comitialia Regni Transylvaniae. T. XVI—XVII. Budapest 1893—94. (Ung. & Lat.)
788. K. Thaly. Le mariage de Bercsényi. Budapest 1894. (Ung.)
789. Monumenta Hungariæ Historica. Cl. II, T. XXXIII. Budapest 1894. (Ung.)
790. Bulletin Archéologique. Nouv. Série. T. XIII, 3—5, XIV, 1—5, XV, 1—3. Budapest 1893—95. (Ung.)
791. Mémoires publiés par la Sect. des Sciences Naturelles. T. XXIII, 3—12. Budapest 1894—95. (Ung.)
792. Mémoires publiés par la Sect. math. T. XV, 4—5. Budapest 1894. (Ung.)
793. Bulletin des Sciences nat. & math. T XI, 6—9, XII, 1—12, XIII, 1—2. Budapest 1893—95. (Ung.)
794. Mémoires natur. & math. T. XXV, 4—5, XXVI, 1—2. Budapest 1893—94. (Ung.)
795. Ungarische Revue. 1893, 6—10. 1894, 1—10. 1895, 1—4. Budapest 1893—95. (Tysk.)
796. J. Fröhlich. Math. u. Naturwissenschaftl. Berichte aus Ungarn. T. XI, 1—2, XII, 1. Berlin u. Budapest 1893—95. (Tysk.)
797. J. Acsády. Deux études historiques d'économie politique. Budapest 1894. (Ung.)
798. V. Fraknói. Lettres du roi Mathias. I. Budapest 1893. (Tysk og Lat.)
799. J. Hampel. Monumens du premier moyen-âge. Vol. I. Budapest 1894. (Ung.)
800. S. Simony. Les adverbes de la langue hongroise. T. II. H. 2. Budapest 1895. (Ung.)
801. D. Csánki. Géographie hist. de la Hongrie. T. II. Budapest 1894. (Ung.)
802. L. Ovary. Copies des documents de la comm. hist. Fasc. II. Budapest 1894. (Ung.)
803. J. Király. Le droit de la ville de Pressbourg au moyen-âge. Budapest 1894. (Ung.)

804. Communications Archéologiques. T. XVII. Budapest 1895. 4to. (Ung.)
805. C. Chyzer et L. Kulczynski. Araneae Hungarie. T. I & II, 1. Budapest 1892—94. 4to. (Lat.)
806. G. Téglás. Inscriptions sur les rochers du Bas-Danube. Budapest 1894. 4to. (Ung.)
807. G. A. Meyer. Le cercueil d'argent de St. Simon. Budapest 1894. 4to. (Ung.)

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

808. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Agosto. Roma 1895. 4to.
809. Atti. Memorie della classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Serie 4ª. Vol. VII. Roma 1894. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

810. Bollettino. 1895. No. 235. Firenze 1895.

La Società Entomologica Italiana, Firenze.

811. Bullettino. Anno XXVII. Trim. 1—2. Firenze 1895.

La Società Reale di Napoli.

812. Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 2ª. Vol. VII. Napoli 1895. 4to.

La R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

813. Atti. Serie IV. Vol. VII. Fasc. 4—6. Siena 1895.
814. Processi verbali delle Adunanze. anno accad. 204. No. 5. Siena 1895.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino.

815. Atti. Vol. XXX. Disp. 12—16. Torino 1895.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

816. Bulletin. Vol. XXVII. No. 2 og 3. Cambridge 1895.

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

817. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. L. No. 298. New Haven 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

818. W. F. R. Phillips. Climate and Health. No. 1. Washington 1895. 4to.

The University of Toronto.

*819. Quarterly. Vol. I. No. 1—2. Toronto 1895.

Comisión Geológica Mexicana, México.

820. Expedición científica al Popocatepetl. México 1895.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia.

821. Verhandelingen. Deel XLVIII. Stuk 2. Batavia 1894. 4to.
822. Tijdschrift voor Indische Taal- Land- en Volkenkunde. Deel XXXVIII. Afl. 4. Batavia 1895.
823. Notulen. Deel XXXII. 1894. Afl. 4. Batavia 1895.
824. Nederlandsch-Indisch Plakaatboek. 1602—1811. Deel XIII. Batavia en 'sHage 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*825. Indian Meteorological Memoirs. Vol. VII. P. 4. Simla 1895. 4to

S. A. S. le Prince Albert I de Monaco, Secrétariat, 25 Faubourg St. Honoré, Paris.

826. Résultats des Campagnes scientifiques, accomplies sur son Yacht. Fasc. 8 & 9. Monaco 1895. 4to.

Cav. Sigismondo Brogi, Siena.

*827. Revista Italiana di Scienze naturali. Anno XV. No. 5. 1 & 15 maggio. Siena 1895.

Mr. le professeur Fr. Bulić, Spalato.

828. Bullettino di Archeologia e Storia Dalmata. Anno XVIII. No. 1—9. Spalato 1895.

M. l'Abbé Ch. Denis, Paris.

829. Annales de Philosophie Chrétienne, Revue mensuelle. Nouvelle Série. T. XXXII. Nr. 3—6. T. XXXIII. Nr. 1. Paris 1895.

Professor C. L. Herrick and C. J. Herrick, Granville, Ohio.

830. The Journal of Comparative Neurology. Vol. V. P. 71—138. Granville, Ohio 1895.

M. Léon Lallemand, Avocat, Correspondant de l'Institut, Paris (33 rue Bonaparte).

831. L. Lallemand. De l'organisation de la bienfaisance publique et privée an XVIIIe siècle. Chalons sur Marne 1895. (5 Expl.)

Hr. Professor Dr. G. Mittag-Leffler, Stockholm, Selsk. udenl. Medl.

832. G. Mittag-Leffler. Acta Mathematica. **19** : 3-4. Stockholm 1895. 4to.

Il Signor Dottore Fr. Sacco, professore di Paleontologia, Torino.

833. F. Sacco. Essai sur l'orogénie de la terre. (Museo geol. di Torino.) Turin 1895.

Universitets-Kvæsturen i København.

*834. Regnskabsberetninger. 1894—95. Kjøbenhavn 1895. 4to.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

835. Maanedsoversigt. 1895. Septbr. Fol.

L'Institut Impérial de Médecine expérimentale à St.-Pétersbourg.

836. Archives des Sciences biologiques. T. IV. No. 1. St.-Pétersbourg 1895.

The Royal Astronomical Society, London.

837. Monthly Notices. Vol. LV. No. 9. Suppl. Nr. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

838. The Geographical Journal. Vol. VI. No. 5. London 1895.

The Royal Microscopical Society (20 Hanover Square), London W.

839. Journal. 1895. P. 5. London 1895.

The Liverpool Biological Society, Liverpool.

*840. Proceedings and Transactions. Session 1894—95. Vol. IX. Liverpool 1895.

Het Koninkl. Nederl. Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 'sGravenhage.

*841. Nederlandsch kruidkundig Archief. Tweede Serie. D. VI. 4e Stuk. Nijmegen 1895.

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

*842. Dr. J. A. C. Oudemans. Die Triangulation von Java. Vierte Abth. Haag 1895. 4to.

L'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, Bruxelles.

843. Annuaire. 1894—95. Bruxelles 1894—95.
844. Mémoires couronnés. T. LIII. Bruxelles 1893—94. 4to.
845. Mémoires. T. L. Fasc. 2. LI—LII. Bruxelles 1893—94. 4to.
846. Mémoires couronnés. Coll. in 8°. T. XLVII & L—LII. Bruxelles 1892—95.
847. Bulletins. 3e Série. T. XXVI—XXIX. Bruxelles 1893—95.
848. Biographie nationale. T. XII. Fasc. 2. T. XIII. Fasc. 1—2. Bruxelles 1892—95.
849. Collection de Documents inédits. Correspondance du Cardinal de Granvelle. T. X—XI. Bruxelles 1893—94. 4to.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles.

850. Bulletin. 4e série. T. IX. No. 8. Bruxelles 1895.
851. Programme des concours. Bruxelles 1895.

Königl. Preussisches Meteorologisches Institut, Berlin W.

*852. Ergebnisse der Niederschlags-Beobachtungen. 1893. Berlin 1895. 4to.

Die königliche öffentliche Bibliothek zu Hannover.

853. Dr. E. Bodemann. Die Leibnitz-Handschriften. Hannover u. Leipzig 1895.

L'Académie des Sciences de Cracovie.

854. Bibliotheca auctorum Polonorum. T. 30. Kraków 1895.
855. Rozpravy (Mémoires) wydz. histor.-filozof. Serya II. T. VI. W Krakowie 1895.
856. Sprawozdanie Komisyi Fizyograficznej. T. XXIX. W Krakowie 1894.
857. Rozpravy (Mémoires) wydz. mat.-przyr. Serya II. T. VII. W Krakowie 1895.
858. Antropologie (Contributions à l'anthropologie). T. XVIII. Kraków 1895.
859. Collectanea ex archivo Coll. historici. T. VIII. Kraków 1895.
860. M. Raciborski. Flora Kopalna. T. I. W Krakowie 1894. 4to.
861. L. Finkel. Bibliografia Historyi Polskiej. T. II, H. I. W Krakowie 1895.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

862. Atti. Anno CCXCII. Serie 5a. Rendiconti. Vol. IV. 2° Semestre. Fasc. 7. Roma 1895. 4to.
863. Rendiconti della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5a. Vol. IV. Fasc. 7—8. Roma 1895.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

864. Bollettino. 1895. No. 236. Firenze 1895.

La Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti, in Modena.

865. Memorie. Serie II. Vol. X. In Modena 1894. 4to.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa.

866. Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica. Serie IV. Tomo II. Agosto, Settembre 1895. Pisa 1895.

El Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando.

867. Almanaque Náutico para 1897. Madrid 1895. 4to.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

868. Bulletin. XXVII. No. 4. Cambridge 1895.

The American Geographical Society, New York.

869. Bulletin. Vol. XXVII. No. 3. New York 1895.

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

*870. Monthly Weather Review. March 1895. Washington 1895. 4to.

Geological Survey of Canada, Ottawa, Ont.

*871. Palæozoic Fossils. Vol. III. P. 2. Ottawa 1895.

La Sociedad científica „Antonio Alzate", México.

872. Memorias y Revista. T. VIII. Nos. 3—4. México 1894.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia.

873. Notulen. Deel XXXIII. 1895. Afl. 1. Batavia 1895.

The Linnean Society of New South Wales, Sydney.

874. Proceedings. Second Series. Vol. X. P. 1. Sydney 1895.

M. le Directeur Adrien Dollfus, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

875. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVIe année (IIIe Série). No. 301. Paris 1895.

Herr Director em. Dr. H. Fritsche, St. Petersburg.

*876. H. Fritsche. Ueber den Zusammenhang zwischen der erdmagnetischen Horizontalintensitet und der Inclination. St. Petersburg 1895.

Hr. General H. Mathiesen, Roskilde.

*877. H. Mathiesen. Les vents et les courants de la mer. (Extrait.) Paris 1895.

Bergens Museum, Bergen.

878. J. Brunchorst. Naturen. 19de aarg. Nr. 10. Bergen 1895.

Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, Stockholm.

879. Öfversigt. 1895. Årg. 52. No. 7. Stockholm 1895.

L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

880. Bulletin. Ve Série. Tome II. No. 5. St.-Pétersbourg 1895. 4to.

Le Comité Géologique (à l'Institut des Mines), St.-Pétersbourg.

881. Mémoires. Vol. VIII, No. 2—3. IX, No. 3—4. X, No. 3. XIV, No. 1 & 3. St.-Pétersbourg 1894—95. 4to.

882. Bulletin. Vol. XII. No. 8—9. Vol. XIII. No. 1—9 avec Suppl. Vol. XIV. No. 1—5. St.-Pétersbourg 1893—95.

Das Meteorologische Observatorium der kais. Universität, Jurjew (Dorpat).

*883. Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen. 1894. (Dorpat) 1895. 4to.

*884. Gewitterbeobachtungen, 1894. Jurjew (Dorpat) 1895.

The Geological Society of London, W. (Burlington House).

885. Quarterly Journal. Vol. LI. P. 3—4. No. 203—204. London 1895.

886. List of the society. November 1st 1895.

The Meteorological Office, London.

*887. Weekly Weather Report. Vol. XII. No. 20—45. Appendix I. Vol. XII, p. 1—6. Summary 1895. March—August. London 1895. 4to.

La Société Batave de Philosophie expérimentale, Rotterdam.

*888. Programme 1895.

Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Charlottenburg (Berlin).

889. Wissenschaftliche Abhandlungen. Band II. Berlin 1895. 4to.

Die Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur, Breslau.

*890. 72. Jahresbericht. Nebst einen Ergänzungsheft. Breslau 1895.

Die Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Jena.

891. Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. XXX. Heft 1. Jena 1895.

Die Astronomische Gesellschaft in Leipzig.

892. Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXX. Heft. 3. Leipzig 1895.

Die k. k. österr. Gradmessungs-Commission (Technikersstrasse 13), Wien.

893. Astronomische Arbeiten. Bestimmung der Polhöhe. Wien 1895. 4to.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

894. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 2° Semestre. Fasc. 8. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

895. Bollettino. 1895. No. 237. Firenze 1895.

Il Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano.

896. Memorie. Cl. di Lettere e Scienze morali e politiche. Vol. XIX. Fasc. 2. Vol. XX. Fasc. 1. Milano 1893—95. 4to.

897. Memorie. Cl. di Scienze matematiche e naturali. Vol. XVII. Fasc. 3—4. Milano 1894. 4to.

898. Rendiconti. Serie II. Vol. XXVI—XXVII. Milano 1893—94.

899. Indice generale dalla fondazione al 1888. Milano 1891.

The Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.

900. Bulletin. XXVII. No. 5. Cambridge 1895.

University of Nebraska, Agricultural Experiment Station, Lincoln.

901. Bulletin. Vol. VIII. No. 43. Lincoln 1895.

Professor Edward S. Dana, New Haven, Conn.

902. The American Journal of Science (Establ. by B. Silliman). 3. Series. Vol. L. No. 299. New Haven 1895.

The Technical Society of the Pacific Coast, San Francisco, Cal.

903. Transactions (& Proceedings). Jan.—July 1895. (San Francisco 1895.)

The U. S. Weather Bureau, Departm. of Agriculture, Washington, D. C.

*904. Monthly Weather Review. April 1895. Washington 1895. 4to.

Geological Survey of Canada, Ottawa, Ont.

*905. Maps. 364—72. 379—90. 550—51 & sheet No. 11. Ottawa 1895.

Instituto Geográfico Argentino, Buenos Aires (Alsina, No. 477).

906. Boletin. T. XVI. Cuadernos 3—4. Buenos Aires 1895.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia.

907. Verhandelingen. Deel L. Stuk 1. Batavia 1895. 4to.

908. Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXXVIII. Afl. 5. Batavia 1895.

909. Notulen. Deel XXXIII. 1895. Afl. 2. Batavia 1895.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta.

*910. Indian Meteorological Memoirs. Vol. V. P. 10. Calcutta 1895. 4to.

*911. Monthly Weather Review. June 1895. Calcutta 1895. 4to.

*912. Rainfall of India. 3d Year. 1894. Calcutta 1895. Fol.

M. l'Abbé Ch. Denis, Paris.

913. Annales de Philosophie Chrétienne, Revue mensuelle. Nouvelle Série. T. XXXIII. No. 2. Paris 1895.

Herr Hugo Schuchardt, Graz.

914. H. Schuchardt. Sind unsere Personennamen übersetzbar? Graz 1895.

Hr. Oberstløjtnant A. Staggemeier, København.

*915. A. Staggemeier. Geographical Positions. Pl. VI. Pl. XVIII—XXV. Copenhagen 1895. fol.

Redaktionen af Kosmopolan, Sydney, Australien.

*916. Kosmopolan (Cosmopolitan) a bimensal gazette for furthering the spread of Volapük. Nr. 24. Sydney 1st Sept. 1895.

Det Danske Meteorologiske Institut, København.

917. Maanedsoversigt. 1895. Oktbr. Fol.

918. Bulletin météorologique du Nord. 1895. Octobre.

Les Musées Public et Roumiantzow à Moscou.

919. Description systématique des collections du Musée Daschkow. Livr. 4. Moscou 1895.

The Royal Society of London, W. (Burlington House).

920. Proceedings. Vol. LVIII. No. 352. London 1895.

The Royal Geographical Society, London.

921. The Geographical Journal. Vol. VI. No. 6. London 1895.

The Cambridge Philosophical Society, Cambridge.

922. Proceedings. Vol. VIII. Part 5. Cambridge 1895.

Institut International de Bibliographie, Bruxelles.

923. Bulletin. 1re année. No. 1. Bruxelles 1895.

Die kön. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München.

924. Sitzungsberichte. Philos.-philol.-hist. Classe. 1895. Heft. 3. München 1895.

Die Gesellschaft für Morphologie u. Physiologie in München.

925. Sitzungsberichte. T. XI. Jahrg. 1895. H. 1. München 1895.

Die kais.-kön. Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

926. Verhandlungen. 1895. Bd. XLV. H. 8. Wien 1895.

La Reale Accademia dei Lincei, Roma.

927. Atti. Anno CCXCII. Serie 5ª. Rendiconti. Vol. IV. 2° Semestre. Fasc. 9. Roma 1895. 4to.

928. Atti. Memorie della classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie 5ª. Vol. III. (Parte 2ª) 1895. Settembre. Roma 1895. 4to.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.

929. Bollettino. 1895. No. 238. Firenze 1895.

Il Museo Civico di Storia Naturali di Genova.

930. Annali. Vol. XXXIV—XXXV. (Serie 2ª, XIV—XV.) Genova 1894—95.

La Società Reale di Napoli.

931. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª. Vol. I. Fasc. 8—10. Napoli 1895.

L'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti degli Zelanti, Acireale (Sicilia).

932. Atti e Rendiconti. Nuova Serie. Vol. VI. Acireale 1895.

The Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland.

933. Circulars. Vol. XV. No. 121. Baltimore 1895. 4to.

University of Nebraska, Agricultural Experiment Station, Lincoln.

934. Press-Bulletin. No. 6. Lincoln 1895.

The New York Microscopical Society, 12 College Place, New York.

935. Journal. Vol. XI. No. 4. New York 1895.

The U. S. Dep. of Agriculture (Division of ornithology and mammalogy), Washington, D. C.

*936. Bulletin. No. 6. Washington 1895.

The U. S. Weather Bureau (Dep. of Agriculture), Washington, D. C.

* 937. Monthly Weather Review. May 1895. Washington 1895. 4to.

938. W. F. R. Phillips. Climate and Health. No. 2. Washington 1895. 4to.

De Kon. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indie, Batavia.

939. Natuurkundig Tijdschrift. Deel LIV. Afl. 1—4. Batavia 1894—95.

940. Boekwerken ter Tafel gebracht. 1893. Batavia 1894.

M. le professeur Fr. Bulič, Spalato.

941. Bullettino di Archeologia e Storia Dalmata. Anno XVIII. No. 10. Spalato 1895.

M. le Directeur Adrien Dollfuss, 35, rue Pierre-Charron, Paris.

942. Feuille des jeunes Naturalistes. Revue mensuelle. XXVIe année (IIIe Série). No. 302. Paris 1895.

Herr Dr. Julius Naue in München.

943. Prähistorische Blätter. VII. Jahrg. No. 6. München 1895.

S. 29, Nr. 529 skal Memoirs rettes til Bulletin.

II.

Oversigt

over

de lærde Selskaber, videnskabelige Anstalter og offentlige Bestyrelser, fra hvilke det K. D. Videnskabernes Selskab i Aaret 1895 har modtaget Skrifter,

samt

alfabetisk Fortegnelse over de Personer, der i samme Tidsrum have indsendt Skrifter til Selskabet, alt med Henvisning til foranstaaende Boglistes Numre.

(De i foranstaaende Bogliste med * mærkede Nr. ere ikke afgivne til Universitets-Bibliotheket.)

Danmark.

Universitets-Kvæsturen i København. Nr. 834.

Kommissionen for Ledelsen af de geologiske og geografiske Undersøgelser i Grønland, København. Nr. —

Det kongl. Akademi for de skønne Kunster i København. Nr. 696.

Generalstabens topografiske Afdeling, København. Nr. 138.

Søkaart-Archivet, København. Nr. 695.

Det Danske Meteorologiske Institut, København. Nr. 1—2, 67—68, 109, 174—176, 224, 280, 353—354, 403, 459—460, 544—546, 697—698, 767, 835, 917—918.

Dir. f. den grevel. Hjelmstjerne-Rosencroneske Stiftelse, København. Nr. 461.

Det philologisk-historiske Samfund, København. Nr. —

Aarhus Kathedralskole. Nr. 462.

Islenzkt Fornleifafélag, Reykavík. Nr. —

Norge.

Departementet for det Indre, Kristiania. Nr. 355.

Det Kgl. Norske Frederiks Universitet, Kristiania. Nr. —

Det Kgl. Norske Universitets-Observatorium, Kristiania. Nr. —
Norges Universitets-Bibliothek, Kristiania. Nr. —
Det Norske Historiske Kildeskriftfond, Kristiania. Nr. 547—550, 699—700.
Den Norske Nordhavs-Expeditions Udgiver-Komité, Kristiania. Nr. —
Den Norske Gradmaalingskommission, Kristiania. Nr. 551—552.
Norges Geografiske Opmaaling, Kristiania. Nr. 139—141.
Videnskabs-Selskabet i Kristiania. Nr. 3.
Det Norske Meteorologiske Institut, Kristiania. Nr. —
Redaktionen af Archiv for Math. og Naturvidensk., Kristiania. Nr. —
Redaktionen af Nyt Mag. f. Naturv., Kristiania. Nr. 142.
Bergens Museum. Nr. 40, 69—70, 225, 294, 356, 463, 553, 633, 701, 878.
Stavanger Museum. Nr. 71.
Det kgl. Norske Videnskabers Selskab, Throndhjem. Nr. 72.
Tromsø Museum. Nr. —

Sverig.

Kgl. Svenska Vetenskaps-Akademien i Stockholm. Nr. 4, 73, 143, 226, 357, 404, 464, 554—555, 634, 768—769, 879.
Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien, Stockholm. Nr. 144, 465, 556, 702, 770.
Sveriges Geologiska Undersökning, Stockholm. Nr. —
Kgl. Vetenskaps och Vitterhets Samhälle, Göteborg. Nr. —
Kongl. Carolinska Universitetet i Lund. Nr. 177, 557.
Kongl. Universitets Bibliotheket i Upsala. Nr. 466.
Kgl. Universitetets Meteor. Observatorium i Upsala. Nr. 227.
Kongl. Vetenskaps-Societeten i Upsala. Nr. 703.

Rusland og Finland.

L'Université Impériale de St.-Pétersbourg. Nr. 41, 635.
L'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg. Nr. 5—6, 42, 74, 110, 178, 295—296, 405, 467, 880.
L'Observatoire Physique Central de Russie à St.-Pétersbourg. Nr. 75, 297.
L'Observatoire Central Nicolas, St.-Pétersbourg. Nr. —
La Commission Archéologique à St.-Pétersbourg. Nr. —
La Direction du jardin Impérial de Botanique, St.-Pétersbourg. Nr. 468.
Le Comité Géologique, St.-Pétersbourg. Nr. 881—882.
La Société Impériale Russe de Géographie, St.-Pétersbourg. Nr. —
L'Institut Imp. de Médecine expér. à St.-Pétersbourg. Nr. 43, 179, 358, 558, 836.
Dilekel bevünik Volapüka, S. Peterburg. Nr. 406.

L'Université Imp. de Moscou. Nr. 559.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Nr. 111, 298, 560, 704.

La Société Imp. des Amis d'Histoire naturelle, d'Anthropologie et d'Ethnographie à Moscou. Nr. —

Les Musées Public et Roumiantzow à Moscou. Nr. 919.

La Société des Naturalistes de Kiew. Nr. —

Der Verein zur Kunde Ösels, Arensburg. Nr. —

Das Meteorologische Observatorium der kais. Univ., Dorpat. Nr. 145, 883—884.

L'Administration des Mines du Caucase et du Transcaucase, Tiflis. Nr. —

Das Tifliser Physikalische Observatorium, Tiflis. Nr. —

Geologiska Kommissionen, Helsingfors. Nr. 7.

Finska Vetenskaps-Societeten, Helsingfors. Nr. 636—638.

L'Institut Météorologique de la Société des Sciences, Helsingfors. Nr. 561.

Societas pro Fauna et Flora fennica, Helsingfors. Nr. —

La Société Finno-Ougrienne, Helsingfors. Nr. 8—9.

Sällskapet för Finlands Geografi, Helsingfors. Nr. 10.

Storbritanien og Irland.

The Royal Government of Great Britain. Nr. 359.

The British Association for the Advancement of Science, London. Nr. 281.

The British Museum, London. Nr. 299.

The Royal Society of London. Nr. 11, 76, 146, 300, 360, 469—470, 562—564, 639, 705, 920.

The Royal Astronomical Society, London. Nr. 12, 44, 147, 228, 301, 471, 565, 837.

The Royal Geographical Society, London. Nr. 45, 112, 180, 282, 361, 472, 566, 640, 706, 838, 921.

The Geological Society of London. Nr. 113, 362—363, 885—886.

The Linnean Society, London. Nr. 641—645.

The Meteorological Office, London. Nr. 77, 114, 283, 407, 567, 887.

The Royal Microscopical Society, London. Nr. 13, 181, 364, 646, 839.

The Zoological Society of London. Nr. 302—303, 473, 568.

The Astronomer Royal, Royal Observatory, Greenwich, London. Nr. 569—571, 771.

The Birmingham Natural history and Philosophical Society, Birmingham. Nr. 474.

The Cambridge Philosophical Society, Cambridge. Nr. 14, 304, 922.

The Yorkshire Geological and Polytechnic Society, Halifax. Nr. 15, 148, 572.

The Leeds Philosophical and Literary Society, Leeds. Nr. 647.

The Literary and Philosophical Society af Liverpool. Nr. —

The Liverpool Biological Society, Liverpool. Nr. 840.

The Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester Nr. 16, 46, 229, 648, 772.

The Radcliffe Trustees, Oxford. Nr. —

The Marine Biological Assoc. of the United Kingdom, Plymouth. Nr. 182, 475, 649.

The Royal Society of Edinburgh. Nr. —

The Edinburgh Geological Society, Edinburgh. Nr. —

The Royal Physical Society, Edinburgh. Nr. —

The Royal College Physicians, Edinburgh. Nr. —

The Scottish Meteorological Society, Edinburgh. Nr. —

The Scottish Microscopical Society, Edinburgh. Nr. 17.

The Royal Observatory, Edinburgh. Nr. —

The Provost and Senior Fellows of Trinity College, Dublin. Nr. —

The Royal Irish Academy, Dublin. Nr. 47, 149.

The Royal Dublin Society. Nr. —

The Royal Geological Society of Ireland, Dublin. Nr. —

Nederlandene.

Het Koninklijk Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 'sGravenhage. Nr. 48, 573, 841.

Het koninkl Ministerie van Kolonien, s'Gravenhage. Nr. 34.

De Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Nr. 650—654.

Het Kon. Zoologisch Genootschap, Natura artis magistra, te Amsterdam. Nr. —

La Société mathematique, Amsterdam. Nr. —

L'École Polytechnique de Delft. Nr. —

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem. Nr. 18, 230, 305, 574, 707, 773, 842.

La Fondation Teyler à Harlem. Nr. 306—307, 575.

De Sterrenwacht te Leiden. Nr. —

De Nederlandsche Botanische Vereeniging, Leiden. Nr. 774.

La Société Batave de Philosophie expérimentale, Rotterdam. Nr. 888.

Het Physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool, Utrecht. Nr. —

Het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut te Utrecht. Nr. 576.

Het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht. Nr. 308—309.

Belgien.

L'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, Bruxelles. Nr. 843—849.

L'Académie Royale de Médecine de Belgique, Bruxelles. Nr. 19, 78, 183, 284—285, 365, 476, 577, 655, 708, 850—851.

Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique, Bruxelles. Nr. —

L'Observatoire Royal de Bruxelles. Nr. —

Institut International de Bibliographie, Bruxelles. Nr. 923.

La Société Entomologique de Belgique à Bruxelles. Nr. 656.

La Société Royale des Sciences de Liège. Nr. 709.

Frankrig.

Le Ministère de l'Agriculture et du Commerce, Paris. Nr. —

Le Ministère du Commerce et de l'Industrie, Paris. Nr. —

Le Ministère de l'Instruction publique, Paris. Nr. —

Les Ministères de la Marine et de l'Instruction publique, Paris. Nr. —

Le Ministère de la Guerre, Paris. Nr. —

L'Académie française de l'Institut de France, Paris. Nr. —

L'Académie des Sciences de l'Institut de France, Paris. Nr. —

L'Académie des Inscriptions et des Belles Lettres de l'Institut de France, Paris. Nr. —

L'Académie des Sciences Morales et Politiques de l'Institut de France, Paris. Nr. —

L'Observatoire de Montsouris, Paris. Nr. —

Les Professeurs-Administrateurs du Muséum d'Histoire Naturelle, Paris. Nr. 231, 310, 408—410, 578, 657, 775.

La Société Botanique de France, Paris. Nr. 49, 184, 232, 366, 477, 579, 710.

La Société Géologique de France, Paris. Nr. 20, 233, 411, 658.

L'École Polytechnique, Paris. Nr. 412.

La Société Zoologique de France, Paris. Nr. 21, 413—414.

La Société Linnéenne du Nord de la France, Amiens. Nr. 659.

La Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Nr. 415—416.

La Société Linnéenne de Bordeaux. Nr. 417.

L'Académie nationale des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Caen. Nr. 418.

La Société nationale des Sciences naturelles &c. de Cherbourg. Nr. 419.

La Société Nationale Académique de Cherbourg. Nr. —

L'Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon. Nr. 420.

L'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon. Nr. 421—422.

La Société d'Agriculture de Lyon. Nr. 423.

La Société Linnéenne de Lyon. Nr. 424.

La Faculté des Sciences, Marseille. Nr. 425—427.

L'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. Nr. 428—429.

La Société des Sciences de Nancy. Nr. 430, 660—662.

La Société des Sciences naturelles, Nantes. Nr. —

L'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Rouen. Nr. 431.

La Société d'Histoire naturelle de Toulouse. Nr. —

La Société Française de Botanique, Toulouse. Nr. 432.

Schweiz.

La Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. Nr. 478.

La Société Vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne. Nr. 150, 433, 580.

Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich. Nr. 79—80, 311, 581.

Tyskland.

Die Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Nr. 151, 185, 479, 582—583, 663—664.

Das königl. Preuss. Meteorologische Institut, Berlin. Nr. 434, 665, 852.

Die Physikalische Gesellschaft zu Berlin. Nr. 584.

Centralbureau der Intern. Erdmessung, Potsdam. Nr. 435.

Die Physik.-techn. Reichsanstalt, Charlottenburg. Nr. 889.

Das königl. Christianeum, Altona. Nr. 367.

Der Verein für Naturwissenschaft zu Braunschweig. Nr. —

Der Naturwissenschaftliche Verein zu Bremen. Nr. 480.

Die Historische Gesellschaft des Künstlervereins, Bremen. Nr. —

Die Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur, Breslau. Nr. 890.

Die Naturforschende Gesellschaft in Danzig. Nr. —

Die Provinzial-Kommission der Westpreuss. Museen, Danzig. Nr. 711.

Der naturwissenschaftliche Verein in Elberfeld. Nr. —

Die Physikalisch-Medicinische Societät zu Erlangen. Nr. 585.

Der naturwissenschaftliche Verein des Regierungsbezirks Frankfurt a. O. Nr. —

Die Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, Giessen. Nr. 586.

Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Nr. 22, 81, 234, 312, 481, 587, 666, 712.

Der Naturwissenschaftliche Verein von Neu-Vorpommern und Rügen, Greifswald. Nr. 286.

Die kaiserlich Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher, Halle a/S. Nr. —

Die Naturforschende Gesellschaft zu Halle a/S. Nr. 368, 482—484.

Der Naturwissenschaftliche Verein für Sachsen und Thüringen in Halle a/S. Nr. 82, 485.

Naturhistorisches Museum zu Hamburg. Nr. 713.

Der Verein für Naturwissenschaftliche Unterhaltung zu Hamburg. Nr. —

Die Mathematische Gesellschaft in Hamburg. Nr. 186.

Die kön. öffentl. Bibliothek zu Hannover. Nr. 853.

Die Medizinisch-Naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Jena. Nr. 152—153, 776, 891.

Die Grossh. bad. Techn. Hochschule zu Karlsruhe. Nr. 714.

Der Verein für Naturkunde, Kassel. Nr. —

Die Universität zu Kiel. Nr. 715—718.

Die königl. Sternwarte bei Kiel. Nr. —

Der Naturwissenschaftliche Verein für Schleswig-Holstein, Kiel. Nr. 589.

Die Gesellschaft für Schleswig-Holstein-Lauenburgische Geschichte, Kiel. Nr. 588.

Schleswig-Holsteinisches Museum für vaterländischer Alterthümer, Kiel. Nr. —

Die Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel. Nr. 83—84, 369.

Die Physikalisch-oekonomische Gesellschaft zu Königsberg. Nr. 590.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig. Nr. 50, 154, 235, 313—314, 370—371, 486—487, 591, 667, 719, 777.

Die Astronomische Gesellschaft, Leipzig. Nr. 51, 155, 187, 488, 592, 892.

Die Fürstlich Jablonowski'sche Gesellschaft, Leipzig. Nr. —

Der Verein für Geschichte des Bodensee's und seine Umgeb., Lindau. Nr. —

Die Geographische Gesellschaft und das Naturhistorische Museum in Lübeck Nr. —

Die königl. Bayerische Akademie der Wissenschaften zu München. Nr. 188, 315—316, 372, 489, 720, 778, 924.

Die königl. Sternwarte bei München. Nr. —

Die Gesellschaft für Morphologie und Physiologie, München. Nr. 373, 925.

Germanisches National-Museum in Nürnberg. Nr. 189—191.

Der Offenbacher Verein für Naturkunde, Offenbach. Nr. —

Der Naturwissenschaftliche Verein zu Osnabrück. Nr. —

Towarzystwo przyjaciól nauk w Poznaniu. Nr. —

Das kön. Staatsarchiv, Stuttgart. Nr. 52.

Das kön. Statistische Landesamt, Stuttgart. Nr. —

Der Nassauische Verein für Naturkunde, Wiesbaden. Nr. —

Die Physikalisch-Medicinische Gesellschaft in Würzburg. Nr. 23—24, 317—318, 490—491.

Østerrig og Ungarn.

Das K. K. Reichs-Kriegsministerium, Wien. Nr. 492.

K. K. Østerrig-Ungarns General-Konsulat, København. Nr. 593.

Die kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 192—196.

Die Anthropologische Gesellschaft in Wien. Nr. 374, 493, 668.

Die kais.-kön. Geographische Gesellschaft in Wien. Nr. 494.

Die kais.-königl. Geologische Reichsanstalt in Wien. Nr. 53, 197, 287, 495—496, 721, 779.

Das kais.-kön. Gradmessungs-Bureau, Wien. Nr. 156.

Die k. k. öst. Gradmessungs-Commission, Wien. Nr. 893.

Die kais.-kön. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus in Wien. Nr. 669.

Das kais.-kön. Naturhistorische Hofmuseum in Wien. Nr. 85.

Die kais.-kön. Zoologisch-Botanische Gesellschaft in Wien. Nr. 86, 157, 236, 319, 497, 594, 670, 926.

Die kön. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag. Nr. 498—499.

Die kais.-kön. Sternwarte zu Prag. Nr. 500.

Ceská Akademie Císare Frantiska Josefa, Prag. Nr. 501—507, 596.

Spolek Chemiků Českých, Prag. Nr. 158, 595.

L'Académie des Sciences de Cracovie. Nr. 54, 87, 159, 198—208, 237—238, 320, 508, 597, 854—861.

Der Naturwissenschaftliche Verein für Steiermark, Graz. Nr. 598.

La Società Adriatica di Scienze Naturali in Trieste. Nr. —

Il Museo civico di Storia naturale, Trieste. Nr. 509.

Magyar Tudományos Akadémia, Budapest. Nr. 510, 780—807.

Hrvatsko Arkeologičko Družtvo, Zagreb (Agram). Nr. —

La Société d'Histoire naturelle Croate (Hrvatsko Naravoslovno Družtvo) à Zagreb (Agram). Nr. —

Der Verein für Natur- und Heilkunde zu Pressburg. Nr. 599.

Italien.

Il Ministero della istruzione pubblica, Roma. Nr. —

Il Ministero di Agricoltura &c., Roma. Nr. 115.

Biblioteca Vaticana, Roma. Nr. —

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele di Roma. Nr. —

La Reale Accademia dei Lincei, Roma. Nr. 25, 55, 88—90, 116, 160—162, 209—210, 239, 288, 321—322, 375—376, 436—437, 511—513, 600—604, 671—673, 722, 808—809, 862—863, 894, 927—928.

La Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Roma. Nr. —

La Società Geografica Italiana, Roma. Nr. —

Il Real Comitato Geologico d'Italia, Roma. Nr. 211, 514, 723.

L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Nr. 91.

Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze. Nr. 26, 117, 163, 212, 240, 289, 323, 377, 438, 515—516, 605, 674, 724, 810, 864, 895, 929.

La Reale Accademia della Crusca, Firenze. Nr. 118, 725.

Il R. Istituto di Studi superiori pratici, Firenze. Nr. —

La Società Entomologica Italiana, Firenze. Nr. 213, 811.

La Società Italiana di Antropologia, Etnologia e Psicologia comparata, Firenze. Nr. 92, 324, 606, 726.

Il Museo Civico di Storia naturale, Genova. Nr. 930.

Il Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. Nr. 896—899.

La Associazione Medica Lombarda, Milano. Nr. —

La Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti, in Modena. Nr. 865.

La Società Reale di Napoli. Nr. 93, 241, 325, 439, 607, 675, 812, 931.

L'Accademia Pontaniana, Napoli. Nr. 94.

Il Reale Istituto Orientale, Napoli. Nr. —

Die Zoologische Station, Director Prof. A. Dohrn, zu Neapel. Nr. 326, 608.

La Società Toscana di Scienze Naturali, Pisa. Nr. 119, 517.

La Direzione del Nuovo Cimento, Pisa. Nr. 27, 56, 120—121, 214, 290, 378, 518, 609, 866.

La Reale Accademia dei Fisiocritici di Siena. Nr. 28—29, 327—328, 519—520, 813—814.

L'Osservatorio delle R. Università di Torino. Nr. —

La Reale Accademia delle Scienze di Torino. Nr. 30, 122, 521—522, 815.

Il Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia. Nr. 523—524.

L'Accademia degli Zelanti, Acireale. Nr. 932.

Spanien.

La Real Academia de Ciencias Exactas &c. de Madrid. Nr. 242.

Revista Critica, Madrid. Nr. 402.

La Real Academia de Ciencias nat. y Artes de Barcelona. Nr. 123, 525.

El Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando. Nr. 440, 867.

Portugal.

Academia Real das Sciencias, Lisboa. Nr. —

La Commission des travaux géologiques du Portugal, Lisbonne. Nr. —

Rumænien.

Academia Româna, Bucuresci. Nr. 441, 526—527.

Grækenland.

Ἡ Ἐθνικὴ βιβλιοθήκη τῆς Ἑλλάδος, ἐν Ἀθήναις. Nr. 610.

Serbien.

L'Académie Royale de Serbie, Belgrade. Nr. 164—165, 442—443.

Amerika.

The Commissioners of the New York State Survey, Albany, New York. Nr. —

The Texas Academy of Science, Austin. Nr. —

The Johns Hopkins University, Battimore, Maryland. Nr. 31, 124, 243—247, 379, 528, 611, 933.

The Peabody Institute of the City of Baltimore. Nr. 612.

The American Academy of Arts and Sciences, Boston. Nr. 248.

The Boston Society of Natural History, Boston. Nr. 249—251.

The Buffalo Society of Natural Sciences, Buffalo. Nr 252.

The Astron. Observatory of Harvard College. Cambridge. Nr. 95, 215, 253.

The Museum of Comparative Zoology, at Harvard College, Cambridge. Nr. 32, 96, 254, 380, 444, 529, 613, 727, 816, 868, 900.

The Newberry Library, Chicago. Nr. —

The Ohio State Board of Agriculture, Columbus. Nr. —

The Davenport Academy of Natural Sciences, Davenport, Iowa. Nr. —

The Scientific Association, Denison University, Granville, Ohio. Nr. 728.

The Michigan Mining School, Houghton, Mich. Nr. 381, 676.

Iowa Weather Service, Iowa City, Iowa. Nr. —

The University of Nebraska, Lincoln. Nr. 901, 934.

The Washburn Observatory of the Univ. of Wisconsin, Madison. Nr. 255.

The Wisconsin Academy of Science, Arts and Letters, Madison. Nr. —

The Meriden scientific Association, Meriden. Nr. —

The Geological and Natural history Survey of Minn., Minneapolis. Nr. 256—257, 382.

The Iowa Geological Survey, des Moines. Nr. 729.

The Iowa Academy of Sciences, des Moines. Nr. 258, 730.

The Connecticut Academy of Arts and Sciences, New Haven. Nr. 614.

The Observatory of Yale University, New Haven. Nr. 677.

Prof. E. S. Dana, New Haven, Conn. Nr. 33, 57, 125, 216, 329, 445, 530, 615, 678, 817, 902.

The New Orleans Academy of Sciences, New Orleans. Nr. —

The New York Academy of Sciences, New York. Nr. 259—260, 383.

The American Geographical Society, New York. Nr. 97, 291, 384, 616, 869.

The American Museum of Nat. History, New York. Nr. 385, 731.

The Astor Library, New York. Nr. —

The New York Microscopical Society, New York. Nr. 126, 261, 330, 617, 935.

The American Philosophical Society, Philadelphia. Nr. 262, 386, 732—733.

The Historical Society of Penn., Philadelphia. Nr. —

The Second Geological Survey of Penn., Philadelphia. Nr. —

The Academy of Natural Sciences of Philadelphia. Nr. 263—264, 387, 734—735.

The Wagner Free Institute of Science of Philadelphia. Nr. 736.

The Geographical Club of Philadelphia. Nr. 265, 292, 531.

The Portland Society of Natural history, Portland. Nr. 737.

The Rochester Academy of Science, Rochester, N. Y. Nr. —

The Geol. Society of America, Rochester. Nr. 266, 738.

The Academy of Science of St. Louis. Nr. 267, 739.

The Missouri Botanical Garden, St. Louis. Nr. 740.

The Minnesota Historical Society, St. Paul. Nr. —

The American Association for the Advancement of Science, Salem. Nr. 268, 741.

The Essex Institute, Salem. Nr. 269.

The California Academy of Sciences, San Francisco. Nr. 388, 742—743.

The Geographical Society of California, San Francisco. Nr. —

The Geographical Society of the Pacific, San Francisco. Nr. —

The Techn. Society of the Pacific Coast, San Francisco. Nr. 903.

The Lick Observatory, Mt. Hamilton near San José, Cal. Nr. —

The Comptroller of the Currency, Washington. Nr. —

The U. S. Departm. of Agriculture, Washington. Nr. 389, 936.

The U. S. Weather Bureau, Dep. of Agriculture, Washington. Nr. 98, 166, 293, 532, 618, 744—746, 818, 870, 904, 937—938.

The U. S. Coast and Geodetic Survey, Washington. Nr. 127, 390, 446.

The U. S. Geogr. Surveys W. of the 100. Merid., Washington. Nr. —

The U. S. Geogr. and Geological Survey, Washington. Nr. 391.

The U. S. Geological Survey, Dep. of the Int., Washington. Nr. 447—449, 679—681.

The United States Naval Observatory, Washington. Nr. —

The Bureau of Education (Dep. of the Int.), Washington. Nr. 450.

The National Academy of Sciences, Washington. Nr. —

The Philosophical Society of Washington. Nr. —

The Smithsonian Institution, Washington. Nr. 270—272, 392—395, 747.

The Surgeon General's Office, U. S. Army, Washington. Nr. 273.

The Geological Survey of Canada, Ottawa. Nr. 871, 905.

The University of Toronto. Nr. 819.

The Canadian Institute, Toronto. Nr. —

The Nova Scotia Inst. of Natural Science, Halifax. Nr. 274.

Observatorio Meteorológico-Magnético Central de México. Nr. —

La Sociedad Mexicana de Historia natural, México. Nr. 275.

La Sociedad de Geogr. y Estadística de la Repúbl. Mex., México. Nr. —

Comisión Geológica, México. Nr. 820.

Instituto Geológico de México. Nr. 682.

Secretaria de Fomento colon. y industria, México. Nr. 683.

La Sociedad científica «Antonio Alzate», México. Nr. 99, 128, 872.

La Associacion de Ingenieros y Arquitectos, México. Nr. 58, 331, 748.

Real Colegio de Belen, Habana. Nr. 533.

La Direccion general de Estadística, Guatemala. Nr. —

Ministerio de Fomento, Caracas. Nr. —

La Sociedad Geografica de Lima. Nr. 451.

El Museo nacional, Santiago, Chile. Nr. —

Deutscher wissenschaftlicher Verein zu Santiago, Chile. Nr. —

La Société scientifique de Chili, Santiago. Nr. —

Observatorio do Rio de Janeiro. Nr. 396, 749.

O Museu nacional do Rio de Janeiro. Nr. —

Instituto Geogr. Argentino, Buenos Aires. Nr. 167, 619, 684, 906.

El Museo Nacional de Buenos Aires. Nr. —

La Academia Nacional de Ciencias, Córdoba. Nr. 100, 217, 750.

La Facultad de Agronomía y Vet., La Plata. Nr. 620.

Asien.

De Kon. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië, Batavia. Nr. 939—940.

Het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Batavia. Nr. 101—104, 452—455, 821—824, 873, 907—909.

Het Magnetisch en Meteorologisch Observatorium te Batavia. Nr. 332, 397.

Den botaniske Have i Buitenzorg, Java. Nr. —

The R. Botanic Garden, Shibpore, Calcutta. Nr. —

The Geological Survey of India, Calcutta. Nr. 59, 333, 534, 685.

The Meteorological Reporter to the Government of India, Calcutta. Nr. 35—36, 60—61, 105, 129, 168, 218—219, 276—277, 334—335, 456, 535—537, 621—622, 686—687, 751—752, 825, 910—912.

The Government Museum, Madras. Nr. 336.

The Government Observatory, Madras. Nr. 169—170.

The Imperial University of Tōkyō, Japan. Nr 37, 106, 538—539, 623.
The Seismological Society of Japan (Imp. Univ.), Tōkyō. Nr. —
Hs. Maj. Kongen af Siam. Nr. 398.

Afrika.

La Société Khédiviale de Géographie, au Caire. Nr. —

Australien.

The Post Office and Telegraph Dep. Adelaide. Nr. —
The Royal Society of Victoria, Melbourne. Nr. 624.
The Australian Museum, Sydney. Nr. 625.
The Linnean Society of New South Wales, Sydney. Nr. 107, 399, 874.
Redaktionen af Kosmopolan, Sydney. Nr. 694, 916.
The New Zealand Institute, Wellington. Nr. 688.

Personer.

Agardh, J. G., Prof., Dr., Lund, Selsk. udenl. Medl. Nr. 130.
Albert, Prins af Monaco, Sekretariat i Paris. Nr. 131—132, 826.
Annerstedt, Cl. Universitets-Bibliothekar, Upsala. Nr. 337.
Blytt, A., Prof., Kristiania. Nr. 338—345.
Brogi, S., Cav., Siena. Nr. 827.
Brögger, V. C., Prof., Kristiania, Selsk. udenl. Medl. Nr. 108.
Bulić, F., Prof., Spalato. Nr. 828, 941.
Campbell, Fr., London. Nr. 689.
Confirmand, en, København. Nr. 753.
Denis, Ch., Abbé, Paris. Nr. 829, 913.
Dollfus, Adr., Direktør, Paris. Nr. 38, 62, 133, 220, 400, 540, 626, 690, 754, 875, 942.
Fritsche, H., Dr., Director, St. Petersborg. Nr. 876.
Gauthier-Villars & Fils, Bogforlæggere, Paris. Nr. 63, 346, 755.
†Haan, Bierens de, Prof., Leiden, Selsk. udenl. Medl. Nr. 134—135.
Herrick, C. L., Prof., Granville. Nr. 64, 347, 830.
Holm, E., Prof., Dr., Selsk. Medl., København. Nr. 756.
Janet, Ch., Beauvais. Nr. 171, 757.
Kuntze, O., Dr., Leipzig. Nr. 691.
Kölliker, A., Prof., Dr., Würzburg, Selsk. udenl. Medl. Nr. 348, 627.
Lager, Saint, Dr., Lyon. Nr. 458.
Lallemand, L., Avocat, Paris. Nr. 541, 831.

Leffler, G. Mittag-, Prof., Dr., Stockholm, Selsk. udenl. Medl. Nr. 65, 221, 349, 832.

Legrelle, A., Dr., Gand. Nr. 222, 278.

Mathiesen, Generalmajor, Roskilde. Nr. 628, 877.

Mourgue, Dr., Alais. Nr. 758.

Naue, J., Dr., München. Nr. 136, 350, 542, 629, 759, 943.

Petersen, C. G. Joh., Dr., København. Nr. 137.

Pergens, E., Dr., Bryssel. Nr. 760—761.

Prytz, C. V., Lærer ved Landbohøjskolen, København. Nr. 762.

Quaritch, B., Bookseller, London. Nr. 457, 543.

Raspail, X., Paris. Nr. 692.

Riefler, S., Ingenieur, München. Nr. 39.

Rogers, H. R., Dr., Dunkirk, N. Y. Nr. 66, 763.

Sacco, F., Dr., Prof, Turin. Nr. 833.

Schuchardt, H., Graz. Nr. 914.

Schwarz, H. A., Prof, Dr., Berlin, Selsk. udenl. Medl. Nr. 630.

Sorel, Albert, Prof., Paris, Selsk. udenl. Medl. Nr. 172.

Sourindro Mohun Tagore, Raja, Dr., Calcutta. Nr. 764—765.

Staggemeier, A., Oberstløjtnant, København. Nr. 915.

Stevenson, R., San Francisco. Nr. 401.

Stossich, M., Prof., Triest. Nr. 223, 279.

Thorkelsson, Jón, Dr., Rektor ved Reykjavíks lærde Skole, Selsk. Medl. Nr. 631.

Tischner, A, Læge, Leipzig. Nr. 351, 693.

Walsh, A. del R., Barcelona. Nr 173.

Weber, Albr., Prof., Dr., Berlin, Selsk. udenl. Medl. Nr. 632.

Wimmer, L., Prof., Dr., Selsk. Medl., København. Nr. 766.

Wittrock, V. B., Prof., Stockholm, Selsk. udenl. Medl. Nr. 352.

III.

Sag- og Navnefortegnelse.

Abelske Ligninger, math. Prisopg. herom, S. (24).
Arabiske Dialekter, de syriskes og østliges Sprogform, filol. Prisopgave, Besvarelse indk., S. (66).
Barcelona, Vidensk. Akad., træder i Bytteforb. m. Selsk., S. (62).
Bakteriologiske Undersøgelser om Difteri, Afhdl. af Reservelæge *J. Fibiger*, fremlagt af Professor *C. J. Salomonsen*, S. (32)—(33), Betænkn., S. (51)—(52), opt. i Overs. p. fransk, S. 320—341.
Berlin (Charlottenburg), Phys.-Techn. Reichsanstalt, træder i Bytteforb. med Selsk., S. (64).
Berørings-Elektricitetens Oprindelse, Medd. af Prof. *C. Christiansen*, S. (67), 1. Medd. opt. i Overs. S. 360—383.
Blodets Iltholdighed, Bidr. til Læren herom, Afhdl. af Cand. med. *F. Tobiesen*, fremlagt af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænkn., S. (27)—(28), opt. i Overs. S. 81—116.
Blytt, Axel, Professor i Kristiania, opt. til udenl. Medl., S. (53), (74), takker f. Opt., S. (60).
Boas, J. E. V., Lektor, Dr., Medl. af Bedømm.-Udv. f. Prisopg., S. (17)—(19).
Bock, J., Cand. med., Afhdl. om en ved Lyset fremkaldt Forandr. af Methæmoglobin, fremlagt af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænkn., S. (53)—(54), opt. i Overs. paa fransk, S. 309—319.
Bohr, Chr., Professor, Dr., fremlægger Arbejder udf. i Univ. fysiolog. Laboratorium, S. (16), (67), Medl. af Udv. desangaaende, S. (27), (53), Medl. af Udv. ang. *N. P. Schierbecks* Afhdl. om Luftens Fugtighedsgrad i fysiolog. Øjemed, S. (64).
Brintens og Iltens Tæthed, Medd. af Prof. *Jul. Thomsen*, S. (67), opt. i Overs. S. 384—398.
Budget for 1895 fremlægges, S. (69), trykt S. (70)—(73).
Bulić, Fr., Professor, Dr., Udgiver af dalmatisk Bullettino, træder i Bytteforb. m. Selsk., S. (67).
Carlsbergfondets Direktion fremlægger Aarsberetning, S. (37)—(50), (76), bekoster *Rung*, Répartition de la press. athmos. &c., S. (17).
Carlsberg-Laboratoriet sender «Meddelelser», Bd. IV, 1. Hæfte, S. (65).

Cayley, Arthur, Professor, Dr., Cambridge, Selsk. udenl. Medl., død, S. (20), (74).

Celeia, romersk Indskrift der, Medd. af Prof. *J. L. Ussing*, S. (15), opt. i Overs. S. 32—36.

Christensen, Od. T., Professor, Dr., Medl. af Udv. ang. Cand. med. *J. Bocks* Afhdl. om Forandr. af Methæmoglobinet, frembragte ved Lyset, og ang. Assistent *A. Jacobsens* Afhdl. om de i Æther opløs. Stoffer i Blod og Lever, S. (53).

Christiansen, C., Professor, Dr. med., Medd. om Draabeelektroder, S. (61), om Berøringselektricitetens Oprind., S. (67), 1. Medd. opt. i Overs. S. 360—383, Medl. af Udv. ang. Cat. of scient. papers, S. (32).

Classenske Legat, 2 Prisopg. udsættes, S. (24)—(26), Prisopg. bedømmes, S. (17)—(19), Præmie tilkendes, S. (20), (76).

Cratægus, to Hvidtjørn-Arters Systematik, Medd. af Prof. *Joh. Lange*, S. (66)—(67), opt. i Overs. S. 399—414.

Dana, James D., Professor, New Haven, Selsk. udenl. Medl., død, S. (56), (74).

Deposita aabnede og undersøgte, S. (69).

Dialekter, de syriske og østlige-arabiskes Sprogform, filologisk Prisopgave, Besvar. indk., S. (66).

Difteri, bakteriolog. Unders., udf. af Reservelæge *J. Fibiger*, forelagte af Prof. *C. J. Salomonsen*, S. (32)—(33), Betænkn., S. (51)—(52), opt. i Overs. p. fransk, S. 320—341.

Directionens analyt. Betegning, Afhdl. af *Casp. Wessel*, foreslaas og besluttes optrykt paa fransk, S. (57)—(59), (76).

Draabeelektroder, Medd. af Prof. *C. Christiansen*, S. (61).

Elektrolytiske Forsøg, med organiske Stoffer, kemisk Prisopg., S. (22)—(23).

Erslev, Kr., Professor, Dr. phil., Medd. om Constitutio Valdemariana, S. (66).

Ethnology, Bureau of, Washington, træder i Bytteforb. m. Selsk., S. (61).

Euklids Optik, Medd. om Overlev. heraf, af Prof. *J. L. Heiberg*, S. (20), opt. i Overs. S. 117—131.

Ferskvandsfisk, særlig Mallers, Ævne til at frembringe og høre Toner, Medd. af Dr. *W. Sørensen*, S. (51).

Fibiger, J., Cand. med., Reservelæge, Bakteriolog. Undersøg. over Difteri, forelægges af Prof. *C. J. Salomonsen*, S. (50), Betænkn., S. (51)—52), opt. i Overs. p. fransk, S. 320—341.

Flerfoldsvalgenes Theori o. s. v., Medd. af Prof. *T. N. Thiele*, S. (67), opt. i Overs. S. 415—441, Résumé p. XV—XVIII.

Forfatningsspørgsmaal i det danske Monarki, Medd. af Rigsarkivar *A. D. Jørgensen*, S. (53), opt. i Overs. S. 156—192.

Frederik II af Preussen og *Juliane Marie*, Medd. af Prof. *E. Holm*, med Uddrag, S. (28)—(29).

Fremlagte Skrifter, S. (16), (20), (28), (32), (51), (52), (56), (61), (62), (63), (65), (66), (67), (69), (73).

Fries, Th. M., Professor, Dr., Upsala, opt. til udenl. Medl., S. (53), (74), takker f. Optag., S. (60).

Fugtighedsgrad, Luftens, for fysiolog. Øjemed, Afhdl. af Dr. med. *N. P. Schierbeck*, indsendes, S. (64), Betænkn., S. (68)—(69).

Gram, J. P., Dr. phil., Direktør, Medd. om Beregningen af den *Riemanske* Zetafunktion, S. (61), opt. i Overs. p. fransk, S. 303—308.

Grundstoffer, deres systematiske Gruppering, Result. af Unders., medd. af Prof. *Jul. Thomsen*, S. (51), opt. i Overs. p. fransk, S. 132—136, en Gruppes sandsynl. Forekomst, S. (56), opt. i Overs., S. 137—143.

Haan, D. Bierens de, Professor, Dr., Leiden, Selsk. udenl. Medl., død, S. (64), (74).

Hansen, P. A., Deposita, aabnede og undersøgte, S. (69).

Havfiskes Livsforhold, Prisopg. for *Classens Legat*, bedømt, S. (17)—(19), Præmie tilk. Dr. *C. G Joh. Petersen*, S. (20).

Heiberg, J. L., Professor, Dr., Medd. om Overlev. af *Euklids* Optik, S. (20), opt. i Overs., S. 117—131, Bidrag til *Georg Vallas* Biogr., med Uddrag, S. (65)—(66).

Historisk-filosofisk Klasse foreslaar Prisopgaver, S. (21)—(22), foreslaar nye Medlemmer, S. (53), Formand genvælges, S. (57), (75).

Holm, E., Prof., Dr., Medd. om *Frederik II.* af Preussen og *Juliane Marie*, med Uddrag, S. (28)—(29).

Huxley, Th., Zoolog, Medl. af R. Soc., London, Selsk. udenl. Medl., død, S. (64), (74).

Hvidtjørn-Arter se Cratægus.

Infinitesimalregning, 2 Afhdl. herom («Notes» Nr. 5 og 6) af Prof. *H. G. Zeuthen*, fremlægges, S. (60), opt. i Overs. p. fransk, S. 193—278.

Jacobsen, A., Cand. polyt., Assistent, Afhdl. om de i Æther opløs. reducerende Substanser i Blod og Lever, fremlagt af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænkn., S. (54).

Johnstrup, Fr., Professor, Dr. phil., Selsk. Medl., død, S. (15), (74).

Jordrystelser bemærkede i København, Medd. af Bestyrer *A. Paulsen*, med Uddrag, S. (29)—(30).

Juliane Marie og *Frederik II* af Preussen, Medd. af Prof. *E. Holm*, med Uddrag, S. (28)—(29).

Jørgensen, A. D., Rigsarkivar, Dr. phil., Medd. om Forhdl. om Forfatningsspørgsmaalet i det danske Monarkis Lande, 1814—48, S. (53), opt. i Overs., S. 156—192.

Jørgensen, S. M., Professor, Dr., Recherches sur la const. des sels cobaltammoniés, opt. i Overs., S. 1—31, Medl. af Udv. ang. Cat. of scient. papers, S. (32).

Kassekommissionen fremlægger Regnskabsoversigt f. 1894, S. (33), trykt, S. (34)—(36), fratrædende Medlem genvælges, S. (57), (75), Formand genvælges, S. (65), (75), freml. Budget, S. (69), trykt, S. (70)—(73).

Koboltbasernes Konstitution, Medd. af Prof. *S. M. Jørgensen*, opt. i Overs. p. fransk (Recherches &c.), S. 1—31.

Kronprins Frederik, Selsk. Æresmedl., giver Møde i Selsk., S. (15), (16), (20), (28), (32), (53), (56), (61).

Kulhydrater i Kornsorter, Prisopg. for *Thott'ske* Legat, Besvar., indk., S. (66).

Kvadraturer før Integralregningen («Notes» Nr. 4), Afhdl. af Prof. *H. G. Zeuthen*, fremlægges, S. (15), opt. i Overs. p. fransk, S. 37—80.

Lange, Joh., Professor, Dr., Medd. om to indenl. Cratægus (Hvidtjørn) Arter, S. (66)—(67), opt. i Overs., S. 399—414.

Lange, Jul., Professor, Dr., fremlægger Fortsætt. af Billedkunstens Fremstill. af Menneskeskikkelsen, S. (64).

Lovén, Sv., Professor, Dr., Stockholm, Selsk. udenl. Medl., død, S. (64), (74).

Ludwig, C., Gehejmeraad, Prof., Dr., Leipzig, Selsk. udenl. Medl., død, S. (60), (74).

Luftgangen hos Fiskene, dens Betydn., Medd. af Dr. *W. Sørensen*, S. (15).

Lütken, C. F., Prof., Dr., Medl. af Bedømm.-Udv. f. Prisopg., S. (17)—(19), Medl. af Udv. ang. Cat. of scient. papers, S. (32), genvælges til Klasseformand, S. (57), (75).

Lystheorier, elektromagn., Grundlaget herfor, Medd. af Dr. *Valentiner*, S. (32).

Madvigske Æresmedaille, Ændr. i Regler for Bortgivelsen, S. (55)—(56).

Maller se Ferskvandsfisk.

Mehren, A. F., Professor, Dr., Medl. af Udv. ang. Dr. *J. Østrups* 2 Afhdl., S. (61).

Meinert, Fr., Dr., Museumsinspektor, Afhdl. om Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne, opt. i Skr., S. (65), (75), Medd. af Bidr. t. de Vifte-vingedes (Strepsiptera) Naturhist., S. (67).

Menneskeskikkelsen, Billedkunstens Fremstilling heraf, Fortsætt. fremlægges af Prof. *Jul. Lange*, S. (64).

Methylætherdannelsen, Reaktionshastighed derved, Afhdl. af Dr. *Emil Petersen*, opt. i Skr., S. (16), (75).

Methæmoglobinets Forandr. frembragte ved Lyset, Afhdl. af Cand. med. *J. Bock*, freml. af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænkn., S. (53)—(54), opt. i Overs. p. fransk, S. 309—319.

Mus- og Arvicola-Arters Skade paa Markerne, Prisopg. for det *Classenske Legat*, S. (24)—(25).

Mælkesyregæringens Bakterier og Luftarter, Prisopg. for det *Thottske* Legat, S. (26).

Naturvidenskabelig-mathematisk Klasse foreslaar Prisopgaver, S. (22)—(26), fremlægger Bedømmelse af Besvarelsen af en Opgave for det *Classenske* Legat, S. (17)—(19), Formand genvælges, S. (57), (75).

Norges statsretl. Stilling 1536—1660, hist. Prisopg., S. (21).

Normer for Individets Handlinger, filos. Prisopg., S. (22).

Observatorium, Selsk. Magnet., overdrages til Universitetets Observatorium, S. (64)—(65).

Palæontologisk Prisopg., Besvar. indk., S. (66).

Parthenonsfrisens Midtgruppe, Bemærkn. herom af Prof. *J. L. Ussing*, S. (60), opt. i Overs., S. 144—155.

Pasteur, L., Medl. af Institut de France, Paris, Selsk. udenl. Medl., død, S. (64), (74).

Paulsen, A., Bestyrer af meteor. Inst., fremlægger Isobarkort udførte af Kapt. *Rung*, med Uddrag, S. (16)—(17), Medd. om Jordrystelser i

København., med Uddrag, S. (29)—(30), om Skydannelse ved Nordlys, med Uddrag, S. (32)—(33).

Pechüle, C. F., Observator, Betænkn. ang. Depos., S. (69).

Petersen, C. G. Joh., Dr. phil., faar *Classenske* Præmie for Besvar. af Prisopg. om Havfiskes Livsforhold, S. (20), (76).

Petersen, Emil, Dr. phil., indsender Afhdl. om Reaktionshastigheden ved Methylætherdannelsen, opt. i Skr., S. (16), (75).

Petersen, Jul., Professor, Dr., genvælges til Revisor, S. (57), (75).

Plantesamfund, økolog. Plantegeogr., Grundtræk heraf, Værk af Prof. *Warming*, fremlægges, S. (56).

Prisopgaver udsættes, S. (21)—(27), fransk Résumé heraf, p. III—IX, Besvarelser bedømmes, S. (17)—(19), Besvarelser indkommer, S. (66).

Prytz, P. K., Professor, Medl. af Udv. ang. *N. P. Schierbecks* Afhdl. om Luftens Fugtighedsgrad i fysiolog. Øjemed, S. (64).

Rawlinson, Sir *Henry*, Generalmajor, London, Selsk. udenl. Medl., død, S. (32), (74).

Redaktøren fremlægger Skrifter, S. (65), (73), ved Sekr., S. (15), fremlægger Overs., S. (66), ved Sekr., S. (51), (63).

Regnskabs-Oversigt for 1894 fremlægges, S. (33), trykt, S. (34)—(36).

Répartition de la press. athmos. sur l'Atlantique, Isobarkort af Kapt. *Rung* fremlægges af Bestyrer *A. Paulsen*, med Uddrag, S. (16)—(17).

Revisorer, S. (14), genvælges, S. (57), (75).

Riemannske Zetafunktion, Beregn. deraf, Medd. af Direktør *J. P. Gram*, S. (61), opt. i Overs. S. 303—308.

Royal Society of London, Cat. of Scientific papers, Udv. desang. afgiver Betænkn., S. (30)—(31), Samvirken ved Cat. besluttes, S. (32), Udv. nedsættes, S. (32).

Rung, Kapt., Répartition de la pression athmos. sur l'Atlantique, fremlægges af Bestyrer *A. Paulsen*, med Uddrag, S. (16)—(17).

Salomonsen, C. J., Professor, Dr. med., Medl. af Udv. ang. *F. Tobiesens* Afhdl. om Blodets Iltholdighed, S. (27), forelægger et Arb. af Reservelæge *J. Fibiger*, Bakteriol. Unders. over Difteri, S. (50), Medl. af Udv. desang., S. (51).

Scarabæ-Larvernes Sideorganer, Afhdl. af Museumsinsp. *Fr. Meinert*, opt. i Skr., S. (65), (75).

Schierbeck, N. P., Dr. med., indsender Afhdl., Bestemmelser af Luftens Fugtighedsgrad for fysiolog. Øjemed, S. (64), Betænkn., S. (68)—(69).

Schumacher, H., forseglet Depos. aabnet, se *Hansen*, S. (69).

Sekretæren henleder Opmærks. paa fremlagte Skrifter, S. (28), (32), (51), (52), (61), (62), (65), (66), (67), (69), gør en Medd., S. (66), fremlægger p. Redakt. Vegne Skr. og Overs., S. (15), (51), (63).

Sickel, Th. v., Dr. ph., Direktør f. Istituto Austr. i Rom, opt. til udenl. Medl., S. (53), (74), takker f. Optag., S. (61).

Skydannelse ved Nordlys, Medd. af Bestyrer *A. Paulsen*, med Uddrag, S. (32)—(33).

Smuldringsfænomenet i naturlig Muldbund, Prisopg. for det *Classenske* Legat, S. (25)—(26).

Sorel, Albert, Paris, Selsk. udenl. Medl., sender Optagelsestale i Institut de France, S. (33).

Strepsiptera, (Viftevingedes) Naturh., Bidr. hertil, Medd. af Museumsinsp. *F. Meinert*, S. (67).

Syrisk Ørken, hist.-topogr. Bidr. til Kendskab til den, Afhdl. af Dr. *J. Østrup*, indsendt, S. (61), opt. i Skr., S. (73), (75).

Sørensen, Will., Dr. phil., Medd. om Betydn. af Luftgangen hos Fiskene, S. (15), om Ferskvandsfiskenes Ævne til at frembringe og høre Toner, S. (51), Medl. af Bedømm.-Udv. f. Prisopg., S. (17)—(19).

Thiele, T. N., Professor, Dr., Medd. om Flerfoldsvalgenes Theori o. s. v., S. (67), opt. i Overs., S. 415—441, Résumé p. XV—XVIII, genvælges til Medl. af Kassekomm., S. (57), (75), genvælges til sammes Formand, S. (65), (75), Betænkn. ang. Depos., S. (69).

Thomsen, Jul., Professor, Dr. med. & phil., Medd. om Resultaterne af Unders. o. Grundstoffernes systemat. Gruppering, S. (51), opt. i Overs. p. fransk, S. 132—136, om den sandsynl. Forekomst af en Gruppe uvirksomme Grundstoffer, S. (56), opt. i Overs., S. 137—143, Unders. over Vandets Sammensætn. m. m., S. (62), opt. i Overs., S. 342—359, om Brintens og Iltens Tæthed, S. (67), opt. i Overs., S. 384—398.

Thottske Legat, Bakterier ved Mælkesyregæring, S. (26), Besvarelse af Prisopg. om Kulhydrater indk., S. (66).

Tobiesen, F., Cand. med., Bidr. til Læren om Blodets specifike Iltholdighed, fremlagt af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænk., S. (27)—(28), opt. i Overs. paa fransk, S. 81—116.

Topsøe, H., Fabriksinsp., Dr., genvælges til Revisor, S. (57), (75).

Ussing, J. L., Professor, Dr., Medd. om en romersk Indskrift fra Celeia, S. (15), opt. i Overs., S. 32—36, om Midtgruppen paa Parthenon, S. (60), opt. i Overs., S. 144—155, genvælges til Klasseformand, S. (57), (75), Medl. af Udv. ang. Dr. *J. Østrups* to Afhdl., S. (61).

Valentiner, H., Dr. phil., Medd. om Grundlaget for *Maxwells* og *Lorenz'* elektromagnetiske Lystheorier, S. (32).

Valla, Georg, nye Bidrag til Biogr. Medd. af Prof. *J. L. Heiberg*, med Uddrag, S. (65)—(66).

Vandets Sammensætning og Brintens Tæthed, exper. Unders. af Prof. *Jul. Thomsen*, S. (62), opt. i Overs., S. 342—359.

Warming, E., Professor, Dr., fremlægger et Værk, Plantesamfund, Grundtr. af d. økolog. Plantegeogr., S. (56), Medl. af Udv. ang. Cat. of scient. papers, S. (32), Medl. af Udv. ang. *J. Fibigers* Afhdl., Bakteriolog. over Difteri, S. (33).

Weierstrass, K., Prof., Dr., Berlin, Selsk. udenl. Medl., Telegram i Anl. af 80-Aars Fødselsdag, S. (66).

Wessel, Caspar, Afhdl. om Directionens analyt. Betegn., foreslaas og besluttes optrykt paa fransk, S. (57)—(59).

Videnskabernes Selskab, dets Medl. i Beg. af 1895, S. (5)—(14), dets hist.-filos. Klasse, S. (5), (9), dets naturv.-math. Klasse, S. (7), (11), dets Ordbogskommission, S. (14), dets Regestakommission, S. (14), dets

Embedsmænd i Beg. af 1895, S. (5), se Redaktør, Sekretær o. fl., dets Kassekommission, se denne, dets Revisorer, S. (14), genvælges, S. (57), (75), dets Oversigt udk., S. (51), (63), (66), dets Skrifter udk., S. (15), (65), (73), det udsætter Prisopgaver, S. (21)—(27), Résumé heraf, p. III—IX, dets Bedømm. af Prisopg., S. (27)—(28), det optager nye Medl., S. (53), (74), det mister Medl., S. (15), (20), (32), (56), (74), det indtræder i Bytteforb., S. (61), (62), (64), (67), (73), Udvalgsbetænkn., S. (17)—(19), (30)—(31), (51)—(52), (53)—(54), (54), (57)—(59), (62)—(63), (68)—(69), (69), dets Deposita, S. (69), Tilbageblik paa dets Virksomhed, S. (74)—(76), Aperçu de ses travaux, p. XIX—XXIII.

Wimmer, L., Professor, Dr., fremlægger 1. Afd. af Danske Runesmindesmærker, S. (73).

Wittrock, Veit B., Professor, Dr., Stockholm, opt. til udenl. Medl., S. (53), (74), takker for Optag., S. (60).

Zeuthen, H. G., Professor, Dr., forelægger en Afhdl. om Kvadraturer før Intedralregn., S. (15), opt. i Overs. paa fransk («Notes» Nr. 4), S. 37—80, Medl. af Udv. ang. Cat. of scient. papers, S. (32), fremlægger 1) Den math. Kærne i Infinitesimalregn., 2) Bemærkn. om *Newtons* og *Leibniz'* Andel i Infinitesimalregn., S. (60), opt. i Overs. paa fransk («Notes» Nr. 5—6), S. 193—278.

Ægyptens Herligheder af Umar ibn Muhammed el Kindi, ved Dr. *J. Østrup*, indsendes, S. (61).

Æresmedaille, Madvigske, Ændr. i Regler for Bortgiv., S. (55)—(56).

Æther, reduc. Substanser i Blod og Lever, opløs. deri, Afhdl. af Ass. *A. Jacobsen*, fremlagt af Prof. *Chr. Bohr*, S. (16), Betænkn., S. (54).

Østrup, J., Dr. phil., indsender 2 Afhdl. 1) Umar ibn Muhammed, Ægyptens Herl. og 2) Hist.-topogr. Bidr. til Kendskab til d. syr. Ørken, S. (61), Betænkn., S. (62)—(63), 2) opt. i Skr., S. (73), (75).

Skrifter udgivne af det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab i 1895:

	Pris Kr. Ø.
Fr. Meinert. Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne. Med 3 Tavler. Résumé en français. (6. R., naturv.-math. Afd. VIII, 1)	3. 30.
J. Østrup. Historisk-topografiske Bidrag til Kendskabet til den syriske Ørken. Med et Oversigtskort. (6. R., hist.-filos. Afd., IV, 2)	1. 50.